

# Calificación y optimización para la generación de un láser aleatorio con nano emisores

## Qualification and optimization for generating a random laser with nanoemitters

Jesús Jonathan Martínez Ocampo<sup>1</sup>  y Gennadiy Burlak<sup>1</sup> 

<sup>1</sup>Centro de Investigación en Ingeniería y Ciencias Aplicadas, Universidad Autónoma del Estado de Morelos  
Avenida Universidad 1001, Colonia Chamilpa, Cuernavaca, Morelos, México, C.P. 62209  
[jesusj@icf.unam.mx](mailto:jesusj@icf.unam.mx)

### PALABRAS CLAVE:

Láser aleatorio, nano emisores incorporados, poros aleatorios.

### RESUMEN

En este trabajo se estudia el efecto láser sin espejos, el láser aleatorio de percolación en 3D. La diferencia con láser convencional es que el láser aleatorio contiene estructuras desordenadas que definen la frecuencia y la dirección en las que el láser aleatorio emite la luz y la emisión de este láser es coherente y estable. Se estudia el sistema semiclásico no lineal de las ecuaciones de Maxwell en 3D acoplado con ecuaciones de polarización y ecuaciones de cuatro niveles de los puntos cuánticos. Tal sistema es considerablemente no lineal, es complejo y no existe ninguna solución analítica. Por eso es de interés la generación del campo de láser numéricamente con el método de Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo (FDTD) 3D y con ayuda de los paquetes numéricos modernos microsoft visual studio (Visual C#). Se calcula de manera detallada el espectro de los modos ópticos localizados en el láser aleatorio de percolación.

### KEYWORDS:

Random lasing, incorporated nanoemitters, random pores.

### ABSTRACT

In this work, the mirrorless laser effect, the random percolation laser in 3D, is studied. The difference with conventional laser is that the random laser contains disordered structures that define the frequency and the direction in which the random laser emits the light and the emission of this laser is coherent and stable. The non linear semiclassical system of Maxwell equations is studied in 3D coupled with polarization equations and four level equations of quantum dots. Such a system is considerably non linear, it is complex, and there is no analytical solution. Therefore it is of interest generating laser field numerically with the method of Finite Differences in Time Domain (FDTD) 3D and using modern numerical packages microsoft visual studio (Visual C#). The spectrum of the optical modes located in the random percolation laser is calculated in detail.

• Recibido: 9 de agosto 2021

• Aceptado: 10 de abril 2022

• Publicado en línea: 23 de junio 2023

## 1. INTRODUCCIÓN

El desarrollo reciente de la micro y nano fotónica ha mostrado que se puede explotar el desorden intrínseco de los materiales

fotónicos para la creación de estructuras ópticas y pueden tener aplicación en el desarrollo tecnológico de materiales. Un ejemplo de esto son las estructuras aleatorias que generan acción láser usando



componentes desordenados como polvos [1], [2]. Se han realizado estudios con puntos cuánticos que pueden ser emisores ópticos que son usados en estructuras no homogéneas y están interconectados por medios radiactivos y conducen a varios fenómenos colectivos [3], [4]. La interacción entre la difusión de luz en medios aleatorios y la amplificación de luz fue demostrada por primera vez por Letokhov [5]. Existen diferentes experimentos donde se estudian los sistemas láser sin espejos y sus propiedades [6]-[10] así como estudios teóricos [11]-[15]. En los materiales de emisión láser aleatorio la intensidad se distribuye por toda la muestra y en el interior se pueden encontrar diferentes modos del láser extendido, en algunos casos la interferencia de diferentes modos conduce a la localización de la luz [16]-[18], y es la contraparte óptica de la localización de Anderson para electrones en conductores desordenados. Esto se puede interpretar como la formación de nodos no superpuestos de forma aleatoria con tiempos de vida exponencialmente grandes [15]. El láser aleatorio también se observa en cristales fotónicos con desorden estructural, donde la banda prohibida fotónica (PBG) se llena progresivamente por las colas de resonancias en sus bordes. Existe evidencia experimental que hay localización de la luz de Anderson dentro del espacio 3D [19], [20].

## 2. ALGORITMO DE KANE YEE Y ECUACIONES BÁSICA

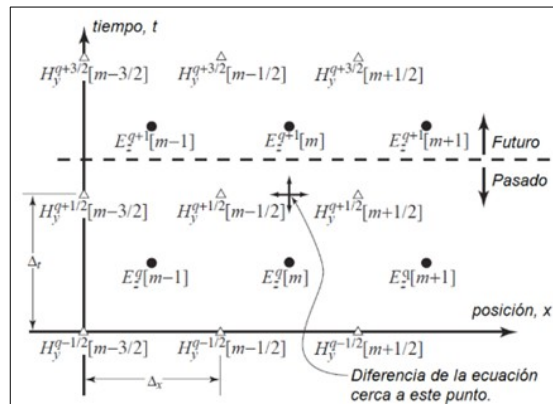
El algoritmo de las FDTD para resolver las ecuaciones de Maxwell fue desarrollado por Kane Yee en 1966, este algoritmo emplea las diferencias centrales de segundo orden [22] y para aplicar el algoritmo se siguen los siguientes pasos:

1. Reemplaza todas las derivadas en las leyes de Ampere y Faraday con diferencias finitas. Discretiza el espacio y el tiempo para que los campos eléctricos y

magnéticos se escalonen en espacio y tiempo.

2. Resuelve las ecuaciones de diferencia resultantes para obtener campos futuros en términos de campos pasados.
3. Evaluar los campos magnéticos con un paso de tiempo hacia el futuro para que se conozcan los presentes.
4. Repite los pasos 2 y 3 hasta que los campos se hayan obtenido durante la duración deseada.

Este algoritmo mostrado se puede aplicar para los casos 1D, 2D y 3D. A continuación, se desarrolla el algoritmo para el caso 1D y los resultados se aplican para 3D que es el caso de nuestro interés.



**Figura 1.** La imagen muestra el arreglo de nodos para los campos E y H en 1D, es representado con círculos los nodos del campo eléctrico y con triángulos los nodos del campo magnético.

## ECUACIONES BÁSICAS

Para desarrollar esta investigación hicimos uso de las ecuaciones de Maxwell, pero para facilitar las observaciones experimentales se indicó que valores se pueden observar en el laboratorio. Es de interés conocer la intensidad  $I$  electromagnética de una muestra cúbica definida como  $(x,y,z)$  en  $[0, l_0]$ . La salida del flujo de energía se puede escribir como

$$I = \oint_S (K \cdot n) dS = I_x + I_y + I_z \quad (1)$$

donde  $K$  es el vector de propagación,  $n$  es el vector normal a la superficie  $S$  del cubo y  $I_{x,y,z}$  indican los flujos desde dos caras del cubo perpendiculares a una dirección particular. Para encontrar la emisión del sistema, resolvemos numéricamente la ecuación que relaciona la densidad de polarización  $\mathbf{P}$ , el campo eléctrico  $\mathbf{E}$  y las ocupaciones de los niveles de energía de los emisores. Para el caso de emisores desacoplados la ecuación a resolver es la siguiente [22].

$$\frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2} + \Delta \omega_a \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} + \omega_a^2 \mathbf{P} = \left( \frac{6 \pi \epsilon_0}{\tau_{21} \omega_a^2} \right) (N_1 - N_2) \mathbf{E} \quad (2)$$

$$\Delta \omega_a = \tau_{21}^{-1} + 2T_2^{-1}$$

donde  $T_2$  es el tiempo medio entre el desfase de eventos,  $\tau_{21}$  es el tiempo de decaimiento del segundo nivel atómico al primero, y  $\Delta \omega_a$  es la frecuencia de radiación. Los campos eléctricos  $\mathbf{E}$ , magnéticos  $\mathbf{H}$  y de corriente  $\mathbf{j} = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t}$  se encuentran a partir de las ecuaciones de Maxwell junto con las ecuaciones para las densidades  $N_i$  (de átomos que están en el  $i$ -ésimo nivel). En el caso de un láser de cuatro niveles con  $i=\{0,1,2,3\}$  las ecuaciones se encuentran desarrolladas en [23] y tienen la forma que se muestra en la tabla 1.

### 3. PRUEBAS Y RESULTADOS

A continuación, se muestran los resultados de las simulaciones para un láser de 4 niveles. Este es un sistema semi-clásico no lineal de las ecuaciones de Maxwell en 3D, acoplado con las ecuaciones de polarización y las ecuaciones de cuatro niveles con nano emisores (puntos cuántico). Este sistema semi-clásico es complejo y no existe ninguna solución analítica. Para obtener resultados en la simulación es necesario hacer uso de una poderosa teoría, se empleó el método de Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo (FDTD) y el algoritmo propuesto por Kane Yee. En la figura 2 se muestra la interfaz

gráfica del programa Microsoft Visual Studio (Visual C#).

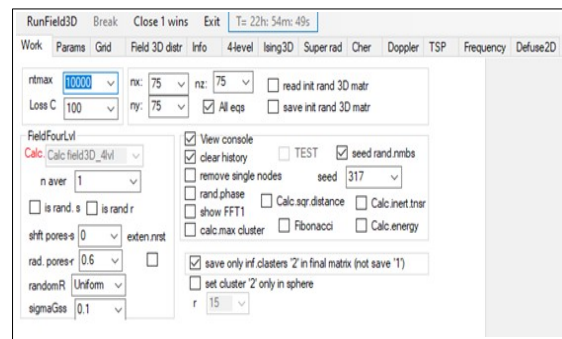
$$\frac{\partial N_3}{\partial t} = A_r N_0 - \frac{N_3}{\tau_{32}},$$

$$\frac{\partial N_2}{\partial t} = \frac{N_3(t)}{\tau_{32}} + \frac{(\mathbf{j} \cdot \mathbf{E})}{\hbar \omega_a} - \frac{N_2}{\tau_{21}},$$

$$\frac{\partial N_1}{\partial t} = \frac{N_2(t)}{\tau_{21}} - \frac{(\mathbf{j} \cdot \mathbf{E})}{\hbar \omega_a} - \frac{N_1}{\tau_{10}},$$

$$\frac{\partial N_0}{\partial t} = \frac{N_1}{\tau_{10}} - A_r N_0.$$

**Tabla 1.** Una fuente externa excita a los emisores desde el nivel base ( $i = 0$ ) hasta el tercer nivel a una tasa  $A_r$ , que es proporcional a la intensidad de bombeo en los experimentos. Después de una corta vida  $\tau_{32}$ , los emisores se transfieren de forma no radiativa al segundo nivel. El segundo nivel y el primer nivel son los niveles de láser superior e inferior respectivamente. Los emisores pueden decaer del nivel superior al inferior por emisión tanto espontánea como estimulada y  $\mathbf{j} \cdot \mathbf{E} / \hbar \omega_a$  es la tasa de radiación estimulada. Finalmente, los emisores pueden decaer de forma no radiativa desde el primer nivel hasta el nivel del estado base. Las vidas y energías de los niveles láser superior e inferior son  $\tau_{21}$ ,  $E_2$  y  $\tau_{10}$ ,  $E_1$ . La frecuencia individual de radiación de cada emisor  $\omega_a = (E_2 - E_1) / \hbar$ .

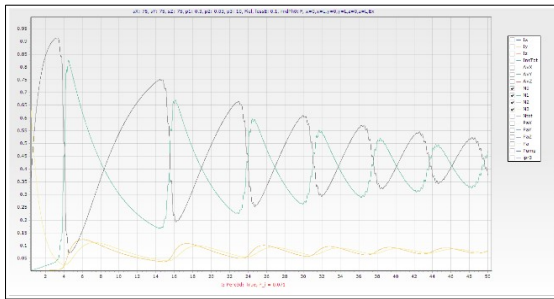


**Figura 2.** Interfaz gráfica donde se pueden controlar múltiples parámetros del sistema 3D, en nuestra simulación el tamaño del sistema es 75x75x75 con un tiempo de ejecución de 10,000.

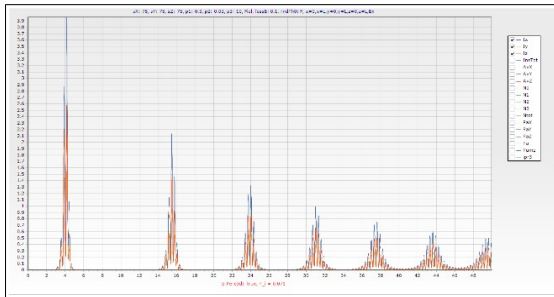
Producto de estas simulaciones, se obtiene como resultado el comportamiento de los 4 niveles de población de los átomos y lo podemos en la figura 3 mientras donde en un inicio el sistema tiene átomos en estado excitado se muestra de color amarillo y

también hay niveles poblacionales de átomos en estado base que muestra de color azul. Los niveles de poblacionales intermedios van surgiendo como interacciones espontaneas de la transición atómica y se muestra de color naranja y negro.

Otro importante resultado de la simulación es la dinámica del campo eléctrico como función del tiempo y se puede observar en la figura 4, en ella podemos estudiar la propagación del campo en diferentes tiempos y en cada una de las componentes, para mayor detalle del comportamiento del campo ver la figura 5, donde se muestra la propagación del campo en  $t=2.5$  y  $t=5$  donde el máximo se alcanza en 3.9 unidades arbitrarias y en la dirección x.



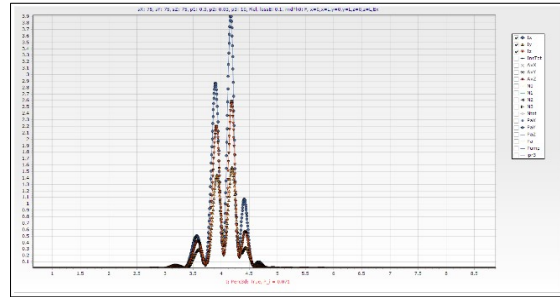
**Figura 3.** En esta figura normalizada, se muestra la dinámica poblacional de los átomos en los estados base y excitados como función del tiempo y también se puede observar las interacciones de los estados poblacionales intermedios.



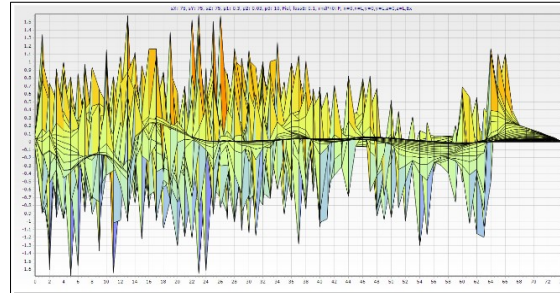
**Figura 4.** Propagación del campo eléctrico en un sistema de filtración 3D, se observa la dinámica del campo como función del tiempo en cada una de sus componentes, el campo comienza a generarse a tiempos mayores de  $t=3$  posteriormente va disminuyendo conforme se propaga en el sistema.

Para comprender como se propaga el campo en el medio de filtración 3D, el

programa nos ofrece poder visualizar el comportamiento del campo con diferentes perspectivas. Se tiene que el campo se propaga en el espacio como una onda viajera teniendo amplitudes positivas y negativas como se puede ver en la figura 6, mientras que en la figura 7 se aprecia a la onda electromagnética propagándose en la tres componentes, comenzando la propagación en el plano amarillo que se muestra en dicha imagen.



**Figura 5.** Detalle de la propagación del campo entre  $t=3$  y  $t=5$  con una intensidad máxima de 3.9 para la componente x, mientras que para las otras dos componentes su máximo se alcanza en 2.6 y 1.6.



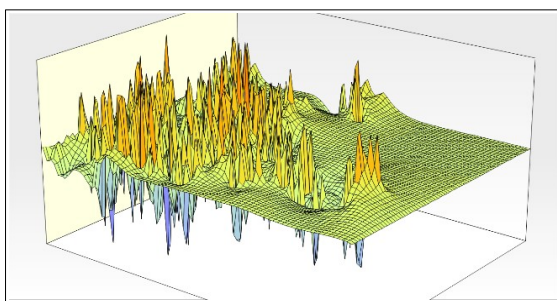
**Figura 6.** Visualización del campo eléctrico en un plano del sistema de filtración 3D, podemos identificar en amarillo las amplitudes positivas del campo generado y las amplitudes negativas con azul. Es importante notar que conforme se propaga el campo hacia la derecha este va disminuyendo su amplitud.

#### 4. CONCLUSIONES

De acuerdo con el trabajo de investigación podemos concluir que:

1. Estudiamos el efecto láser sin espejos en un sistema 3D lleno de medios activos compuesto por emisores de luz excitados de manera no coherente.

2. Simulamos la dinámica del tiempo y los espectros de salida láser en estructuras desordenadas aleatoriamente.



**Figura 7.** Perspectiva 3D del comportamiento del campo generado por el sistema de filtración para apreciar la complejidad del campo irradiado por los nano emisores. Representado con amarillo las amplitudes positivas y con azul las amplitudes negativas.

3. En nuestra investigación consideramos nano estructuras ópticamente no lineales, complejas y que no existe ninguna solución analítica para estudiar el comportamiento óptico.
4. De acuerdo con el objetivo planteado, el estudio ha sido exitoso. En virtud de lo estudiado, ahora sabemos que es posible resolver numéricamente la generación del campo de láser con el método de Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo (FDTD) en 3D y los paquetes numéricos modernos Microsoft Visual Studio (Visual C#).
5. La investigación indica que para láseres compuesto con nano emisores de 4 niveles es posible estudiar teóricamente la dinámica del tiempo y los espectros de salida de láser, esto nos permitirá llevar el presente trabajo a la parte experimental y así poder ampliar el campo de estudio y aplicaciones tecnológicas.
6. Producto de estos estudios la investigación realizada indica que, para láseres compuesto por nano emisores de 4 niveles, es posible estudiar teóricamente la dinámica del tiempo y los espectros de salida de láser y permite llevar el presente trabajo a la parte experimental y así poder ampliar el campo de estudio y generar aplicaciones tecnológicas.

## 5. RECOMENDACIONES

Hasta este momento se ha encontrado la forma de estudiar el problema del láser aleatorio de 4 niveles numéricamente, el siguiente paso es realizar el experimento que involucre este tipo de láser. Es posible desarrollar aplicaciones con el láser aleatorio y las celdas nano solares con puntos cuánticos en materiales de tres dimensiones a base de cerámica, un par de ejemplos de posibles aplicaciones son: 1. Hacer un nano láser aleatorio sólido que permite la generación óptica sin espejos externos. 2. Mejora de celdas solares con alta eficiencia a base de micro y nano cerámicas.

En ambas aplicaciones los puntos cuánticos se utilizan como acumulador de energía, que puede convertirse en radiación electromagnética o corriente eléctrica. El producto de esta investigación tiene grandes perspectivas de generar energía limpia y renovable, debido a que los nano emisores (puntos cuánticos) se utilizan para la acumulación y la exposición del campo óptico, este trabajo tiene la posibilidad de ampliarse y aplicarse a otras innovaciones de gran importancia.

## AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue apoyado en parte por CONACYT (México) bajo la concesión No. A1-S-9201.

## REFERENCIAS

- [1] Wiersma, D., van Albada, M., Lagendijk, A. Random laser?. *Nature* 373, 203-204 (1995). doi: [10.1038/373203b0](https://doi.org/10.1038/373203b0).
- [2] Cao, H., Zhao, Y. G., Ho, S. T., Seelig, E. W., Wang, Q. H., Chang, R. P. H. Random laser action in semiconductor powder. *Physical Review Letters* (1999) , 82(11), 2278. doi: [10.1103/PhysRevE.54.4256](https://doi.org/10.1103/PhysRevE.54.4256).
- [3] Wang, L., Zhu, S. J., Wang, H. Y., Qu, S. N., Zhang, Y. L., Zhang, J. H., Sun, H. B. Common origin of green luminescence in carbon nanodots and graphene quantum dots. *ACS Nano* (2014), 8(3), 2541-2547. doi: [10.1021/nm500368m](https://doi.org/10.1021/nm500368m).

- [4] Wen, X., Yu, P., Toh, Y. R., Ma, X., Tang, J. On the up-conversion fluorescence in carbon nanodots and graphene quantum dots. *Chemical communications* (2014), 50(36), 4703-4706. doi: [10.1039/C4CC01213E](https://doi.org/10.1039/C4CC01213E).
- [5] Letokhov, V. S. Quantum statistics of multi-mode radiation from an ensemble of atoms. *Sov. Phys. JETP* (1968), 26, 835-840.
- [6] Cao, H., Zhao, Y. G., Ho, S. T., Seelig, E. W., Wang, Q. H., Chang, R. P. H. Random laser action in semiconductor powder. *Physical Review Letters* (1999), 82(11), 2278. doi: [10.1103/PhysRevLett.82.2278](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.82.2278).
- [7] Frolov, S. V., Vardeny, Z. V., Yoshino, K., Zakhidov, A., Baughman, R. H. Stimulated emission in high-gain organic media. *Physical Review B* (1999), 59(8), R5284. doi: [10.1103/PhysRevB.59.R5284](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.59.R5284).
- [8] Lawandy, N. M., Balachandran, R. M., Gomes, A. S. L., Sauvain, E. Laser action in strongly scattering media. *Nature* (1994), 368(6470), 436-438. doi: [10.1038/368436a0](https://doi.org/10.1038/368436a0).
- [9] Meng, X., Fujita, K., Murai, S., & Tanaka, K. Coherent random lasers in weakly scattering polymer films containing silver nanoparticles. *Physical Review A* (2009), 79(5), 053817. doi: [10.1103/PhysRevA.79.053817](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.79.053817).
- [10] Tiwari, A. K., Shadak Alee, K., Uppu, R., & Mujumdar, S. Single-mode, quasi-stable coherent random lasing in an amplifying periodic-on-average random system. *Applied Physics Letters* (2014), 104(13), 131112. doi: [10.1063/1.4870631](https://doi.org/10.1063/1.4870631).
- [11] Zyuzin, A. Y. Transmission fluctuations and spectral rigidity of lasing states in a random amplifying medium. *Physical Review E* (1995), 51(6), 5274. doi: [10.1103/PhysRevE.51.5274](https://doi.org/10.1103/PhysRevE.51.5274).
- [12] John, S., Pang, G. Theory of lasing in a multiple-scattering medium. *Physical Review A* (1996), 54(4), 3642. doi: [10.1103/PhysRevA.54.3642](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.54.3642).
- [13] Vanneste, C., Sebbah, P., Cao, H. Lasing with resonant feedback in weakly scattering random systems. *Physical Review Letters* (2007), 98(14), 143902. doi: [10.1103/PhysRevLett.98.143902](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.98.143902).
- [14] Uppu, R., Mujumdar, S. Lévy exponents as universal identifiers of threshold and criticality in random lasers. *Physical Review A* (2014), 90(2), 025801. doi: [10.1103/PhysRevA.90.025801](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.90.025801).
- [15] Wiersma, D. S. The physics and applications of random lasers. *Nature physics* (2008), 4(5), 359-367. doi: [10.1038/nphys971](https://doi.org/10.1038/nphys971).
- [16] John, S. Electromagnetic absorption in a disordered medium near a photon mobility edge. *Physical Review Letters* (1984), 53(22), 2169. doi: [10.1103/PhysRevLett.53.2169](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.53.2169).
- [17] Anderson, P. W. The question of classical localization A theory of white paint?. *Philosophical Magazine B* (1985), 52(3), 505-509. doi: [10.1080/13642818508240619](https://doi.org/10.1080/13642818508240619).
- [18] Lagendijk, A., Van Albada, M. P., van der Mark, M. B. Localization of light: The quest for the white hole. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* (1986), 140(1-2), 183-190. doi: [10.1016/0378-4371\(86\)90219-0](https://doi.org/10.1016/0378-4371(86)90219-0).
- [19] Conti, C., Fratocchi, A. Dynamic light diffusion, three-dimensional Anderson localization and lasing in inverted opals. *Nature Physics* (2008), 4(10), 794-798. doi: [10.1038/nphys1035](https://doi.org/10.1038/nphys1035).
- [20] Burlak, G., Diaz-de-Anda, A., Karlovich, Y., Klimov, A. B. Critical behavior of nanoemitter radiation in a percolation material. *Physics letters A* (2009), 373(16), 1492-1499. doi: [10.1016/j.physleta.2009.02.044](https://doi.org/10.1016/j.physleta.2009.02.044).
- [21] Taflove, A., Hagness, S. C., Picket-May, M. Computational electromagnetics: the finite-difference time-domain method. *The Electrical Engineering Handbook* (2005), 3, 629-670. doi: [10.1016/B978-012170960-0/50046-3](https://doi.org/10.1016/B978-012170960-0/50046-3).
- [22] Siegman, A. E. Lasers. University science books. (1986).
- [23] Jiang, X., Soukoulis, C. M. Time dependent theory for random lasers. *Physical review letters* (2000), 85(1), 70. doi: [10.1103/PhysRevLett.85.70](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.85.70).

## ACERCA DE LOS AUTORES



### Dr. Gennadiy Burlak,

CIICAp de la UAEM. El

Dr. Gennadiy Burlak ha trabajado como

catedrático en la

Universidad Nacional de Kiev, en el

Departamento de Física

Teórica. Tiene los grados de doctor en: Ph. D.

y D. of Sc. Desde 1998 es Profesor-

Investigador Titular "C" del Centro de

Investigaciones en Ingeniería y Ciencias

Aplicadas (CIICAp) de la Universidad

Autónoma del Estado de Morelos (UAEM). Es

miembro del SNI desde 2000 y actualmente

tiene el nivel III. El Dr. Burlak es autor y

coautor de 14 libros y capítulos de libros y 170

artículos en revistas internacionales. Ha

participado en más de 170 ponencias en

Congresos Nacionales e Internacionales. Bajo

de su dirección se han graduado: 16 tesis de

doctorado, maestría y licenciatura. Ha

impartido cursos de electromagnetismo,

ecuaciones derivadas parciales y métodos

numéricos en el posgrado y licenciatura del

CIICAp de la UAEM. Es miembro de la

Academia de Ciencias de Morelos (ACMOR)

de American Physical Society. Se ha

desempeñado como evaluador, árbitro del

CONACyT y como referí de varias revistas

internacionales como lo son: Phys.Rev.Lett.,

Chaos, JVSTA, MMA, PIER, entre otros. Sus

temas principales de investigación son: Micro-esféricas multi-capas, Optimización de radiación óptica en nano-estructuras, Dinámica no-lineal del Bose-Einstein condensate, Aplicaciones de redes neuronales en física cuántica y transición de fases en sistemas sólidos.



**Mtro. Jesús Jonathan Martínez Ocampo.**

El Mtro. Jesús Jonathan Martínez Ocampo en el año 2018 obtiene el grado de Licenciatura en Ciencias con área terminal en Física en la Universidad Autónoma del

Estado de Morelos, en el 2021 obtiene el grado de Maestría en Ingeniería y Ciencias Aplicadas con mención honorífica por la Universidad Autónoma del Estado de Morelos, actualmente colabora como docente en la preparatoria La Salle Cuernavaca y en la Universidad Americana de Morelos. Desde el año 2014 ha trabajado como docente logrando mención honorífica nacional para Morelos en el XXIV concurso nacional de aparatos y experimentos de física y se obtiene primer lugar estatal en el 5to. concurso de aparatos y experimentos de física en Morelos, México. Ha impartido cursos de física, cálculo, laboratorio de física y múltiples asignaturas de las ciencias exactas y naturales a nivel medio superior, superior y posgrado. Actualmente se encuentra inscrito y cursando el Doctorado en Ingeniería y Ciencias Aplicadas de la Universidad Autónoma del Estado de Morelos, su tema principal de investigación es el estudio del campo óptico generado en sistemas 3D con nano emisores distribuidos aleatoriamente.