



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL
ESTADO DE MORELOS

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MORELOS

FACULTAD DE CONTADURÍA, ADMINISTRACIÓN E INFORMÁTICA
MAESTRÍA EN OPTIMIZACIÓN Y CÓMPUTO APLICADO

**Caracterización de estrés de árboles a través de la dimensión fractal de
sus hojas**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRÍA EN OPTIMIZACIÓN Y CÓMPUTO APLICADO

PRESENTA

LIA NATASHA PACHECO SÁNCHEZ

DIRECTOR DE TESIS

DR. LUIS MANUEL GAGGERO SAGER

CO-DIRECTOR

M.O.C.A. IVONNE MIRANDA SOTO

REVISORES:

M.O.C.A. MOHAMMED MINIYA

DR. OUTMANE OUBRAM

DR. FEDERICO ALONSO PECINA

M.O.C.A. IVONNE MIRANDA SOTO

DR. LUIS MANUEL GAGGERO SAGER



Facultad de Contaduría,
Administración e Informática

CUERNAVACA, MORELOS.

ENERO, 2024

AGRADECIMIENTOS

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONAHCyT) por la beca que se me otorgo y me permitió realizar mis estudios de maestría y continuar en este camino de aprendizaje y de formación profesional.

A la facultad de contaduría, administración e informática por tantos años de aprendizaje, mi permanencia dentro de la facultad y de la UAEM siempre me ayudó a contar con un espacio adecuado que enriqueciera mi formación académica.

Agradezco especialmente a mi asesor de tesis el Dr. Luis Manuel Gaggero Sager por su tiempo y todo el conocimiento brindado, siempre con la mejor actitud y un entendimiento increíble, de igual manera a mi coasesora de tesis, MOCA. Ivonne Miranda Soto quien siempre me brindo más de la ayuda necesaria y mucho de su tiempo.

Un sincero agradecimiento a mis profesores, al Dr. José Alberto Hernández, por una enseñanza muy profesional, por aportarnos siempre parte de su experiencia y dar palabras de aliento.

A todas las personas que contribuyeron de alguna manera al presente trabajo y a la posibilidad de continuarlo.

DEDICATORIA

Dedico este trabajo a mi madre, Dalila, quien toda mi vida se esforzó en que yo continuara siempre mis estudios. Te agradeceré toda la vida.

A Alexis, quien me ayudó y siempre ha sido mi apoyo.

A mis compañeros, por las conversaciones estimulantes, y los momentos que compartimos juntos.

A mí, y a todos aquellos que pensaron que no sería capaz, ahora veo que lo fui.

ÍNDICE

RESUMEN.....	1
ABSTRACT	2
CAPÍTULO I.....	3
1. INTRODUCCIÓN.....	3
1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	4
1.2 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA	5
1.3 JUSTIFICACIÓN	6
1.4 OBJETIVO GENERAL	7
1.5 OBJETIVOS PARTICULARES.....	7
CAPITULO II.....	9
2. CONCEPTOS GENERALES.....	9
2.1 GÉNERO QUERCUS	9
2.2 CLASIFICACIÓN TAXONÓMICA DE QUERCUS	11
2.3 FISIOLOGÍA DE LAS HOJAS DE <i>QUERCUS</i>	11
2.4 ESTRÉS VEGETAL	12
2.5 ESTRÉS EN ÁRBOLES	14
2.6 GEOMETRÍA FRACTAL.....	15
2.7 GEOMETRÍA FRACTAL APLICADA A LA BIOLOGÍA	16
2.8 FRACTAL.....	16
2.8.1 TIPOS DE FRACTALES.....	17
2.9 DIMENSIÓN FRACTAL.....	17
2.10 ALGORITMO DE CONTEO DE CAJAS	19
2.11 PROCESAMIENTO DE IMÁGENES.....	19

2.12 FILTROS PARA TRATAMIENTO DIGITAL DE IMÁGENES	20
2.13 FRACLAC E IMAGEJ.....	22
2.14 ESTADO DEL ARTE	23
CAPÍTULO III.	27
3. METODOLOGÍA	27
3.1 SITIOS DE COLECTA DE HOJAS	27
3.2 COLECTA Y MANEJO DE HOJAS.....	29
3.3 CAPTURA DE FOTOGRAFÍAS Y TRATAMIENTO DE IMAGEN.....	31
3.4 MEDICIÓN DE LA DIMENSIÓN FRACTAL	37
3.5 ANÁLISIS ESTADÍSTICO	38
3.6 VALIDACIÓN DE LAS MEDICIONES.....	40
4. RESULTADOS	40
5. CONCLUSIÓN Y DISCUSIÓN	46
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	48

RESUMEN

La dimensión fractal es una medida de la irregularidad y la complejidad de una estructura, y se utiliza comúnmente en la caracterización de formas naturales, como las hojas de plantas. Esta investigación se centra en determinar la dimensión fractal de las hojas de árboles como un indicador de estrés en comparación entre dos grupos de árboles: uno sometido a estrés y otro en condiciones normales.

La hipótesis subyacente es que las hojas de las plantas con estrés pueden mostrar cambios en su estructura fractal en comparación con las que no. Los resultados de algunos estudios en plantas indican que, las hojas de las plantas sometidos a estrés presentan una dimensión fractal significativamente diferente en comparación con las hojas de las plantas en condiciones normales. Esto sugiere que las hojas de los árboles pueden llegar a tener un comportamiento similar al cambiar su estructura en respuesta al estrés ambiental. Estos cambios podrían incluir una mayor irregularidad en la forma de las hojas o bordes, sin embargo, la respuesta de las estructuras de los árboles ante situaciones adversas nos demuestra que a pesar de no tener cambios en la estructura se puede seguir utilizando la dimensión fractal como una herramienta de medición que muestra de nuevo que existe una relación botánica, ahora entre la estructura de la hoja del árbol y su dimensión fractal.

La investigación destaca la importancia de considerar las condiciones del árbol al evaluar su salud y bienestar. La dimensión fractal de las hojas podría ser una herramienta útil para monitorear el estrés en los árboles, además, estos hallazgos podrían tener implicaciones importantes para la ecología y la gestión forestal, ya que la salud de los árboles es crucial para la biodiversidad y la calidad del entorno natural. En resumen, la dimensión fractal de las hojas de los árboles proporciona un indicador valioso para evaluar su respuesta al estrés y promover su conservación y manejo sostenible.

Palabras clave: *Dimensión fractal, Fitoestructuras, Irregularidad.*

ABSTRACT

Fractal dimension is a measure of the irregularity and complexity of a structure, and is commonly used in the characterization of natural shapes, such as tree leaves. This research focuses on determining the fractal dimension of tree leaves as an indicator of stress in comparison between two groups of trees: one under stress and the other under normal conditions.

The underlying hypothesis is that leaves of plants under stress can show changes in their fractal structure compared to plants under ideal conditions. The results of some studies in plants indicate that, indeed, the leaves of plants subjected to stress present a significantly different fractal dimension compared to the leaves of plants under normal conditions. This suggests that tree leaves may exhibit similar behavior by changing their structure in response to environmental stress. These changes could include a greater irregularity in the shape of the leaves or edges, however the response of the tree structures to adverse situations shows us that despite not having changes in the structure, the fractal dimension can continue to be used as a measurement tool that shows again that there is a botanical relationship, now between the structure of the tree leaf and its fractal dimension.

The research highlights the importance of considering the condition of the tree when evaluating its health and well-being. The fractal dimension of leaves could be a useful tool for monitoring stress in trees, furthermore, these findings could have important implications for forest ecology and management, as tree health is crucial for biodiversity and quality of the natural environment. In summary, the fractal dimension of tree leaves provides a valuable indicator to evaluate their response to stress and promote their conservation and sustainable management.

Keywords: Fractal dimension, Phytostructures, Irregularity.

CAPÍTULO I.

1. INTRODUCCIÓN

En los últimos años, la comprensión de la relación entre las plantas y su ambiente ha sido un tema de gran interés en la biología vegetal, lo cual se ve reflejado en una gran cantidad de publicaciones científicas referentes al tema. Una de las áreas más relevantes de investigación es el estrés ambiental y cómo afecta a las plantas, en particular a la estructura y morfología de sus hojas. El género *Quercus* de la familia Fagaceae, también llamados encinos o robles constituyen uno de los grupos de árboles y arbustos más importantes, en términos económicos y ecológicos de las zonas templadas del hemisferio norte (Nixon, 1993), pero es importante mencionar que además el género presenta una amplia distribución geográfica, al igual que amplia capacidad de adaptación a diferentes condiciones ambientales, factor que lo hace un modelo de estudio ideal para investigar el estrés vegetal.

Cuando las plantas se encuentran sujetas a condiciones ambientales que se desvían considerablemente de las normales, los organismos experimentan estrés, el estrés se define normalmente como un factor externo que ejerce una influencia negativa sobre la planta, y puede ser generado por un agente biótico como abiótico, Ekanayake (1993) y Taiz, L.; Zeiger, E. (2006). Generalmente estas desviaciones de las condiciones óptimas para la planta producen cambios a distintos niveles funcionales, tanto ambientales como fisiológicos, que pueden ser reversibles o no.

Algunos estudios han mencionado que el estrés vegetal puede afectar estructuras vegetativas, tal como lo son las hojas de los árboles, incluyendo cambios en el tamaño, la forma, la textura y la densidad de los tejidos foliares. Sin embargo, los mecanismos precisos detrás de estos cambios no se

comprenden completamente, y aún hay mucho por explorar en términos de la relación entre el estrés y la estructura, particularmente para este proyecto, el género *Quercus*.

El estudio de la naturaleza y la observación de patrones geométricos en la misma, fueron fundamentales en el desarrollo de la geometría fractal, que se formalizó en el siglo XX gracias al trabajo de Benoit Mandelbrot. Hoy en día, la geometría fractal y su relación con la naturaleza se han convertido en un campo de investigación interdisciplinario, que abarca desde la biología hasta la informática, la física y la ingeniería. La geometría fractal ha brindado una mejor comprensión de los patrones y de la complejidad de la naturaleza identificando una serie de formas llamadas fractales, formalmente un fractal por definición es un conjunto cuya dimensión de Hausdorff-Besicovitch es estrictamente mayor que su dimensión topológica (Mandelbrot, 1983). Por ejemplo, la exploración de la geometría fractal en plantas ha permitido una mejor comprensión de la complejidad y la belleza de la naturaleza, así como la creación de modelos matemáticos para simular y entender la estructura de los árboles y las hojas.

En este sentido, la dimensión fractal se puede utilizar para cuantificar la complejidad de la estructura de las hojas de *Quercus* y proporcionar información valiosa sobre cómo las plantas responden al estrés ambiental. De acuerdo con Soto, I.M. (2021) al estudiar una especie en dos situaciones diferentes (hábitat), pueden presentarse diferencias significativas en su biología. Y la dimensión fractal puede ser una herramienta eficaz para determinar algún tipo de estrés (físico, químico o biótico) en especies vegetales.

1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Morelos es un estado con una gran diversidad ambiental, entre ellas la riqueza de especies vegetales, y, con relación con su diversidad a nivel de ecosistemas, presenta tres zonas ecológicas y

siete tipos diferentes de vegetación: bosque de *Quercus*, bosque tropical caducifolio, bosque de coníferas, bosque mesófilo de montaña, vegetación acuática, bosque de galería y pastizal y zacatonal.

Su biodiversidad y diversidad ambiental actualmente enfrenta varias amenazas resultantes de las diferentes actividades de la población, desde la extracción ilegal de vida silvestre hasta el cambio climático. En consecuencia, diversos factores externos (factores bióticos, abióticos, ambientales) pueden afectar la biología de las plantas, lo que llamamos estrés vegetal.

Recientemente en 2021 Soto, I.M. demostró para el género *Bougainvillea* que existe relación entre el estrés y la dimensión de las nervaduras de las hojas. Sin embargo, la metodología que se planteo ha sido únicamente utilizada en este género, por lo cual ha sido necesario complementar la investigación sobre el uso de la dimensión fractal para la caracterización de estrés, en otro género vegetal.

1.2 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

México es un país privilegiado; sin embargo, la falta de conocimiento sobre la susceptibilidad de sus recursos forestales es el principal obstáculo para implementar políticas orientadas a mitigar las consecuencias negativas de algunos tipos de estrés. Durante el proceso evolutivo, las plantas han desarrollado mecanismos de tolerancia y resistencia al estrés que permiten respuestas reguladoras para restablecer la homeostasis celular o actuar para reducir los efectos nocivos. El conocimiento de los efectos del estrés abiótico se basa principalmente en estudios realizados en especies modelo y en especies agrícolas como *Arabidopsis thaliana* (L.) Heynh. (arabidopsis), *Nicotiana tabacum* L. (tabaco), *Oryza sativa* L. (arroz), *Triticum aestivum* L. (trigo), *Zea mays* L. (maíz o maíz), entre otros. Sin embargo, la información sobre la biología molecular y fisiología de las especies forestales en

condiciones de estrés es limitada, incluso inexistente para un gran número de especies, como es el caso de los recursos forestales de México, (Espinoza, Vallejo-Reyna, 2019).

Aún son pocas las investigaciones sobre la aplicación de la dimensión fractal en las especies vegetales, por lo cual una investigación sobre el análisis fractal realizado en un género diferente a *Bougainvillea*, puede complementar la caracterización vegetal a través de la dimensión fractal y puede ayudar a comprender algunos aspectos del estrés vegetal.

Específicamente el conocimiento del género *Quercus* en México es aún limitado debido a diversos problemas, según especialistas del grupo. Y se necesitan realizar más estudios en torno a este importante género, (A. S. G. Valencia, 2004), dentro de lo que sí se conoce, sabemos que este género desempeña funciones ecológicas importantes, tales como reguladores ambientales, reductores de erosión del suelo, hábitat de numerosas especies, entre otras (Torres *et al.*, 2019). Por lo que realizar estudios sobre la relación de su dimensión fractal y estrés vegetal, ayuda a complementar información relevante sobre aspectos biológicos y ecológicos.

1.3 JUSTIFICACIÓN

Los bosques encinares tienen un valor ecológico importante, ya que intervienen en la captación de agua y formación de suelo (Romero y Rojas, 2009), además de contribuir al mantenimiento de la biodiversidad y establecer una gran diversidad de interacciones ecológicas con hongos, plantas epífitas, animales vertebrados e invertebrados (Sáenz Jiménez, 2010).

La aplicación de modelos climáticos para analizar la vulnerabilidad de los ecosistemas en México ha demostrado que los bosques de coníferas y encinos estarían entre los tipos de vegetación más afectados por el cambio climático (Viller-Ruiz y Trejo-Vázquez, 1997; Galicia, 2014). Además, se tiene el reporte de que, en 1973, el sur de la Ciudad de México albergaba una extensión de 12 855

ha de bosque de encino. Para el año 2000 sólo quedaban 3956 ha de este tipo de vegetación, lo que supone una pérdida de casi el 70% (Sorani, 2003). Además, desde el punto de vista antropogénico, varias especies de encino tienen importancia económica por la calidad de su madera, dado que ésta es durable, resistente y versátil en el acabado (Romero y Rojas, 2009). Se estima que en México la madera de encino ocupa el segundo lugar de aprovechamiento, después del pino (Corona, 2011). En el estado de Morelos, la zona templada y en donde se incluyen los bosques de encino ha sido menos estudiada, aun cuando está representada por 1 695.7 ha en buen estado de conservación y 227.9 ha con algún grado de perturbación (De Áreas Naturales Protegidas, 2005).

En la biotecnología se han desarrollado sistemas de análisis de imágenes basados en microcomputadoras para estudiar imágenes de especímenes con propósitos de clasificación, caracterización, seguimiento, control y cuantificación. (Jiménez C., 2005). Por lo anterior, llevar a cabo un análisis de imágenes para estimar la dimensión mediante los métodos fractales pueden proporcionar una herramienta eficiente disponible para describir y predecir patrones ecológicos a múltiples escalas, lo que incluso podría ser aplicable y de gran aporte a la conservación biológica.

1.4 OBJETIVO GENERAL

Establecer una relación biológica entre la dimensión fractal y las fitoestructuras (contorno y nervaduras) en una especie del género *Quercus* (Encino).

1.5 OBJETIVOS PARTICULARES

- Caracterizar la morfometría de las nervaduras de las hojas, utilizando tratamiento digital de imágenes.

- Formular un algoritmo para el tratamiento de imágenes digitales correspondientes a las hojas.
- Identificar y establecer valores de la dimensión fractal de las hojas de *Quercus* (Encino)

CAPITULO II.

2. CONCEPTOS GENERALES

2.1 GÉNERO QUERCUS

De acuerdo con la botánica sistemática, que es aquella parte de la ciencia que tiene por objeto dar a las plantas una ordenación o arreglo tal, que permita hallar su nombre y verdadero lugar en el conjunto de vegetales conocidos, que exprese sus mutuas relaciones, que dé a conocer sus propiedades y finalmente que represente su historia con prontitud y fidelidad, (L. Doyére *et al*, 2012), en esta se incluye la disciplina de Taxonomía, que trata del estudio de la clasificación, en un taxón dado se permite el acceso a la información que existe sobre él, lo cual es valioso en especies, las cuales son un grupo de poblaciones cuyos miembros tienen la capacidad de cruzarse entre sí en la naturaleza y tener descendientes fértiles. (Vázquez R., 2016), los géneros se forman por la reunión de especies que tienen entre semejanzas evidentes en su organización interior y en sus formas exteriores (L. Doyére *et al*, 2012).

En lo que respecta a su origen y extensión el género *Quercus* dentro del continente americano, se extiende desde el oeste de Texas y sur de Arizona, Estados Unidos, hasta Chiapas, México. (CONABIO, 2006). Dentro del territorio mexicano, los estados con mayor diversidad de especies son Oaxaca, Nuevo León, Jalisco, Chihuahua y Veracruz. Las especies con distribución más amplia en nuestro país son *Q. candicans*, *Q. castanea*, *Q. crassifolia*, *Q. laeta*, *Q. microphylla*, *Q. obtusata* y *Q. rugosa*, (A. S. G. Valencia, 2004).

El género *Quercus* pertenece a la familia de las Fagaceae, la diversidad específica para *Quercus* en México equivale a casi una tercera parte respecto a la mundial. Altitudinalmente las especies de *Quercus* se desarrollan entre 0 y 3,500 m, pero son más frecuentes entre 1,000 y 3,000 m. (A. S. G. Valencia, 2004). Al género *Quercus* también llamado encinares, se reconocen por sus hojas duras, sus flores masculinas agregadas en estructuras colgantes llamadas amentos y porque sus frutos (bellotas) son nueces caracterizadas por tener una cúpula revestida con escamas en su parte basal (Rzedowski, 2001). La mayoría de las especies de encino son árboles de madera dura que alcanzan alturas de 15 a 60 m; sin embargo, también existen algunas especies arbustivas que miden entre 0.5 y 3 m. Algunas especies son caducifolias, es decir, pierden la mayoría de sus hojas durante una época del año (por ejemplo, *Quercus glaucoides* o *Quercus magnoliifolia*), mientras que otras permanecen con hojas durante todo el año (son perennifolias, muy típicos de lugares templados y húmedos), Valencia, (1995).

Dentro del estado de Morelos encontramos en segundo lugar con mayor extensión al género *Quercus*, con aproximadamente 4,356.13 ha (INEGI, 2016). El bosque de *Quercus* se distribuye en la zona norte, sur y suroeste del estado de Morelos, particularmente en los municipios de Cuernavaca, Amacuzac, Huitzilac, Puente de Ixtla, Tepalcingo y Tlaquiltenango, sobre terrenos de tipo cerril y en suelos profundos o delgados. Sin embargo, también llegamos encontrar especies en regiones tropicales, subtropicales e incluso en hábitats más secos (A. S. G. Valencia, 2004).

En los municipios del norte de Morelos las especies de encino dominantes son *Quercus rugosa*, *Q. candicans*, *Q. obtusata*, *Q. laurina*, *Q. castanea*, *Q. decipiens* y *Q. crassifolia*; en los municipios del sur-suroeste de Morelos, las especies más frecuentes son *Quercus glaucoides*, *Q. magnoliifolia*, *Q. rugosa* y *Q. elliptica* (COTECOCA, 1979; SPP, 1981; Boyás, 1992; Boyás *et al.*, 1993).

2.2 CLASIFICACIÓN TAXONÓMICA DE QUERCUS

La familia de las Fagaceae, se presenta una lista preliminar de 161 especies del género *Quercus* para México, ubicadas en tres secciones: 76 en la sección Lobatae (encinos rojos), 81 en la sección *Quercus* (encinos blancos) y cuatro especies en la sección Protobalanus (encinos intermedios). Se calcula que 109 especies son endémicas del país, de las cuales 47 pertenecen a la sección *Quercus*. (A. S. G. Valencia, 2004). En el Cuadro 1 se muestra la clasificación botánica.

TAXONOMÍA	
Reino	Plantae
División	Tracheophyta
Clase	Equisetopsida
Orden	Fagales
Familia	Fagaceae
Género	Quercus

Cuadro 1. Clasificación botánica de *Quercus* (Ávalos, 2023)

2.3 FISIOLÓGÍA DE LAS HOJAS DE QUERCUS

La hoja de los encinos presenta una amplia gama de variación, tanto respecto a sus dimensiones como en su margen, puede ser completamente liso como bastante espinoso entre otros

detalles. (Ver figura 1) Las hojas, de 3-7 cm, esclerófilas, coriáceas y elípticas. Son de anverso verde oscuro y de reverso grisáceo, recubierto de una fina pelusa, y con los márgenes espinosos dependiendo la subespecie.

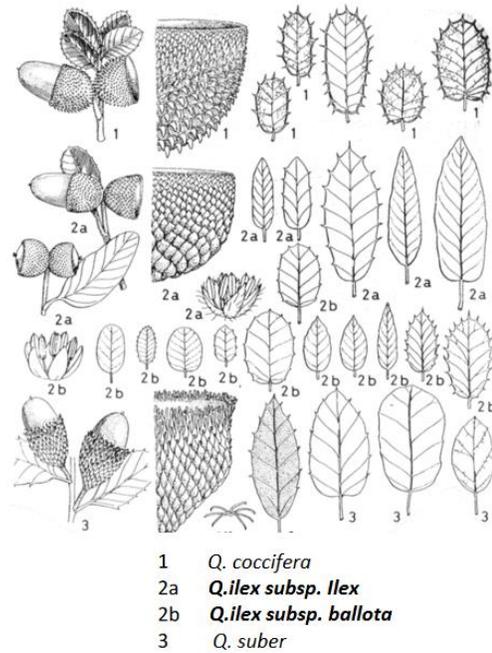


Figura 1. Ficha de la Flora Ibérica CSIC

2.4 ESTRÉS VEGETAL

La palabra estrés se deriva del griego *stringere* y significa restricción o fuerza que empuja, deformando un cuerpo. Cuando un factor externo ejerce una influencia negativa sobre la planta se le considera a esta en un estado de estrés. Se evalúa en función de la supervivencia, rendimiento, acumulación de biomasa, fotosíntesis u otros parámetros relacionados con los anteriores. Para otros autores, se trata del estado interno de la planta, que resulta de factores externos y que limita el mejor

funcionamiento de la misma. (J.F. Ledent, 2002). Dependiendo de la naturaleza del factor causante del estrés, se puede distinguir entre estrés biótico (producido por otros organismos) y estrés abiótico (producido por condiciones ambientales), (Salamanca, 2005).

Ciertas variables ambientales pueden condicionar el estado fisiológico y así los mecanismos de respuesta de la planta, entre estos factores de estrés ambiental los más destacables son: la temperatura, el agua y la luz. La escala de tiempo a la cual estos factores pueden generar el daño en la planta es variable. Algunos, como la temperatura y la luz pueden actuar de forma rápida, por ejemplo, el contenido de agua en el suelo puede tardar entre días a semanas, y algunos factores como la deficiencia en contenido de nutrientes del suelo pueden tardar meses en generar estrés. (Varela, S. y Weigandt, M., 2009).

A lo largo de la evolución las especies de plantas han desarrollado diferentes mecanismos para analizar su entorno y responder apropiadamente a él, con el fin de preservar su existencia. (Vargas-Hernández, *et al.*, 2017). Los estudios han demostrado que cuando las plantas son susceptibles al estrés ambiental adverso, a menudo se adaptan a los cambios ambientales ajustando sus características funcionales (Corpataux *et al.*, 2002; Kang *et al.*, 2007; McElwain *et al.*, 2016). Por ejemplo, cuando la planta se pone en contacto con el factor estresante tiene dos formas de percibir el estrés, la primera llamada “escape”, donde la especie es incapaz de evitarlo y queda confinada a regiones sin estrés o adapta su ciclo de vida a periodos favorables, la segunda forma en que percibe es llamada “resistencia”, donde la planta supera la situación de estrés, en este caso pueden suceder otros dos mecanismos, el de “tolerancia”, donde la planta es capaz de soportar la acción del factor de estrés, y el mecanismo de “evasión”, donde la planta es capaz de retrasar la acción del factor de estrés. (Varela, S. y Weigandt, M., 2009).

Algunos autores recientes mencionan que el estrés depende de la dosis, es decir que las respuestas al estrés no siguen un patrón lineal, y la administración moderada de un factor de estrés puede actuar como estimulante del rendimiento fisiológico, como explicó Lichtenthaler (1988), “*Un*

estrés leve puede activar el metabolismo celular, aumentar la actividad fisiológica de una planta y no causar ningún efecto dañino incluso en una duración prolongada. Tal estrés estimulante suave es favorable para la planta, esto se denomina “hormesis””.

2.5 ESTRÉS EN ÁRBOLES

Los árboles están expuestos a combinaciones de estrés que varían en duración y magnitud, específicamente, la investigación sobre los procesos involucrados en la adaptación y resistencia a condiciones adversas en las especies forestales avanza lentamente, ya que son altamente complejos e involucran largos ciclos de vida y grandes genomas. Dada la escasez de información sobre las especies de árboles, es imposible formular una descripción completa de los procesos anteriores en este grupo de organismos (Espinoza y Vallejo-Reyna, 2019). Los árboles tienen que hacer frente en su entorno a una multitud de formas de estrés naturales y antropogénicas. Condiciones de humedad y sequía pueden afectar la sanidad de los árboles, aunque la gravedad de los impactos depende de las características de los bosques, de las estructuras de edad y de la profundidad y tipo de suelos (Varela, S. y Weigandt, M., 2009).

Los mecanismos de resistencia a los estreses bióticos y abióticos son de especial importancia para las especies de árboles longevos, que son organismos sésiles, incapaces de escapar al empeoramiento de las condiciones ambientales. Dado que los árboles existen durante muchas décadas o incluso siglos en el mismo lugar, tienen que aclimatar su crecimiento y reproducción a las condiciones atmosféricas y pedoféricas en constante cambio. (Polle y Rennenberg, 2019)

2.6 GEOMETRÍA FRACTAL

La geometría fractal es una rama de las matemáticas que estudia las formas irregulares y complejas que se caracterizan por repetir un patrón a diferentes escalas. Estos conjuntos de estructuras son descritos a través de algoritmos computacionales y matemáticos, tienen como características fundamentales las propiedades de autosimilitud y la de estar conformados por dimensiones fraccionarias. La geometría euclidiana clásica se centra en formas y estructuras simples y regulares, y por ello la geometría fractal es una generalización a la geometría euclidiana.

El concepto proviene del latín *fractus*, que significa dividir, el cual permitía descubrir las formas de la naturaleza. No está basada en dimensiones de números enteros, con lo que se acerca a copiar a la naturaleza en su auto-similitud. (Montañez *et al*, 2009).

Actualmente tiene muchas aplicaciones en diversos campos, como la física, la biología, la informática, la visualización de datos, arte, diseño, entre muchos otros.

Para la computación, la geometría fractal proporciona un enfoque eficiente para la representación y generación de imágenes complejas y detalladas. Los algoritmos fractales se utilizan para generar paisajes realistas, texturas, fenómenos naturales y objetos complejos en los ordenadores. Los fractales han encontrado aplicaciones en el campo de la compresión de imágenes y datos. Los algoritmos de compresión fractal se basan en la idea de que una imagen o un conjunto de datos puede ser representado de manera eficiente mediante la descripción de sus patrones fractales subyacentes. Esto ha llevado al desarrollo de técnicas de compresión más eficientes y la reducción de la cantidad de datos necesarios para representar un conjunto de datos o una imagen. La geometría fractal también ha sido fundamental en la simulación de sistemas complejos y en la modelización de fenómenos naturales, permite generar estructuras y patrones realistas que se asemejan a los encontrados en la naturaleza y ha ampliado las posibilidades de la computación gráfica además de permitir la exploración de fenómenos naturales de manera más precisa y detallada.

2.7 GEOMETRÍA FRACTAL APLICADA A LA BIOLOGÍA

“Ni las nubes son esféricas, ni las montañas cónicas, ni las costas circulares, ni corteza es suave, ni tampoco el rayo es rectilíneo” (Mandelbrot, 1983), esta frase tan popular fue el inicio de cómo el matemático Mandelbrot creía que la geometría fractal, a diferencia de la geometría euclidiana, puede ser la forma matemáticamente más cercana que tenemos para describir la naturaleza, y en general, a la realidad.

Muchas estructuras biológicas exhiben propiedades de autosimilitud, es decir, presentan patrones similares a diferentes escalas. Por ejemplo, los sistemas vasculares, como los patrones de ramificación de los vasos sanguíneos o las estructuras bronquiales en los pulmones, muestran una organización fractal. Los fractales son útiles para caracterizar la forma y la estructura de los organismos vivos, desde las ramificaciones de los árboles y las formas de las hojas hasta los patrones de crecimiento de las colonias bacterianas. La geometría fractal permite medir la complejidad y la rugosidad de estas estructuras de manera cuantitativa, lo que facilita la comparación y el estudio de las diferencias y similitudes entre diferentes especies.

2.8 FRACTAL

Viene del término fraccional. Significa cualquier imagen que muestre el atributo de la autosimilitud. (Montañez *et al*, 2009). consta de fragmentos geométricos de orientación y tamaño variable, pero de aspecto similar, de ahí el término de autosimilitud, el cual, ya sea estricta geoméricamente o aproximada estadísticamente, lo importante es que el objeto esté formado por partes más pequeñas que se parezcan. Hay autosimilitud exacta cuando el fractal es idéntico en todas las escalas,

cuasi-autosimilitud cuando en los niveles menores se producen distorsiones y, autosimilitud estadística cuando se preservan con la escala medidas numéricas o estadísticas (Zamora, 2019). Esta propiedad de autosimilitud puede continuar infinitamente por muchos estados, como por ejemplo el conjunto de Mandelbrot.

2.8.1 TIPOS DE FRACTALES

Los fractales se pueden clasificar a partir del origen de su formación en: lineales, donde se obtienen a partir de figuras geométricas simples y se generan a partir de algoritmos lineales, complejos, donde necesitan millones de operaciones y por eso se requiere un computador para dibujarlos, órbitas caóticas, plasmas, autómatas celulares, etc., (Jaramillo y Mendieta, 2016), otros autores describen otros tipos de clasificación, tan solo como lineales o no lineales, también como clásicos, obtenidos mediante un proceso matemático euclídeo, o modernos, iterando infinitas veces una función de variable compleja y que no utiliza geometría euclídea (María *et al.*, 2005).

2.9 DIMENSIÓN FRACTAL

La dimensión fractal es un concepto clave en la geometría fractal, ya que va más allá de las dimensiones euclidianas enteras y permite cuantificar la complejidad y rugosidad de un fractal. Los fractales pueden tener dimensiones fractales no enteras.

El matemático alemán Félix Hausdorff definió de una manera intuitiva la dimensión que ahora lleva su nombre, posteriormente el matemático ruso Abram Samoilovich Besicovitch la formalizó.

La dimensión de Hausdorff de un objeto **X**, mide el número de conjuntos de longitud **L** que hacen falta para cubrir **X** por **L**. Esta dimensión se representa por la siguiente expresión:

$$S = L^{D_{HB}}$$

Donde:

S = Tamaño de la figura.

L = La escala de medición.

D_{HB} = Dimensión de Hausdorff-Besicovich.

Si despejamos **D_{HB}** utilizando logaritmos llegamos a la siguiente expresión:

$$D_{HB} = \log S / \log L$$

Que es la expresión común para el cálculo de la dimensión de Hausdorff-Besicovich. (Cadenas Calderón, E. C., 2020).

La definición sugerida por F. Hausdorff (1919) no es más que una definición logarítmica de la propiedad que un cuerpo para indicar la capacidad de este de rellenar el espacio donde está contenido de manera más efectiva que las formas geométricas tradicionales.

Al existir diferentes tipos de fractales existen diversas maneras de obtener su dimensión fractal también mediante diversos métodos, por ejemplo, el método de conteo de caja o también llamado *box-counting* que es un cálculo sencillo y de alta confiabilidad que muchos estudios han utilizado, el método de la dimensión fractal de correlación, el método de radio masa, entre otros métodos menos conocidos.

2.11 ALGORITMO DE CONTEO DE CAJAS

El método de conteo de cajas consiste en cubrir el objeto a medir con una malla regular con un tamaño de malla de arista formada por cubos encajados. Se cuenta el número total de cajas, y el número de cuadros de la malla que contienen cualquier parte del objeto, esto nos da un número, digamos N , el cual depende de cómo se haya escogido el tamaño s . Luego podemos escribir $N(s)$. Procedemos a cambiar s a tamaños progresivamente más pequeños, o sea se va variando la escala de la malla, haciéndola cada vez más pequeña, y repetimos el proceso.

Graficamos las mediciones en un diagrama: $\log N(s)$ vs. $\log(s)$ denotando al eje horizontal por $\log(s)$ y al eje vertical por $\log N(s)$, en dicha gráfica se obtiene un conjunto de puntos, se calcula la recta de regresión mediante el método de mínimos cuadrados de los puntos, se traza la línea del mejor ajuste a través de esos puntos y finalmente se calcula su pendiente, esta es la estimación de la dimensión fractal del objeto.

2.12 PROCESAMIENTO DE IMÁGENES

Una imagen se puede crear mediante un mapa de bits, en este método la imagen se divide en una matriz de pixeles, donde cada pixel es un pequeño punto. El tamaño del pixel depende de lo que se conoce como resolución. Por ejemplo, una imagen puede dividirse en 1000 pixeles o 10000 pixeles. En el segundo caso, aunque hay una mejor representación de la imagen (mejor resolución), se necesita más memoria para almacenarla. Después de dividir una imagen en pixeles, a cada pixel se le asigna un patrón de bits. El tamaño y el valor del patrón dependen de la imagen. Para una imagen formada sólo por puntos blancos y negros (por ejemplo, un tablero de ajedrez), un patrón de bits es suficiente para representar un pixel. Un patrón de 0 representa un pixel negro y uno de 1 representa un pixel

blanco. Luego los patrones se registran uno tras otro y se almacenan en la computadora, (Olvera *et al.*, 2014).

Una imagen en escala de grises es representada por una matriz bidimensional de $m \times n$ elementos en donde n representa el número de píxeles de ancho y el m el número de píxeles largo. Por otro lado, una imagen de color RGB es representada por una matriz tridimensional $m \times n \times p$, donde m y n tienen el mismo significado que para el caso de las imágenes de escala de grises, mientras que p representa el plano que para RGB puede ser 1 para el rojo (R), 2 para el verde (G) y 3 para el azul (B).

El ámbito del tratamiento digital de una imagen incluye todo aquel proceso, ya sea lógico o físico, que se aplique a una imagen. La necesidad de este tipo de procesamiento viene dada por la imposibilidad de tratar con imágenes puras (se entiende por puras aquellas imágenes que han sido introducidas al ordenador por cualquier medio electrónico pero que no hayan recibido ningún tratamiento computacional) lo cual obliga a realizar un preprocesado de éstas para así trabajar computacionalmente con ellas. Esta tarea constituye un ancho campo de acción, que abarca desde su adquisición, preprocesado, segmentación, descripción y reconocimiento, implicando hardware (aparatos para la adquisición de imágenes), software (desarrollo de métodos para extracción de bordes), y los desarrollos puramente teóricos (el desarrollo de la transformada de Fourier y sus estudios paralelos), (Cuevas, 2012).

2.13 FILTROS PARA TRATAMIENTO DIGITAL DE IMÁGENES

En el tratamiento digital de imágenes, se utilizan filtros y convoluciones para realizar diversas operaciones de procesamiento de imágenes, también transformaciones locales en una imagen como

mejora de la calidad, eliminación de ruido, detección de bordes, suavizado, realce de características y muchas otras aplicaciones.

Los filtros se utilizan para modificar las propiedades de una imagen, como su apariencia visual, contenido o características específicas. Algunos ejemplos comunes de filtros son los filtros de suavizado, de realce, de enfoque y de detección de bordes. La detección de bordes se utiliza en muchas aplicaciones de procesamiento de imágenes, particularmente en el sistema de reconocimiento y clasificación de objetos. La detección de bordes es el proceso de identificar puntos en una imagen digital en los que el valor del píxel (brillo) cambia bruscamente o tiene discontinuidades. La combinación de estos puntos se puede organizar como un conjunto de segmentos de líneas curvas conocidas como aristas. Las técnicas de detección de bordes están ganando popularidad debido a que son resistentes a las condiciones en las que la iluminación cambia abruptamente (Ahmad *et al.*, 2022).

La convolución es una operación matemática fundamental en el procesamiento de imágenes que se utiliza para aplicar filtros. Consiste en deslizar una matriz llamada "kernel" o "máscara" sobre la imagen original y calcular la suma ponderada de los valores de los píxeles correspondientes. El resultado de esta operación se coloca en un nuevo píxel en la imagen de salida.

El kernel utilizado en la convolución determina el tipo de filtro o efecto que se aplicará. Por ejemplo, un kernel de suavizado promedia los valores de los píxeles vecinos para producir un efecto de suavizado, mientras que un kernel de detección de bordes resalta las transiciones bruscas de intensidad en la imagen.

Algunos de los tipos más comunes de detección de bordes son, operadores de gradiente, estos operadores calculan las diferencias de intensidad entre los píxeles vecinos para encontrar las regiones donde hay un cambio significativo de intensidad. Los operadores de gradiente más conocidos son el operador de Sobel (es ampliamente utilizado debido a su simplicidad y eficacia en la detección de gradientes), el operador de Prewitt es relativamente económico en términos de cálculos porque se

activa en la convolución de la imagen con un filtro pequeño, separable y de valor entero con una rotación de 90 grados, (Ahmad *et al.*, 2022) y el operador de Roberts (utiliza dos máscaras o kernels para el cálculo de gradientes en direcciones diagonales opuestas, cada kernel tiene un tamaño de 2x2 y se aplica a la imagen mediante una convolución); otro tipo, es el operador de Laplaciano, este operador detecta cambios de segundo orden en la intensidad de los píxeles, es útil para detectar bordes más finos y detalles más sutiles en una imagen, el operador de Laplaciano a menudo se combina con un proceso de umbralización para obtener una imagen binaria de bordes.

Otros tipos más comunes de detección de bordes son los filtros de diferencia de Gaussiana, estos filtros aplican una convolución de la imagen original con una máscara de diferencia de Gaussiana para resaltar los cambios de intensidad en diferentes escalas, al utilizar diferentes desviaciones estándar en el filtro, se pueden detectar bordes en diferentes tamaños; y el detector de Canny, es un algoritmo popular para la detección de bordes, utiliza múltiples etapas, incluyendo el suavizado de la imagen con un filtro gaussiano, la búsqueda de gradientes y la aplicación de umbrales adaptativos para obtener bordes precisos y con baja respuesta al ruido.

2.14 FRACLAC E IMAGEJ

FracLac es un software de análisis de imágenes, desarrollado para la herramienta image J. Esta herramienta se utiliza para analizar objetivamente la complejidad y la heterogeneidad, así como algunas otras medidas de imágenes digitales binarias. Tiene una opción de escaneo de cuadrícula binaria global que aplica la técnica de conteo de cajas a través de una imagen. Calcula la dimensión fractal de un entorno de búsqueda complejo utilizando el procedimiento matemático.

2.15 ESTADO DEL ARTE

A lo largo de la historia, ha habido varias investigaciones importantes en el desarrollo y la comprensión de la geometría fractal, Benoît Mandelbrot, matemático polaco-francés, acuñó el término "fractal" para describir las formas y estructuras geométricas complejas que exhiben autosimilitud a diferentes escalas, desarrolló conceptos fundamentales, como la dimensión fractal y la autosimilaridad, para describir y analizar objetos y fenómenos fractales en la naturaleza y en la ciencia. Su libro "*The Fractal Geometry of Nature*" (1983) popularizó el concepto y su aplicación en diversos campos. Mandelbrot investigó y popularizó el conjunto de Mandelbrot, uno de los fractales más conocidos. El conjunto de Mandelbrot es un conjunto de puntos que se van generando mediante una iteración simple en el plano complejo. Este estudio reveló la riqueza y la belleza de los fractales.

Michael Barnsley, matemático británico, trabajó en el campo de los sistemas de funciones iteradas (IFS) y su aplicación en la generación de fractales. En 1988, propuso el algoritmo del helecho de Barnsley, que permite generar fractales conocidos como helechos fractales utilizando IFS. Su trabajo amplió las posibilidades de construcción y visualización de fractales.

Heinz-Otto Peitgen, matemático alemán, trabajó en la intersección de la geometría fractal y la teoría del caos. En la década de 1980 colaboró con Peter H. Richter en la publicación del libro "*The Beauty of Fractals*" (1986), que presentó una amplia gama de fractales y su aplicación en diversas disciplinas. Su trabajo contribuyó a difundir la belleza y el interés de los fractales en el ámbito científico y artístico.

A medida que las técnicas de tratamiento digital de imágenes se volvieron más accesibles, los investigadores comenzaron a utilizar imágenes digitales de plantas para analizar su estructura y aplicar métodos basados en la dimensión fractal. Estos métodos se realizaban usando la segmentación

de la imagen de la planta, la extracción de características relevantes, como la ramificación o la longitud de los tallos, y el cálculo de la dimensión fractal para caracterizar la complejidad de la planta.

Mehmet Bayirli *et al.*, (2015), estudiaron 10 especies de planta (incluida *Quercus*) obtuvieron sus dimensiones fractales de sus hojas mediante el método de conteo de cajas y compararon con los obtenidos del método y los valores exponenciales de la función de correlación densidad-densidad. Entonces por primera vez mostraron que existe una relación entre la dimensión fractal de la hoja y la densidad superficial de la imagen y se concluyó que, junto con otras medidas, las dimensiones fractales con función de densidad superficial podrían utilizarse como un nuevo enfoque al estudio taxonómico de las plantas.

Mr. K. Nithiyandhan y Mathpati (2016), realizaron un análisis detallado de la dimensión fractal de diferentes hojas medicinales mediante el uso de técnicas de procesamiento de imágenes, haciendo uso de la herramienta ImageJ mostraron que la dimensión fractal está mucho más relacionada con la complejidad de la forma que con el tamaño de las hojas.

Kolivand *et al.*, (2019) llevaron a cabo una nueva técnica de detección de venas de hojas para clasificación de especies de plantas en las que usan la detección de bordes, la eliminación de los límites de las hojas, la extracción de la curva, la producción de una imagen de normalización del tono y la fusión de imágenes para identificar las especies en dos conjuntos de datos diferentes, demostraron la efectividad del método presentado para el reconocimiento de formas con alta precisión. Una comparación precisa entre su método y otros existentes muestra su efectividad.

Zhang *et al.*, (2018) diseñaron un nuevo algoritmo compatible con un sistema hardware de extracción de nervaduras de hoja en 3D que puede obtener características normales de superficie independientes de la iluminación mediante la realización de una reconstrucción fotométrica estéreo, así como medidas de forma locales mediante la fusión del índice de forma desacoplado y las características de curvatura.

Patranganaru *et al.*, (2018) analizan como ejemplo de análisis de datos topológicos (TDA) 40 imágenes de hojas en las que utilizaron la detección de bordes, se realizó en MATLAB con métodos Sobel, Canny, Prewitt, Roberts y Log (cruce por cero) utilizando clasificación con SVM (*support vector machines*) obtuvieron una exactitud de 90 por ciento.

Swu *et al.*, (2020) realizan una clasificación de diferentes especies de plantas utilizando la herramienta de SVM en *Machine Learning*, mediante procesamiento de imágenes las prepara con filtro Gaussiano, extrae características de las hojas mediante PCA (Análisis de Componentes Principales), obteniendo un 95 por ciento de precisión.

Zhu J. *et al.*, (2020) propusieron un método novedoso aplicado a 9 especies de árboles para encontrar la nervadura de las hojas. Mediante el método de clasificación orientado a objetos remotos aplicado de manera integral en el campo de la investigación de sensores remotos y utilizando el software eCognition (no de libre uso) calcularon la densidad de la vena y demostraron que su método es más rápido y con mayor tasa de cálculo que herramientas como ImageJ.

Yang *et al.*, (2021) describieron un nuevo método que combinó una red neuronal de propagación hacia atrás y una red neuronal de función de base radial para identificar especies de árboles para probar la influencia de la forma y la textura en el reconocimiento de especies. La precisión de reconocimiento de diferentes clasificadores como KNN, SVM y BPNN, y su propuesta de la nueva red neuronal híbrida BP-RBF demostraron que puede mejorar la tasa de precisión del reconocimiento de hojas.

Ahmad *et al.*, (2022) desarrollaron un método de extracción de características de hojas usando Aprendizaje profundo. Los atributos de la hoja como el área de la hoja, el diámetro, la clorofila de la hoja y el nitrógeno de la hoja se calculan y analizan a través de CNN implementado en MATLAB. Utilizan detección de bordes combinando el operador Prewitt, posteriormente usa los filtros Sobel y

Canny. Analiza dos bases de datos con miles de imágenes para categorizar en hojas sanas o muertas.

La exactitud de su tasa de reconocimiento para su modelo propuesto es de casi el 98%.

CAPÍTULO III.

3. METODOLOGÍA

El presente capítulo detallará la metodología utilizada, basada en la metodología de “Análisis digital de imágenes” (González *et al.*, 2004) que consta de cinco fases principales, primero la adquisición de las imágenes, la cual se logra a través de la colecta de hojas, segundo el preprocesamiento, el cual es eliminando el fondo de la imagen, tercero es la segmentación, en este paso se extraen el contorno y nervadura de las hojas, el cuarto es la representación y descripción, en el cual debemos obtener los objetos y binarizarlos, y finalmente el reconocimiento e interpretación, que es obteniendo la imagen final deseada junto con su dimensión fractal.

3.1 SITIOS DE COLECTA DE HOJAS

Las muestras de hojas de *Quercus* se recolectaron en dos diferentes sitios localizados en Santa María Ahuacatlán, colonia que pertenece al municipio de Cuernavaca, Morelos.

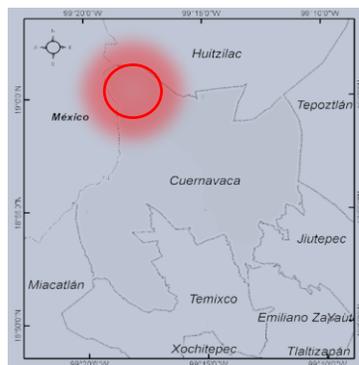


Figura 2. Zona de colecta en Cuernavaca

Las características del primer sitio a colectar es que es una zona urbana de la colonia Santa María Ahuacatlán, con la particularidad del lugar como pobre en suelo y alta circulación vehicular, además, con moderada circulación de peatones (ver Figura 3); el segundo sitio caracterizado por localizarse en una zona boscosa de Santa María Ahuacatlán, con suficiente suelo, alta humedad, sin tráfico vehicular y sin circulación de peatones (ver Figura 4).

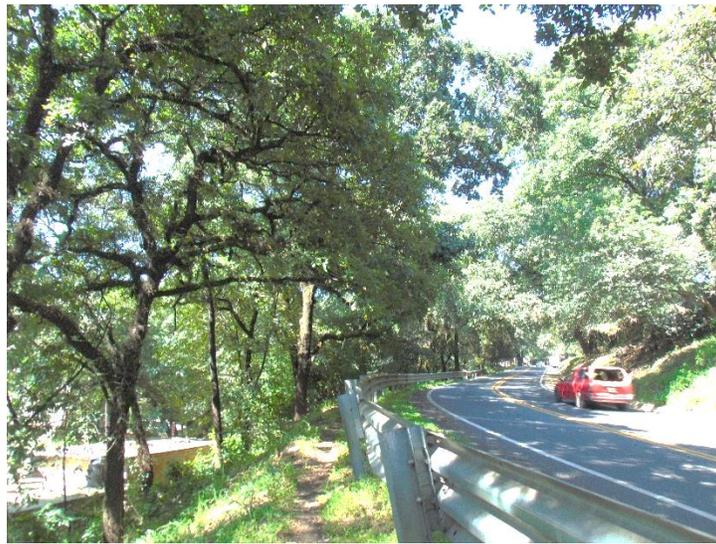


Figura 3. Primer sitio de colecta

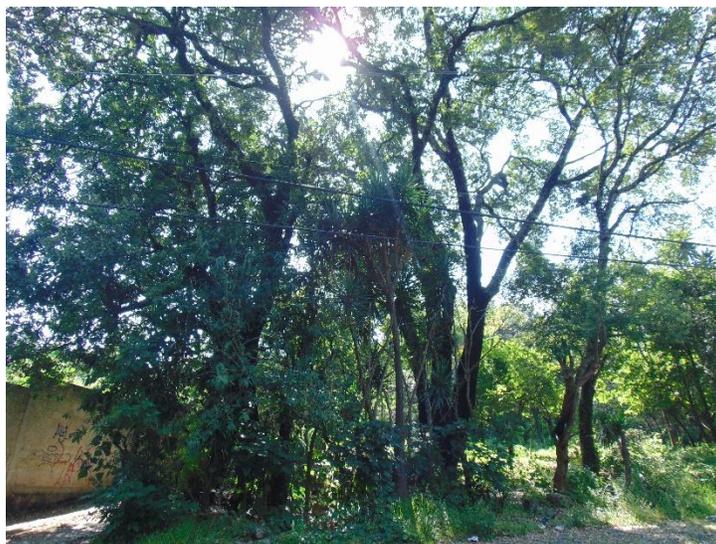


Figura 4. Segundo sitio de colecta

3.2 COLECTA Y MANEJO DE HOJAS

Una colecta se le llama al conjunto de todos los ejemplares de herbario, así como las muestras tomadas en un solo árbol o una sola planta. Una colecta siempre debe acompañarse con datos acerca de la colecta (por ejemplo, descripción del sitio).

Material de colecta:

- Una prensa botánica
- Periódico
- Cartón
- Escalera
- Tijeras



Figura 5. Prensa botánica



Figura 6. Tijeras

La colecta de las hojas se llevó a cabo en los sitios descritos a identificar la variedad de *Quercus* a utilizar, tomando en consideración que sean árboles ubicados en una altitud lo más similar posible, esto fue en 6840 pies de altitud.

Una vez identificados los árboles a utilizar para la colecta de hojas, se cortaron de cada sitio hojas que fueran completas, es decir, que no hayan tenido algún tipo de daño laminar, que tuvieran tamaños similares y del mismo grado de madurez, el número de hojas colectadas por sitio fue de 50 muestras.

Posteriormente se colocaron las hojas dentro de una prensa botánica de cartón para transportarlas sin causar ningún tipo de daño. Al realizar este prensado las hojas eliminan el agua y se conservan sin perder sus características principales, permitiendo conservar su aspecto lo más similar posible al que tienen en la naturaleza. Al prensar las hojas se colocaron en dirección inversa, es decir, se acomodaron con el haz hacia abajo.

La secuencia en la que se llevó a cabo la colocación de las muestras en la prensa es la siguiente:

- 1) Cartón
- 2) Papel periódico
- 3) Hojas de *Quercus*
- 4) Papel periódico
- 5) Cartón

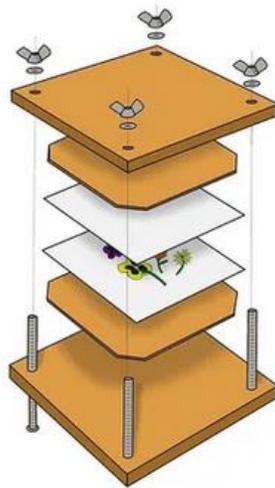


Figura 7. Uso de la prensa botánica

Al finalizar el prensado de las hojas se realizaron las anotaciones correspondientes, tal como sitio de colecta, número de hoja y fecha (día, mes y año). Posteriormente, las hojas se lavaron con agua corriente para retirar impurezas, colocándolas inmediatamente en una prensa nueva de la misma forma que fue descrito con anterioridad, con la excepción de que aquellas que fueron colectadas en el sitio 1 fueron etiquetadas como “Hojas con estrés” y las colectadas en el sitio 2 fueron etiquetadas como “Hojas sin estrés” dado a las características de cada lugar.

3.3 CAPTURA DE FOTOGRAFÍAS Y TRATAMIENTO DE IMAGEN

Tras realizar la colecta de hojas, se dejaron las hojas por 3 días en la prensa, para así obtener una forma más aplanada, favoreciendo la toma de fotografías, así como también el tratamiento digital de imágenes, después se realizó la captura de fotografías. Para una correcta captura se siguieron cinco pasos fundamentales de” *Fotografía de arquitectura e interiorismo*” Sájara, V. (2020), primero se compone la escena, en este caso se coloca la cámara sobre un estabilizador y las hojas sobre un fondo blanco debajo del lente de la cámara y colocadas debajo de una luz blanca para una adecuada iluminación, segundo paso es que el sensor capte la imagen, tercer paso es que el procesador de la cámara genere un fichero dicha captura tal como la envía el sensor y los parámetros de la cámara, en este caso se utilizó una cámara *raw* de 12 mega pixeles, cuarto paso es que el fichero se almacene y el quinto paso es obtener el fichero para su uso ya descargado y documentado.

Para este punto se envían las imágenes a un preprocesamiento, donde primeramente se cambian de formato para trabajar en un formato TIFF, este es un formato sin pérdidas que conserva todos los detalles de la imagen, pero suele requerir el máximo espacio en la tarjeta de memoria, y es el que tarda más tiempo en procesar. Aunque es el mejor formato con mejor calidad que puede ser procesado a través del Software Octave, en este se llevará a cabo el preprocesamiento, posteriormente

a través de Photoshop CS5 se realiza una eliminación del fondo de la imagen, para evitar ruido y obtener solo el objeto de la hoja.

Siguiendo a la fase de segmentación, como primer paso es extraer la capa B de la imagen compuesta de las tres capas conocidas RGB, luego utilizar una máscara de operación de detección de bordes en toda la imagen.

En esta parte se trabajó con diferentes máscaras, para comparar resultados, se utilizaron: Sobel, Roberts, Prewitt y Canny, los cuales a simple vista obtuvieron imágenes con mucho ruido, el mejor resultado fue dado por la máscara de Prewitt, también para asegurarse de que sea una de las mejores opciones se compararon el operador Laplaciano, el cual tuvo un resultado visiblemente más detallado, aunque el Laplaciano responde a transiciones en la intensidad de la imagen, se emplea en pocas ocasiones en la práctica para la detección de bordes, ello es debido a que un operador de segunda derivada es muy sensible a la presencia de ruido y puede producir bordes dobles, se puede observar en la figura siguiente.



Figura 8. Operador Laplaciano

El resultado del operador Laplaciano se ajustó en distintos umbrales para encontrar el mejor punto, esto fue hasta un umbral de 25, en donde visiblemente era más notable el contorno y las nervaduras.

Otra opción a considerar y para encontrar el mejor ajuste de valores posibles fue la máscara de Prewitt, el operador de Prewitt da valores que son simétricos alrededor del centro (x, y), se basan en la relación entre el punto en la cuadrícula cartesiana y sus 8 vecinos donde el valor del gradiente representa la suma de dos valores ortogonales, se expande para encontrar bordes usando las matrices cuya dimensión es 3 x 3, de la siguiente manera:

$$\begin{array}{cc}
 \textbf{Vertical} & \textbf{Horizontal} \\
 M_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} & M_y = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

Dado que el kernel de prewitt se basa en la idea de la diferencia de contraste, las derivadas direccionales que estiman el vector G se definieron como las diferencias de densidad de la siguiente manera:

Tenemos:

a	b	c
d	e	f
g	h	i

$$G = (c - g) \cdot [1,1] + (a - i) \cdot [-1,1] + (f - d) \cdot [1,0] + (b - h) \cdot [0,1]$$

$$G = (c - g - a + i + f - d), (c - g + a - i + b - h)$$

Como la fila central de la máscara consta de ceros, no incluye los valores originales del borde en la imagen, sino que calcula la diferencia de las intensidades de píxeles por encima y por debajo

del borde en particular. Aumentando así el cambio repentino de intensidades y haciendo más visible el borde.

Cuando $i = 1$ y $j = 1$, entonces la posición de píxel de `imagen_filtrada` será `imagen_filtrada(2, 2)`

La máscara es de 3×3 , por lo que debemos atravesar `imagen_filtrada` (`size(imagen, 1) - 2`, `size(imagen, 2) - 2`)

Por lo tanto, no estamos considerando los bordes.

Los núcleos se pueden aplicar por separado a la imagen de entrada, para producir mediciones separadas del componente de gradiente en cada orientación. Se combinan para encontrar la magnitud absoluta del gradiente en cada punto y la orientación de ese gradiente. La magnitud del gradiente viene dada por:

$$|G| = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}$$

La máscara tiene sus limitaciones para su empleo, las cuales deben tomarse en consideración, son las siguientes:

La magnitud del coeficiente es fija y no se puede cambiar.

Los puntos de dirección diagonal no se conservan siempre

Entonces para emplearla se consideraron 4 formas diferentes de manejarla, esto tras adecuar todos los valores posibles para un mejor resultado, primero utilizar la máscara sin ningún ajuste de parámetros, dio resultados que pueden ser visibles en la figura 9, se puede notar que no tiene detalle en las nervaduras por tanto no funciona para la investigación, tras algunos ajustes se encontró que utilizando solo la capa B de los RGB se obtenían mejores resultados, en la segunda forma de manejarla fue extrayendo la capa B con valores de umbral 35 en la máscara Prewitt y de 20 en la

binarización, esta segunda forma daba como resultado algunas partes de ruido y nervios terciarios de la hoja que no son tan importantes a considerar, se puede ver en la figura 10, se le hizo ajuste a los parámetros para eliminar un poco estas anomalías y se utilizó finalmente la capa B y un umbral de 45 en máscara Prewitt y 10 en la binarización, siendo estos parámetros la tercera forma de manejar la máscara, se puede ver los resultados en la figura 11, y finalmente se hizo una mezcla de los resultados que se obtuvieron en el operador Laplaciano y los de la primera forma de Prewitt, el resultado se puede ver en la figura 12, al potenciar ambos se hizo una imagen con demasiado detalle la cual contiene muchas partes que no son necesarias para la investigación.



Figura 9. Procesamiento sin ajuste de parámetros

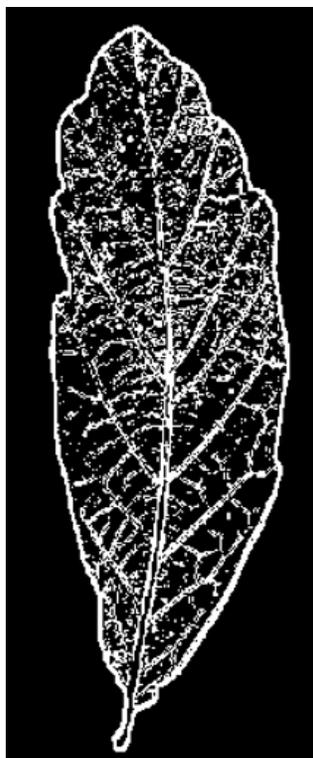


Figura 10. Máscara prewitt 1

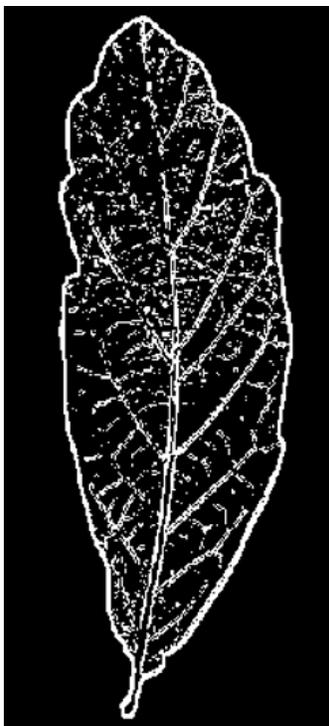


Figura 11. Máscara prewitt 2

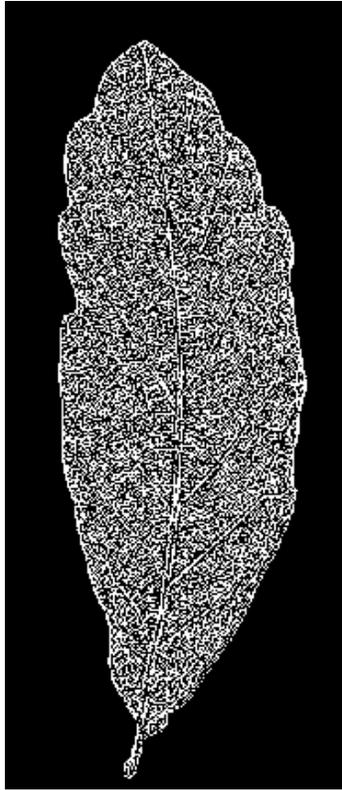


Figura 12. Máscara Laplaciano y prewitt 1

Estos resultados fueron enviados al algoritmo de método de conteo de cajas para obtener así la dimensión fractal de la imagen ya procesada por los pasos anteriores, el propósito es compara los resultados de la dimensión fractal con los reportados en la literatura para finalmente escoger el mejor resultado con el que se obtenga la mejor aproximación y utilizarlo para las demás muestras.

3.4 MEDICIÓN DE LA DIMENSIÓN FRACTAL

La medición se realizó mediante el método de conteo de cajas, el cual es una de las formas de calcular la dimensión fractal que resulta fácil de implementar y de alta confiabilidad en cuanto a los resultados, esta medición se agregó al programa de Octave como un algoritmo para obtener la

salida con el número de la dimensión. Se consideró cada pixel como el tamaño de una caja para una mejor precisión en los resultados.

Este algoritmo devuelve la dimensión fractal de Hausdorff de un objeto representado por la imagen binarizada. Los píxeles distintos de cero pertenecen a un objeto y píxeles 0 constituyen el fondo. Se describe de la siguiente manera:

- a) Rellena la imagen con píxeles de fondo para que sus dimensiones sean potencia de 2.
- b) Establezca el tamaño del cuadro 'e' al tamaño de la imagen.
- c) Calcule $N(e)$, que corresponde al número de cajas de tamaño 'e' que contiene al menos un píxel de objeto.
- d) Si $e > 1$ entonces $e = e / 2$ y repite el paso 3.
- e) Calcule los puntos $\log(N(e)) \times \log(1/e)$ y use el método “mínimos cuadrados” para ajustar una línea a los puntos.
- f) La dimensión fractal de Hausdorff devuelta D es la pendiente de la línea.

A partir de este algoritmo, se puede ver que siempre que la caja se cruce con el objeto medido, incluso si la caja incluye solo un píxel objetivo, se cuenta independientemente de cualquier información sobre la cantidad de píxeles del objeto dentro de la caja.

3.5 ANÁLISIS ESTADÍSTICO

Los valores de salida del algoritmo del método de conteo de cajas fueron almacenados para su análisis estadístico (promedio, desviación estándar, entre otros), y se emplearon dos pruebas

paramétricas para notar las diferencias significativas de ambos sitios de colecta, los resultados de las muestras fueron los siguientes:

#Muestra	Sin estrés	#Muestra	Con estrés
1	1.59	1	1.57
2	1.59	2	1.58
3	1.59	3	1.59
4	1.6	4	1.59
5	1.6	5	1.6
6	1.6	6	1.61
7	1.6	7	1.61
8	1.61	8	1.61
9	1.61	9	1.61
10	1.61	10	1.61
11	1.62	11	1.62
12	1.62	12	1.63
13	1.62	13	1.63
14	1.63	14	1.63
15	1.63	15	1.63
16	1.63	16	1.63
17	1.63	17	1.63
18	1.64	18	1.64
19	1.64	19	1.64
20	1.64	20	1.64
21	1.64	21	1.65
22	1.64	22	1.65
23	1.65	23	1.65
24	1.65	24	1.65
25	1.65	25	1.65
26	1.65	26	1.65
27	1.65	27	1.65
28	1.65	28	1.66
29	1.65	29	1.66
30	1.66	30	1.66
31	1.66	31	1.66
32	1.66	32	1.66
33	1.66	33	1.66
34	1.66	34	1.67
35	1.67	35	1.67
36	1.67	36	1.68
37	1.67	37	1.68
38	1.67	38	1.68
39	1.68	39	1.68
40	1.68	40	1.68
41	1.68	41	1.68
42	1.68	42	1.69
43	1.69	43	1.69
44	1.69	44	1.69
45	1.69	45	1.7
46	1.69	46	1.7
47	1.7	47	1.7
48	1.7	48	1.71
49	1.72	49	1.72
50	1.76	50	1.74

3.6 VALIDACIÓN DE LAS MEDICIONES

Una forma de validar si los resultados de la dimensión fractal tienen un alto grado de afinidad es encontrando las mediciones de objetos fractales cuya dimensión ya está reportada en la literatura, en este caso para validar los resultados primero se dio a conocer los resultados de la dimensión de una línea recta, cuya dimensión reportada es 1, la de la curva de Koch cuya dimensión es 1.26, la dimensión del triángulo y alfombra de Sierpinski, cuyas dimensiones son 1.58 y 1.89, respectivamente.

4. RESULTADOS

Análisis estadístico:

En cuanto al análisis estadístico se puede observar una diferencia en las medias de cada sitio de 0.002 (Tabla 2). El sitio correspondiente al etiquetado con la leyenda “Con Estrés” muestra una dimensión fractal máxima de 1.74 y una mínima de 1.57, y el sitio etiquetado “Sin Estrés” observamos que la dimensión fractal máxima es de 1.76 y la mínima de 1.59.

	PROMEDIO	DESV STD	MAX	MIN
Sin Estrés	1.6494	0.036276152	1.76	1.59
Con Estrés	1.6514	0.037307875	1.74	1.57

Tabla 2. Datos estadísticos para cada sitio

Sobre los datos del grado de dispersión (desv. std) en la tabla 2, se muestra poca diferencia, lo que indica que los datos no están alejados de la media al comparar ambos sitios. Para la distribución de los datos para el sitio “Con Estrés” (ver Gráfico 1), muestra una distribución ligeramente sesgada a la izquierda, y para el segundo sitio etiquetado como “Sin Estrés” se muestra de igual manera una distribución ligeramente sesgada a la izquierda.

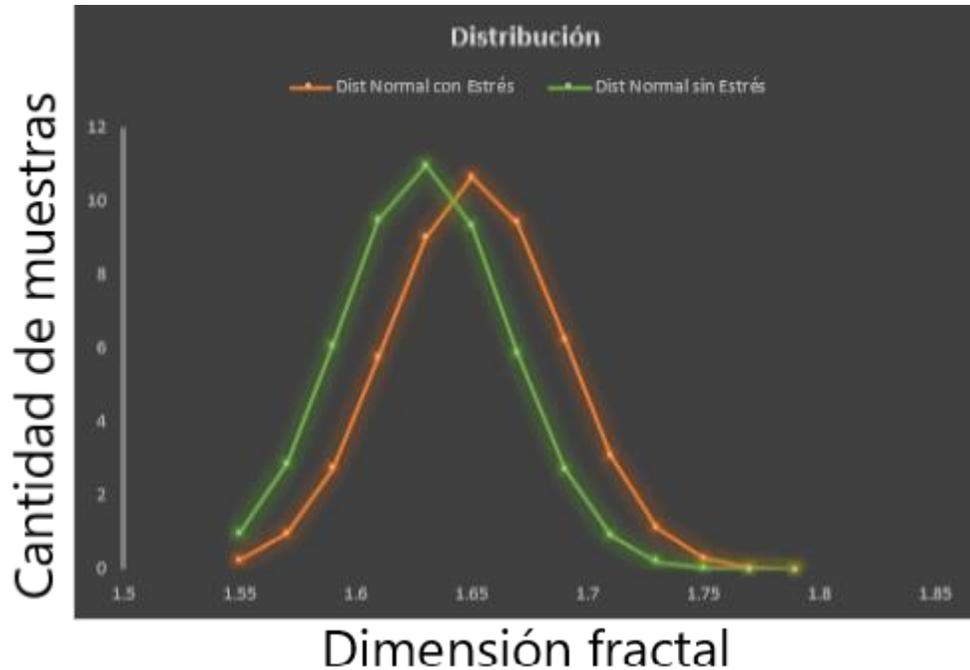


Gráfico 1. Distribución normal.

En el siguiente grafico (gráfico 2) se muestra todas las medidas de las dimensiones fractales para ambas colectas (“Con Estrés” y “Sin Estrés”) ordenadas de menor dimensión fractal a mayor, en la cual podemos observar que aquellos datos que corresponden a las hojas “Con Estrés” están por encima de la gran mayoría de los datos y las etiquetadas “Sin Estrés” están con dimensiones menores, por ello la línea es casi continuamente menor a diferencia de la otra colecta.

N para cada sitio = 50

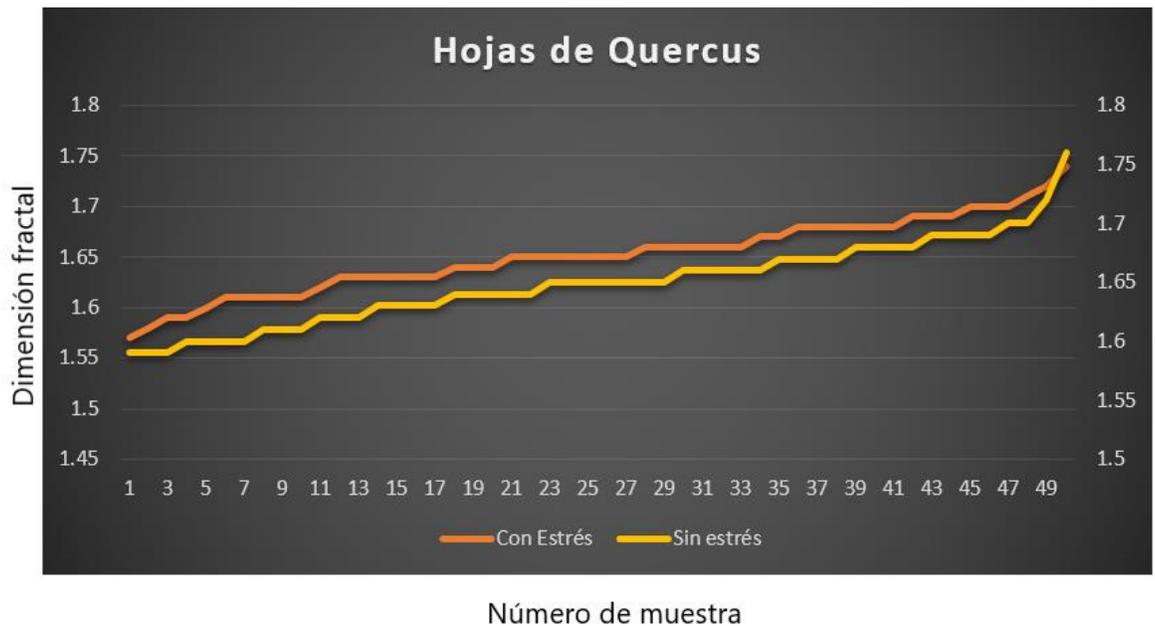


Gráfico 2. DF de ambos sitios de colecta

Prueba paramétrica t-student:

El uso de la prueba de t-student, constituye una herramienta analítica para la toma de decisiones en la comparación de muestras. En cuanto a la prueba paramétrica t-student aplicada a los datos (Tabla 3), se puede notar que para un número de 50 observaciones por sitio, el estadístico t y el valor p (de dos colas) corresponden a 0.271771405 y 1.984467455, este último sugiriendo la probabilidad de aceptar o rechazar la hipótesis nula. Para determinar si existe diferencia entre las medias se comparó el valor p con el nivel de significancia (0.05), que indica un riesgo del 5% de concluir que existe una diferencia cuando no hay una

diferencia real. En este análisis los resultados muestran que el valor p es mayor al nivel de significancia, lo que nos hace concluir que no hay diferencias significativas en las medias.

	Con estrés	Sin estrés
Media	1.6514	1.6494
Varianza	0.001391878	0.001315959
Observaciones	50	50
Varianza agrupada	0.001353918	
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	98	
Estadístico t	0.271771405	
P(T<=t) una cola	0.393184751	
Valor crítico de t (una cola)	1.660551217	
P(T<=t) dos colas	0.786369501	
Valor crítico de t (dos colas)	1.984467455	

Tabla 3. Valores de la prueba t-student

Prueba paramétrica F:

El objetivo principal de la prueba F es determinar si existen diferencias significativas entre las medias de ambos conjuntos, es decir entre “Con Estrés” y “Sin Estrés”. En lugar de realizar múltiples pruebas de comparación entre pares de grupos (lo que aumentaría el riesgo de obtener falsos positivos), la prueba F evalúa si las diferencias observadas son lo suficientemente grandes como para considerar que no se deben solo al azar.

La prueba F calcula un valor F como el cociente de la variabilidad entre grupos y la variabilidad dentro de los grupos. Si el valor de F es lo suficientemente grande y supera el valor crítico (basado en el nivel de significancia y los grados de libertad), se rechaza la hipótesis nula (es decir, las varianzas son iguales). En este caso observando a Tabla 4,

podemos notar Valor F con un resultado de 1.05 que no es más grande que el Valor Crítico cuyo resultado es de 1.60, entonces se acepta la hipótesis nula y por tanto no hay diferencias significativas entre las medias de los grupos.

	<i>Con estrés</i>	<i>Sin estrés</i>
Media	1.6514	1.6494
Varianza	0.001391878	0.001315959
Observaciones	50	50
Grados de libertad	49	49
F	1.057690518	
P(F<=f) una cola	0.422580797	
Valor crítico para F (una cola)	1.607289463	

Tabla 4. Valores de la prueba F

Validación:

Para validar los resultados obtenidos se llevó a cabo una comparativa con los resultados que arroja el software de ImageJ, obteniendo la dimensión fractal de las muestras ordenadas de menor dimensión fractal a mayor dimensión fractal en las 50 muestras que se pueden visualizar a continuación.

Con estrés		Sin Estrés	
1.8313		1.8485	
1.8342		1.8511	
1.8382		1.8538	
1.8436		1.8547	
1.8446		1.8568	
1.8449		1.8573	
1.8455		1.8589	
1.8483		1.859	
1.8521		1.8592	
1.8524		1.8623	
1.8546		1.865	
1.8546		1.8653	
1.855		1.8665	
1.8561		1.8667	
1.8564		1.8673	
1.8575		1.8674	
1.8578		1.8675	
1.8579		1.8693	
1.8579	1.8689	1.8701	1.8771
1.8583	1.8689	1.8703	1.8774
1.8588	1.8693	1.8708	1.8777
1.8594	1.8694	1.8711	1.8781
1.8607	1.8696	1.8716	1.8784
1.864	1.87	1.8732	1.8785
1.8651	1.8715	1.8732	1.8815
1.8654	1.8722	1.8744	1.8838
1.8659	1.873	1.8752	1.884
1.8661	1.8737	1.8754	1.8844
1.8663	1.8745	1.8756	1.8855
1.8668	1.8769	1.8757	1.8864
1.8669	1.8789	1.8757	1.8864
1.8669	1.8795	1.8759	1.8877
1.8671	1.8807	1.8762	1.8878
1.8682	1.8829	1.8768	1.8894

De igual manera realizando la prueba t-student y la prueba F se obtuvieron los resultados que se pueden observar en su respectiva gráfica siguiente, concluyendo que ninguna prueba tiene diferencias significativas de igual manera, porque en el caso de la prueba t-student los resultados muestran que el valor p es mayor al nivel de significancia, lo que nos hace concluir que no hay diferencias significativas en las medias, mientras que en la prueba F, podemos notar Valor F con un resultado de 1.34 que no es más grande que el Valor Critico cuyo resultado es de 1.60, entonces se acepta la hipótesis nula y por tanto no hay diferencias significativas entre las medias de los grupos.

	<i>Variable 1</i>	<i>Variable 2</i>
Media	1.861774	1.872038
Varianza	0.000141564	0.000105204
Observaciones	50	50
Varianza agrupada	0.000123384	
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	98	
Estadístico t	-4.620161843	
P(T<=t) una cola	5.83938E-06	
Valor crítico de t (una cola)	1.660551217	
P(T<=t) dos colas	1.16788E-05	
Valor crítico de t (dos colas)	1.984467455	

Tabla 5. Valores de prueba t-student para resultados de ImageJ

	<i>Variable 1</i>	<i>Variable 2</i>
Media	1.861774	1.872038
Varianza	0.000141564	0.000105204
Observaciones	50	50
Grados de libertad	49	49
F	1.345622905	
P(F<=f) una cola	0.151075009	
Valor crítico para F (una cola)	1.607289463	

Tabla 6. Valores de prueba F para resultados de ImageJ

5. CONCLUSIÓN Y DISCUSIÓN

En cuanto a la elaboración de este proyecto, podemos decir que se ha dado continuidad al análisis fractal de estructuras vegetales, tal como lo son las hojas del genero *Quercus*. Lo cual nos

indicó que a pesar de que no hay diferencias significativas entre los sitios de colecta, el análisis de la dimensión fractal nos ayuda a concluir que el género *Quercus* muy posiblemente por tratarse de una especie de árbol de gran porte, por lo general, no es susceptible al estrés, debido a la biología que este género presenta. contrario al género *Bougainvillea*, que al tratarse de especies por lo general arbustivas o árboles más pequeños, son más susceptibles al estrés vegetal.

De igual forma se trabajó con alternativas de software para obtener la dimensión fractal y hacer una comparativa y un análisis más completo de las estructuras, y los resultados de las dimensiones realizadas nos brindan un panorama más claro de cómo posiblemente el estrés vegetal tiene implicaciones en el crecimiento de las estructuras vegetales, que puede ser monitoreado a través de la dimensión fractal. De tal forma sería interesante que se diera un seguimiento y se realizaran análisis fractales de los diferentes tipos de plantas, siendo que podría ser utilizada como una herramienta de apoyo a proyectos de conservación.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ahmad, M., Ashiq, S., Badshah, G., Khan, A. R., Hussain, M. (2022). Feature Extraction of Plant Leaf Using Deep Learning. *Complexity*, 2022, 1-8. <https://doi.org/10.1155/2022/6976112>

Aranda, I., Cano, F. J., Gascó, A., Cochard, H., Nardini, A., Mancha, J. A., López, R., Sánchez-Gómez, D. (2015). Variation in photosynthetic performance and hydraulic architecture across European beech (*Fagus sylvatica* L.) populations supports the case for local adaptation to water stress. *Tree Physiology*, 35(1), 34-46.
<https://doi.org/10.1093/treephys/tpu101>

Ávalos, S. V. (2023). Catálogo de Autoridad Taxonómica del género *Quercus*, fagaceae en México. www.gbif.org. <https://doi.org/10.15468/a4majd>

Barnsley, M. F. (1988). *Fractals everywhere*.

Bayirli, M., Selvi, S. T., Cakilcioglu, U. (2015). Determining different plant leaves' fractal dimensions: A new approach to taxonomical study of plants. *Bangladesh Journal of Botany*, 43(3), 267-275. <https://doi.org/10.3329/bjb.v43i3.21593>

Boyás, D. J. C. (1992). *Determinación de la productividad, composición y estructura de las comunidades arbóreas del estado de Morelos en base a unidades ecológicas*. [Tesis Doctoral]. Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México. México, D.F.
269

- Boyás, D. J. C., M.A. Cervantes S., J.M. Javelly G., M.M. Linares A., F. Solares A., R. M. Soto E., I. Naufal T., y L. Sandoval C. (1993). *Diagnóstico forestal del estado de Morelos*. Campo Experimental Zacatepec, Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias. Publicación especial No. 7. México.
- Cadenas Calderón, E. C. (2020). La dimensión fractal del viento. *Ciencia Nicolaita*, (79), 94-105.
<https://doi.org/10.35830/cn.vi79.501>
- CONABIO. (2006). *Quercus rugosa*. Anales de Ciencias Naturales 3: 275. www.conabio.gob.mx
- Contreras-MacBeath, Topiltzin. (2006). Estudio del Estado de Morelos. Contreras-MacBeath, T. , F. Jaramillo y J.C. Boyás. 2006.
- Corona, G. (2011). *Reintroducción de Quercus mexicana Bonpl. y Quercus rugosa Neé en la Barranca de Tarango, México, D.F.* [Tesis de Maestría]. Universidad Nacional Autónoma de México.
- Corpataux, J., Haesler, E., Silacci, P., Ris, H., Hayoz, D. (2002). Low-pressure environment and remodelling of the forearm vein in Brescia-Cimino haemodialysis access. *Nephrology Dialysis Transplantation*, 17(6), 1057-1062. <https://doi.org/10.1093/ndt/17.6.1057>
- COTECOCA. (1979). *Determinación regional de los coeficientes de agostadero en los estados de México, Morelos y Distrito Federal*. Subsecretaría de ganadería, SARH. México. 153 pp.
- Cuevas, A. P. (2012). *Reconocimiento de objetos mediante redes neuronales*. Lulu.com.

De Areas Naturales Protegidas, C. N. (2005). *Programa de Conservación y Manejo Reserva de la Biosfera Sierra de Huautla*.

Ekanayake, I.J. (1993). *Evaluación de Resistencia a la sequía en genotipos de papa y batata (camote)* [Guía de investigación CIP 19.]. International Potato Center.

Espinosa, J. (2001). Fagaceae. En G. Calderón, J. Rzedowski (eds.), *Flora fanerogámica del Valle de México* (pp. 81-82). Xalapa: Instituto de Ecología AC.

Espinoza, C. M., Vallejo-Reyna, M. Á. (2019). Mecanismos de respuesta al estrés abiótico: hacia una perspectiva de las especies forestales. *Revista mexicana de ciencias forestales*.
<https://doi.org/10.29298/rmcf.v10i56.567>

F. Hausdorff (1919). *Dimension and äusseres Mass Math*. Annalen 79

Flora iberica. Plantas vasculares de la Península Ibérica e Islas Baleares. / Editores: S.

Castroviejo, M. Laínz, G. López González, P. Montserrat, F. Muñoz Garmendia, J. Paiva, L. Villar. ; Vol. II. Platanaceae-Plumbaginaceae (partim) (Vol. 2). (1990).
<https://bibdigital.rjb.csic.es/idurl/1/9899>

Galicia, L. (2014). Detección de cambio ambiental en selvas y bosques de México con percepción remota: un enfoque multiescalar de espacio y tiempo. *Interciencia*, 39, 368-374.

González, R. C., Woods, R. E., Eddins, S. L. (2004). *Digital image processing using MATLAB*.

INEGI. (2016). *Conociendo Morelos*. Sexta edición.

J. F. Ledent. (2002). «Déficit hídrico y crecimiento de las plantas: Respuestas al déficit hídrico. Comportamiento morfofisiológico». International Potato Center.

Jaramillo, E. V., Mendieta, L. E. G. (2016). *Análisis y diseño de algoritmos: Un enfoque práctico*. Universidad Nacional de Colombia.

Jiménez C. (2005). *Aplicación de la geometría fractal a agregados celulares de beta vulgaris l. crecidos en suspensión (matraces y biorreactor tipo tanque agitado)* [Tesis de maestría]. Instituto Politécnico Nacional.

Jin, X., Ong, S., Jayasooriah. (1995). A practical method for estimating fractal dimension. *Pattern Recognition Letters*, 16(5), 457-464. [https://doi.org/10.1016/0167-8655\(94\)00119-n](https://doi.org/10.1016/0167-8655(94)00119-n)

Kang, J., Mizukami, Y., Wang, H., Fowke, L. C., Dengler, N. G. (2007). Modification of cell proliferation patterns alters leaf vein architecture in *Arabidopsis thaliana*. *Planta*, 226(5), 1207-1218. <https://doi.org/10.1007/s00425-007-0567-2>

Kolivand, H., Fern, B. M., Saba, T., Rahim, M. S. M., Saba, T. (2019). A New Leaf Venation Detection Technique for Plant Species Classification. *Arabian journal for science and engineering*, 44(4), 3315-3327. <https://doi.org/10.1007/s13369-018-3504-8>

- L. Doyère, Dezobry, E. Magdeleine *et* Compagnie (París). (2012). *Leçons d'histoire naturelle d'après le nouveau programme de l'université du 4 septembre 1840, Volume 2* (Vol. 2).
- Ledent J. F. (2002). *Déficit Hídrico y Crecimiento de las Plantas, Respuestas al Déficit Hídrico, Comportamiento Morfofisiológico / Modelado del Crecimiento de las Plantas, Manual*. International Potato Center.
- Li, Y., Chi, Z., Feng, D. D. (2006). Leaf Vein Extraction Using Independent Component Analysis. *2006 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*.
<https://doi.org/10.1109/icsmc.2006.384738>
- Lichtenthaler, H. K. (1988). In vivo chlorophyll fluorescence as a tool for stress detection in plants. En *Springer eBooks* (pp. 129-142). https://doi.org/10.1007/978-94-009-2823-7_16
- Mandelbrot, B. B. (1983). *The fractal geometry of nature*. Times Books.
- María, L., María, A., Colombini, M. (2005). *Fractales Un Universo Poco Frecuentado*. Universidad Nacional del Litoral.
- McElwain, J. C., Yiotis, C., Lawson, T. (2016). Using modern plant trait relationships between observed and theoretical maximum stomatal conductance and vein density to examine patterns of plant macroevolution. *New Phytologist*, 209(1), 94-103.
<https://doi.org/10.1111/nph.13579>

Mishra, B., Gupta, D. K., Pfenninger, M., Hickler, T., Langer, E., Nam, B., Paule, J., Sharma, R., Ulaszewski, B., Warmbier, J., Burczyk, J., Thines, M. (2018). A reference genome of the European beech (*Fagus sylvatica* L.). *GigaScience*, 7(6).

<https://doi.org/10.1093/gigascience/giy063>

Montañez, J. E. P. C., . M. B., Caña, M. B. M. , J. E. P. (2009). *La complejidad de la pluripolaridad mundial*. Jorge Pérez.

Mr. K.Nithiyandhan, Shilpa Mathpati. (2016). Analysis of fractal dimension of medicinal leaves by using techniques of image processing. *International Research Journal of Engineering and Technology (IRJET)*, 03.

Nixon K.C., Ramamoorthy, T. P., R. Bye, A. Lot, and J. Fa. (1993). *Biological Diversity of Mexico: Origins and Distribution : The Genus Quercus in Mexico*.

Olvera, M. A. C., Rodríguez, A. C., González, J. A. R., Gutiérrez, A. C. V. (2014). *Fundamentos de computación para ingenieros*. Grupo Editorial Patria.

Patrangenaru, V., Bubenik, P., Paige, R. L., Osborne, D. E. (2018). Topological Data Analysis for Object Data.

Peitgen, H., Richter, P. H. (1986). *The beauty of Fractals: Images of Complex Dynamical Systems*.

Plomion, C., Aury, J., Amselem, J., Leroy, T., Murat, F., Duplessis, S., Faye, S., Francillonne, N., Labadie, K., Provost, G. L., Lesur, I., Bartholomé, J., Faivre-Rampant, P., Kohler, A.,

- Leplé, J., Chantret, N., Chen, J., Diévar, A., Alaeitabar, T., . . . Salse, J. (2018). Oak genome reveals facets of long lifespan. *Nature plants*, 4(7), 440-452.
<https://doi.org/10.1038/s41477-018-0172-3>
- Polle, A., Rennenberg, H. (2019). Physiological responses to abiotic and biotic stress in forest trees. *Forests*, 10(9), 711. <https://doi.org/10.3390/f10090711>
- Roman, D. T., Novick, K. A., Brzostek, E. R., Dragoni, D., Rahman, F. A., Phillips, R. P. (2015). The role of isohydric and anisohydric species in determining ecosystem-scale response to severe drought. *Oecologia*, 179(3), 641-654. <https://doi.org/10.1007/s00442-015-3380-9>
- Romero, S. Rojas, E. C. E. (2009). Encinos. En G. Ceballos, R. List, G. Garduño, R. López Cano, J. Muñozcano, E. Collado, J. E. San Román (comps.), *Diversidad biológica del Estado de México. Estudio de Estado* (pp. 187-194). Toluca: Gobierno del Estado de México.
- Rzedowski, J. (2001). *Flora fanerogámica del Valle de México*.
- Sáenz-Jiménez, F. A. (2010). Aproximación a la fauna asociada a los bosques de roble del Corredor Guantiva-La Rusia-Iguaque (Boyacá-Santander, Colombia). *Revista Colombia Forestal*, 13, 299-334.
- Sájara, V. (2020). *Fotografía de arquitectura e interiorismo: Consigue realizar 50 imágenes espectaculares*. JdeJ Editores.
- Salamanca, E. J. P. (2005). *Algas como indicadores de contaminación*. Universidad del Valle.

- Sorani, V. (2003). Sur del Distrito Federal. En P. Sánchez-García (coord.), *La deforestación en 24 regiones Proders* (pp. 190-197). Ciudad de México: semarnat.
- Soto, I.M. (2021). *Análisis fractal de fitoestructuras* [Tesis de maestría]. Universidad Autónoma del Estado de Morelos.
- SPP. (1981). *Síntesis geográfica de Morelos*. Coordinación general de los Servicios Nacionales de estadística, Geografía e Informática. Secretaría de Programación y Presupuesto. México, D.F. 110 pp.
- Swu, Vikaho, Kharir, Ibaphyrnaishisha, Bora, Dibya. (2020). Identification of Different Plants through Image Processing Using Different Machine Learning Algorithms. *UGC care journal*, 43(03).
- Taiz, L., Zeiger, E. (2006). *Fisiología vegetal: Vol. VII: Fisiología del estrés*.
- Torres, L. E. A., Hernández, H. R., Muñoz-Robles, C., & Leija-Loredo, E. G. (2019). Distribución y conservación de *Quercus oleoides* Schltld. & Cham. en la Reserva de la Biosfera Sierra del Abra Tanchipa. *Revista mexicana de ciencias forestales*, 10(52).
<https://doi.org/10.29298/rmcf.v10i52.453>
- Valencia, A. S. G. (2004). Diversidad del género *Quercus* (Fagaceae) en México. *Botanical sciences*, 75, 33-53. <https://doi.org/10.17129/botsci.1692>

- Valencia, L. (2019). Encinares en la Reserva de la Biosfera Sierra de Huautla, un ecosistema desconocido en Morelos. *Inventio*, 15(37). <https://doi.org/10.30973/inventio/2019.15.37/5>
- Valencia, S. (1995). Contribución al conocimiento del género *Quercus* (Fagaceae), en el Estado de Guerrero, México. *Contribuciones al Herbario de la Facultad de Ciencias*, UNAM, 1.
- Varela, S., Weigandt, M. (2009). Estrés en árboles y su efecto sobre la susceptibilidad a invasión por insectos. *Serie técnica: "Manejo Integrado de Plagas Forestales"*. Laboratorio de *Ecología de Insectos*, Cuadernillo n° 8.
- Vargas-Hernandez, M., Macias-Bobadilla, I., Guevara-González, R. G., De Jesús Romero-Gómez, S., Rico-García, E., Ocampo-Velázquez, R. V., De L Alvarez-Arquieta, L., Torres-Pacheco, I. (2017). Plant hormesis management with biostimulants of biotic origin in agriculture. *Frontiers in Plant Science*, 8. <https://doi.org/10.3389/fpls.2017.01762>
- Vázquez, R. (2016). *Biología 2* (2.^a ed., Vol. 2). Grupo Editorial Patria.
- Villers-Ruíz, L., Trejo, I. (1997). Assessment of the vulnerability of forest ecosystems to climate change in Mexico. *Climate Research*, 9, 87-93. <https://doi.org/10.3354/cr009087>
- Yang, X., Ni, H., Li, J., Lv, J., Mu, H., Qi, D. (2021). Leaf recognition using BP-RBF Hybrid Neural network. *Journal of Forestry Research*, 33(2), 579-589. <https://doi.org/10.1007/s11676-021-01362-4>

Zamora, S. (2019). *Estado del arte del aprendizaje de geometría fractal en educación básica en Colombia. Una exploración desde el constructivismo configuracional*. [Tesis de Maestría]. Universidad Militar Nueva Granada.

Zhang, W., Hansen, M., Smith, M. L., Smith, L. N., Grieve, B. (2018). Photometric stereo for three-dimensional leaf venation extraction. *Computers in Industry*, 98, 56-67.
<https://doi.org/10.1016/j.compind.2018.02.006>

Zhu, J., Yao, J., Yu, Q., He, W., Xu, C., Qin, G., Zhu, Q., Fan, D., Zhu, H. (2020). A fast and automatic method for leaf vein network extraction and vein density measurement based on Object-Oriented classification. *Frontiers in Plant Science*, 11.
<https://doi.org/10.3389/fpls.2020.00499>

Cuernavaca, Morelos a 5 de Marzo del 2024.

DR. FELIPE DE JESÚS BONILLA SÁNCHEZ
DIRECTOR DE LA FACULTAD DE CONTADURÍA,
ADMINISTRACIÓN E INFORMÁTICA.
PRESENTE

En mi carácter de revisor de tesis, hago de su conocimiento que he leído con interés la tesis para obtener el grado de la Maestría en Optimización y Cómputo Aplicado, del estudiante Lia Natasha Pacheco Sánchez, con matrícula 10053350, con el título **Caracterización de estrés de árboles a través de la dimensión fractal de sus hojas**, por lo cual, me permito informarle que después de una revisión cuidadosa de dicha tesis, me permito expresar mi **VOTO APROBATORIO** por lo que de mi parte no existe inconveniente para que el estudiante continúe con los trámites que la Universidad Autónoma del Estado de Morelos tenga establecidos para obtener el grado mencionado.

Atentamente
Por una humanidad culta

Dr. Luis Manuel Gaggero Sager
Profesor- investigador
Facultad de Contaduría, Administración e Informática



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL
ESTADO DE MORELOS

Se expide el presente documento firmado electrónicamente de conformidad con el ACUERDO GENERAL PARA LA CONTINUIDAD DEL FUNCIONAMIENTO DE LA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MORELOS DURANTE LA EMERGENCIA SANITARIA PROVOCADA POR EL VIRUS SARS-COV2 (COVID-19) emitido el 27 de abril del 2020.

El presente documento cuenta con la firma electrónica UAEM del funcionario universitario competente, amparada por un certificado vigente a la fecha de su elaboración y es válido de conformidad con los LINEAMIENTOS EN MATERIA DE FIRMA ELECTRÓNICA PARA LA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ESTADO DE MORELOS emitidos el 13 de noviembre del 2019 mediante circular No. 32.

Sello electrónico

LUIS MANUEL GAGGERO SAGER | Fecha:2024-03-07 19:03:51 | Firmante

Rqfv3/IXD3Hle1m8q5palXECs9zL28XzxZmz9c/KB7e9lvbdddGkJyhEpUN09cXnhGJKeF+w/ENpnX0R0oW5Y0I8t8lvLjUTGfKIAzAQQ02YLgvXeJ7enMi9ROhcWXJ5LdxUYGPQ2QjL5rxgQ9nQaT5wbXx5zukO3bP650/KDbjwZHQsjhJzrXNlbHdc9pzcZydzFDzPtYflx6F/zRThPpv8+4lQqCFb4DGcbX2oLP9NbKpFfx6LARO5w6NFME1/m5dsxUAwMG5FMfva5nTp/uaV6pWq2jBC69tcLx3GzDVpjrdUR3htBU5Wyx0ajzYFYutwf5HaVAhAhileq5tA==

Puede verificar la autenticidad del documento en la siguiente dirección electrónica o escaneando el código QR ingresando la siguiente clave:



[cDKgfM6uS](#)

<https://efirma.uaem.mx/noRepudio/MJfsuKhVRrDwP7gGjVFmG6LbdTH1blt3>



UAEM
RECTORÍA
2023-2029

Cuernavaca, Morelos a 5 de Marzo del 2024.

DR. FELIPE DE JESÚS BONILLA SÁNCHEZ
DIRECTOR DE LA FACULTAD DE CONTADURÍA,
ADMINISTRACIÓN E INFORMÁTICA.
PRESENTE

En mi carácter de revisor de tesis, hago de su conocimiento que he leído con interés la tesis para obtener el grado de la Maestría en Optimización y Cómputo Aplicado, del estudiante Lia Natasha Pacheco Sánchez, con matrícula 10053350, con el título **Caracterización de estrés de árboles a través de la dimensión fractal de sus hojas**, por lo cual, me permito informarle que después de una revisión cuidadosa de dicha tesis, me permito expresar mi **VOTO APROBATORIO** por lo que de mi parte no existe inconveniente para que el estudiante continúe con los trámites que la Universidad Autónoma del Estado de Morelos tenga establecidos para obtener el grado mencionado.

Atentamente
Por una humanidad culta

MOCA. Ivonne Miranda Soto
Profesor- investigador
Facultad de Contaduría, Administración e Informática



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL
ESTADO DE MORELOS

Se expide el presente documento firmado electrónicamente de conformidad con el ACUERDO GENERAL PARA LA CONTINUIDAD DEL FUNCIONAMIENTO DE LA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MORELOS DURANTE LA EMERGENCIA SANITARIA PROVOCADA POR EL VIRUS SARS-COV2 (COVID-19) emitido el 27 de abril del 2020.

El presente documento cuenta con la firma electrónica UAEM del funcionario universitario competente, amparada por un certificado vigente a la fecha de su elaboración y es válido de conformidad con los LINEAMIENTOS EN MATERIA DE FIRMA ELECTRÓNICA PARA LA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ESTADO DE MORELOS emitidos el 13 de noviembre del 2019 mediante circular No. 32.

Sello electrónico

IVONNE MIRANDA SOTO | Fecha:2024-03-10 15:02:30 | Firmante

ThrQqjt4M8ALkz8077o+ee7XHtdmbZFdSkhm280+tt3NAaIO8F0mPU7zEluvWkcf+DTWx742wnBLbNH2+S4NuENBqICpgUr/x6ey3tpu3xdDmAHqHdDa/wUozscHSI7mKOLM35x5GxGpEplSHE8sX9pFb8kcjHFN8ZHFVWm3asdYD/6whbQM/gjKuhTLqryJFsyPf0i/aaCq+/MEcPjJpzKBwHRDT0gePqR4ArBxfoUGk9zoA2FY64pPoNjQzhdZrtwCldt80UdOdP3NhyR5YwLyhAwTOMGusY+Eonl6QpNTGHZeYMGXswlPhpBYCokRE9zqKCCJHRx99yOHSSG8A==

Puede verificar la autenticidad del documento en la siguiente dirección electrónica o escaneando el código QR ingresando la siguiente clave:



[p5aJwulhC](#)

<https://efirma.uaem.mx/noRepudio/2Ua6hqVkXm7D2XJakeMdMLxPuGNTnvAj>



UAEM
RECTORÍA
2023-2029



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL
ESTADO DE MORELOS

FACULTAD DE CONTADURÍA, ADMINISTRACIÓN e INFORMÁTICA

SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN



Facultad de Contaduría,
Administración e Informática

Cuernavaca, Morelos a 5 de Marzo del 2024.

DR. FELIPE DE JESÚS BONILLA SÁNCHEZ
DIRECTOR DE LA FACULTAD DE CONTADURÍA,
ADMINISTRACIÓN E INFORMÁTICA.
PRESENTE

En mi carácter de revisor de tesis, hago de su conocimiento que he leído con interés la tesis para obtener el grado de la Maestría en Optimización y Cómputo Aplicado, del estudiante Lia Natasha Pacheco Sánchez, con matrícula 10053350, con el título **Caracterización de estrés de árboles a través de la dimensión fractal de sus hojas**, por lo cual, me permito informarle que después de una revisión cuidadosa de dicha tesis, me permito expresar mi **VOTO APROBATORIO** por lo que de mi parte no existe inconveniente para que el estudiante continúe con los trámites que la Universidad Autónoma del Estado de Morelos tenga establecidos para obtener el grado mencionado.

Atentamente
Por una humanidad culta

Dr. Federico Alonso Pecina
Profesor- investigador
Facultad de Contaduría, Administración e Informática



Av. Universidad 1001 Col. Chamilpa, Cuernavaca Morelos, México, 62209, edificio 2B, Tel. (777) 329 70 00, Ext. 7917
<https://www.uaem.mx/fcae> correo: posgrado.fcae@uaem.mx

UAEM
RECTORÍA
2023-2029



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL
ESTADO DE MORELOS

Se expide el presente documento firmado electrónicamente de conformidad con el ACUERDO GENERAL PARA LA CONTINUIDAD DEL FUNCIONAMIENTO DE LA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MORELOS DURANTE LA EMERGENCIA SANITARIA PROVOCADA POR EL VIRUS SARS-COV2 (COVID-19) emitido el 27 de abril del 2020.

El presente documento cuenta con la firma electrónica UAEM del funcionario universitario competente, amparada por un certificado vigente a la fecha de su elaboración y es válido de conformidad con los LINEAMIENTOS EN MATERIA DE FIRMA ELECTRÓNICA PARA LA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ESTADO DE MORELOS emitidos el 13 de noviembre del 2019 mediante circular No. 32.

Sello electrónico

FEDERICO ALONSO PECINA | Fecha:2024-03-07 21:02:55 | Firmante

7+zfqMBqbZ9daGw5mkTFXSDXVWSLv+BFITbYQdQxYBHuzkUIMcPffK+cT3E1BuZQEaztHiJi/JYPZrwyAp3aeJaK8HPD4pYiL81R5Io4WRAokGyN5XytqYEMbObo0mb/XQJbl
UVFQotebk+/1YqW67z5oFxA6eYorbXppGAXLRzWpXp4u7yXDdSum8u97C7GSHttJbsFpFcz2hbiAw4+b43Z2+gkcsghib88VyobOC5nEw0WH18qiXbJuEoV6txhaqlZsdsQs/fg6Z
boa/eiND/F/L724viOlhk9mEeXu0Y9B7AOuQyxRH44IRmaXDbZdFRk07pQrm2cc4ZtiL4XVw==

Puede verificar la autenticidad del documento en la siguiente dirección electrónica o
escaneando el código QR ingresando la siguiente clave:



[E2YqeRgfH](#)

<https://efirma.uaem.mx/noRepudio/brmhPqZF1QbEbl48n86RQFcjR7lqvjiS>



UAEM
RECTORÍA
2023-2029

Cuernavaca, Morelos a 5 de Marzo del 2024.

DR. FELIPE DE JESÚS BONILLA SÁNCHEZ
DIRECTOR DE LA FACULTAD DE CONTADURÍA,
ADMINISTRACIÓN E INFORMÁTICA.
PRESENTE

En mi carácter de revisor de tesis, hago de su conocimiento que he leído con interés la tesis para obtener el grado de la Maestría en Optimización y Cómputo Aplicado, del estudiante Lia Natasha Pacheco Sánchez, con matrícula 10053350, con el título **Caracterización de estrés de árboles a través de la dimensión fractal de sus hojas**, por lo cual, me permito informarle que después de una revisión cuidadosa de dicha tesis, me permito expresar mi **VOTO APROBATORIO** por lo que de mi parte no existe inconveniente para que el estudiante continúe con los trámites que la Universidad Autónoma del Estado de Morelos tenga establecidos para obtener el grado mencionado.

Atentamente
Por una humanidad culta

Dr. Outmane Oubram
Profesor- investigador
Facultad de Contaduría, Administración e Informática



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL
ESTADO DE MORELOS

Se expide el presente documento firmado electrónicamente de conformidad con el ACUERDO GENERAL PARA LA CONTINUIDAD DEL FUNCIONAMIENTO DE LA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MORELOS DURANTE LA EMERGENCIA SANITARIA PROVOCADA POR EL VIRUS SARS-COV2 (COVID-19) emitido el 27 de abril del 2020.

El presente documento cuenta con la firma electrónica UAEM del funcionario universitario competente, amparada por un certificado vigente a la fecha de su elaboración y es válido de conformidad con los LINEAMIENTOS EN MATERIA DE FIRMA ELECTRÓNICA PARA LA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ESTADO DE MORELOS emitidos el 13 de noviembre del 2019 mediante circular No. 32.

Sello electrónico

OUTMANE OUBRAM | Fecha:2024-03-05 18:26:57 | Firmante

nkqOIWdTHQccixCL+x7SayklFwQw/T6wwlKed8IORU29yJSmdK0jwjozmZzYKst6cahM4xKILptew/V+6oAMRHfenVbC0r6z/QpflvstmW9YSx3aO097QDHZYLqC9u3zzlixSZxvIE/6UjOxp3UuX/eDNmulh2TK5d25ObOcHlcP7sunHMo4btW/jb/u2xutQG0n+ECEWTlulOaaK6xlvGIASWSmeM+QttKYJsfRmnqL7uu97IFTj84SXIXKXB+HBd51fP6POBcuQw+6sCbZmOi1lnapenJFIHatSBz+G0NoMvrljFRdWbo+2nXdB9eHOSliduKGQqs7ngnTLIEz9w==

Puede verificar la autenticidad del documento en la siguiente dirección electrónica o escaneando el código QR ingresando la siguiente clave:



[ZLFUTG3Hy](#)

<https://efirma.uaem.mx/noRepudio/5mSmlF5xjjScVt0BjZ8bPJ3anyJU7P3>



UAEM
RECTORÍA
2023-2029

Cuernavaca, Morelos a 5 de Marzo del 2024.

DR. FELIPE DE JESÚS BONILLA SÁNCHEZ
DIRECTOR DE LA FACULTAD DE CONTADURÍA,
ADMINISTRACIÓN E INFORMÁTICA.
PRESENTE

En mi carácter de revisor de tesis, hago de su conocimiento que he leído con interés la tesis para obtener el grado de la Maestría en Optimización y Cómputo Aplicado, del estudiante Lia Natasha Pacheco Sánchez, con matrícula 10053350, con el título **Caracterización de estrés de árboles a través de la dimensión fractal de sus hojas**, por lo cual, me permito informarle que después de una revisión cuidadosa de dicha tesis, me permito expresar mi **VOTO APROBATORIO** por lo que de mi parte no existe inconveniente para que el estudiante continúe con los trámites que la Universidad Autónoma del Estado de Morelos tenga establecidos para obtener el grado mencionado.

Atentamente
Por una humanidad culta

MOCA. Mohammed Miniya
Profesor- investigador
Facultad de Contaduría, Administración e Informática



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL
ESTADO DE MORELOS

Se expide el presente documento firmado electrónicamente de conformidad con el ACUERDO GENERAL PARA LA CONTINUIDAD DEL FUNCIONAMIENTO DE LA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MORELOS DURANTE LA EMERGENCIA SANITARIA PROVOCADA POR EL VIRUS SARS-COV2 (COVID-19) emitido el 27 de abril del 2020.

El presente documento cuenta con la firma electrónica UAEM del funcionario universitario competente, amparada por un certificado vigente a la fecha de su elaboración y es válido de conformidad con los LINEAMIENTOS EN MATERIA DE FIRMA ELECTRÓNICA PARA LA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ESTADO DE MORELOS emitidos el 13 de noviembre del 2019 mediante circular No. 32.

Sello electrónico

MOHAMMED MINIYA | Fecha:2024-03-08 09:39:52 | Firmante

fsJ4vH8ZYNEXWXZJxXK3NTI02uAEHmhdQWz3pq2i0OyX4HMqevsILB28DfiVn/6w+pfoo7F17S1oZwtU67AcKFKmohNUqUhUttf6xqeluSmUidXp/l2BP2YVg/l/UN4ulBp6fCWjIFDs
GxKsOc5AC1ivJQhWjGg9AnJLPsH3r5BiEdKUL0DtIDMluT7gKSECCkg3PZJ7P4I78FDCvjZ4NXXzBGNqgcSMm7HgV35E4qir4uQ7JplImv2CIQqABiUzVAkyT9gpZRkie133Zn4C
cVzXzuaVyiVW46vO9AWnL4cVrgL5qWlzwjfkofIMpNEyp5NOLz1nSen1XxqvUMrXzw==

Puede verificar la autenticidad del documento en la siguiente dirección electrónica o
escaneando el código QR ingresando la siguiente clave:



[SmwLpAtIK](#)

<https://efirma.uaem.mx/noRepudio/fsczGJ5cdyrey2Dnkq7wNOLG3Km3GGvg>



UAEM
RECTORÍA
2023-2029