UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MORELOS
MAESTRÍA EN CIENCIAS COGNITIVAS

ARITMÉTICA Y SINTAXIS

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRA
EN CIENCIAS COGNITIVAS

P R E S E N T A:

PSIC. MARÍA DE LA MORA CONDE

DIRECTOR DE TESIS

DR. MATHIEU MICHEL LE CORRE

COMITÉ DE SINODALES

DR. ALBERTO JORGE FALCÓN ALBARRÁN
DRA. MARÍA ASELA REIG ALAMILLO
DRA. DORIS CASTELLANOS SIMMONS
DRA. LAURA A. SHNEIDMAN

Cuernavaca, Morelos Mayo, 2019

RESUMEN: Existe un gran cuerpo de evidencia que muestra la relevancia de los sistemas de numerales en la cognición numérica. La potencialidad de nombrar cualquier elemento del conjunto infinito de números naturales es facilitada por la estructura recursiva de los sistemas de numerales desarrollados junto con la productividad de los procesos lingüísticos de adquisición de estos sistemas. Igualmente, los principios aritméticos subyacentes a las regularidades sistemáticas de los numerales (modeladas por la Regla de Coordinación Numérica, RCN, y la Regla de Modificación Numérica; RMN) son generalizadas hacia los elementos novedosos. El presente proyecto busca explorar de manera experimental la cantidad de numerales memorizados necesarios para la adquisición de la RCN y examinar la relación entre el aprendizaje de la secuencia de conteo y la utilización de la RCN en comprensión y producción de enunciados aritméticos en niños en edad preescolar hablantes de español.

PALABRAS CLAVE: cognición numérica, sistema de numerales, secuencia de conteo, reglas estructurales generativas.

Contenido

INTRODUCCIÓN

En la literatura científica se ha documentado ampliamente la existencia de diversas estructuras cognitivas que proveen conocimientos aritméticos informales -- en el sentido que los niños no requieren enseñanza explícita para aprender su significado, entre éstos, los sistemas no verbales innatos (Coubart, Izard, Spelke, Marie, & Streri, 2014; Dehaene, 2011, Hyde & Spelke, 2011 Libertus & Brannon, 2009; Libertus, Feigenson, Halberda, 2011; Mack, 2006, Wynn, 1992a; Xu & Spelke, 2000; Xu, 2003, Xu & Arriaga, 2007). Igualmente, el conteo verbal: los niños aprenden la lista de alguien de su comunidad pero en general no se les enseña qué significa, sino que la codificación verbal de cantidades exactas se da a través del paulatino mapeo de las palabras numéricas con las representaciones numéricas pre-verbales (Carey, 2004; Le Corre & Carey, 2007, 2008).

Además de éstas, Hurford (1975, 1987) propone la existencia de otra estructura proveedora de conocimientos aritméticos no explícitos. Según Hurford, todos los idiomas que tienen sistemas de numerales complejos, incluso aquellos que históricamente no estuvieron en contacto, utilizan las mismas reglas sintácticas para generarlos. Además, la interpretación semántica de esas reglas corresponde a operaciones aritméticas, como suma o multiplicación. El presente trabajo parte de esta propuesta y revisa y aporta evidencia empírica que sugiere que el sistema de reglas sintácticas que generan numerales, y de las reglas semánticas que generan su interpretación, puede ser de hecho otra fuente de conocimiento aritmético informal.

Un sistema de numerales organiza las palabras numéricas, o numerales, de modo que es el esquema de expresiones lingüísticas cuantificadoras que de forma usual se utilizan en frases sustantivas (Comrie, 2013). Y aunque no se conocen culturas que tengan una falta absoluta de palabras numéricas (Gordon, 2004), los sistemas de numerales difieren en el volumen y exactitud de cantidades que pueden representar, así como en la transparencia con la que los representan. De acuerdo con Xu y Regier (2014), los sistemas de numerales se pueden clasificar, respecto del volumen y precisión de las cantidades representadas, en por lo menos tres categorías distintas: aproximados, exactos-restringidos, y recursivos. Estos últimos, a los que Hurford (1975, 1987) se refiere como sistemas de numerales complejos, son aquellos que cuentan con una base, es decir, con un “valor n tal que [una mayoría propia de] las expresiones numéricas se construyen de acuerdo con el patrón ... $xn + y$, i.e., algún número x multiplicado por la base más algún otro número.” (Comrie, 2013). Son estos los de particular interés para el presente trabajo, ya que potencialmente permiten la representación de cualquier elemento dentro del conjunto infinito de números naturales, modelando el sistema con escasas palabras y la especificación de unas pocas reglas generativas (Hurford, 1975, 1987, 2006, Xu & Reiger, 2014).

De acuerdo con Hurford (1975, 2006), estos sistemas recursivos comparten propiedades “profundas y generales”; sus expresiones numéricas bien-formadas tienen las mismas reglas generativas de estructura:

$$\text{NUMERO } \square \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{DÍGITO} \\ \\ \text{FRASE (NÚMERO)} \end{array} \right\}$$

Regla de Coordinación Numérica (RCN)
(Interpretada por adición)

$$\text{FRASE } \square \quad \text{(NÚMERO) M}$$

Regla de Modificación Numérica (RMN)
(Interpretada por multiplicación)

Adaptado de Hurford (2006)

En donde

“DÍGITO” es la categoría de numerales lexicales básicos. En general son los numerales previos a la base (en español corresponde a *uno*, *dos*, *tres*, *cuatro*, *cinco*, *seis*, *siete*, *ocho*, *nueve*); aunque hay excepciones.

“M” es la categoría de morfemas base multiplicativos (en español corresponde a *–enta*, *cien*, *mil*, *millón*);

Las llaves {…} indican la opción entre los elementos: se escoge ya sea la opción superior “DÍGITO” o la inferior “FRASE (NÚMERO)”

Los paréntesis (…) indican que puede o no estar presente. Así, una FRASE puede estar compuesta sólo por M, o por la secuencia NÚMERO M.

La Regla de Coordinación Numérica (RCN) es interpretada por adición cuando ambos elementos están presentes. Por ejemplo, “mil cinco” significa “mil + cinco”

La Regla de Modificación Numérica (RMN) es interpretada por multiplicación cuando ambos elementos están presentes. Por ejemplo, “dos mil” significa “dos * mil”

Estas reglas generativas operan en conjunción con la “Estrategia de Empaque” (Hurford, 1975, 1987, 2006) que restringe entre las opciones resultantes de la aplicación de estas reglas para obtener un único numeral bien-formado para cada cardinalidad.

La Estrategia de Empaque actúa bajo dos principios (Hurford, 2006):

1. “Ve tan lejos como puedas con los recursos que tienes”
2. “Minimiza el número de entidades con las que tratas”

De esta forma, “dos mil” es un numeral bien-formado, pero “veinte cientos” no lo es, dado que se utilizan únicamente dos “empaques” de la clase mil, mientas que para “veinte cientos” requerimos veinte “empaques” de la clase “cien”. Así, Hurford (1975, 1987) propone que la representación de los numerales es abstracta, en el sentido de que, por ejemplo, “dos cientos tres” y “veinte mil ocho” tienen la misma representación ([[DIGITO M] DIGITO]).

Considerando estas reglas generativas, los sistemas de numerales pueden ser categorizados de acuerdo con su grado de transparencia, es decir, según la claridad con la que los numerales sintácticamente complejos evidencien la base del sistema y estas reglas estructurales. Así, la transparencia está directamente relacionada con la regularidad: un sistema completamente regular sería aquel que cumpla explícitamente con las reglas presentadas, sin excepciones. Asimismo, ése sería también un sistema completamente transparente. Sin embargo, las irregularidades están presentes en todos los lenguajes naturales, que según Hurford (1987) son “características vestigiales” de su historia evolutiva.

Algunas irregularidades son compartidas por múltiples sistemas de numerales (Hurford, 1987). Por ejemplo, el sistema de numerales en español comparte con el de inglés (y con muchos otros) la irregularidad de “suplementación de la base” (Hurford, 1987: 56). Es factible analizar el *–ty* en inglés (four*ty*, six*ty*…), y el *–enta* (cincu*enta*, och*enta*…) en español para nombrar las decenas, como variantes suplementarias del diez (Comrie, 2013, Hurford, 1987). Bajo el mismo tipo de análisis, el *–teen* en inglés (four*teen*, six*teen*…) y el *–ce* en español (do*ce*, tre*ce*, catorce) representan también a la base. Esto significa que la forma de señalizar estructuralmente las operaciones de adición (-*teen*,/ -*ce*) y multiplicación (-*ty*,/-*enta*) son distintas para éstos sobre el resto de los numerales. En otras palabras, estos numerales son excepciones a las reglas generativas RCN y RMN.

Por lo mismo, éstas pueden causar confusión en la identificación de la base, llevando a los aprendices a cometer errores del tipo "veinte-once", entre otros (Miller & Stigler, 1987).

Por otro lado, esta irregularidad no es compartida por sistemas de numerales más transparentes como algunos asiáticos, entre ellos el chino, japonés y coreano. En estos idiomas los numerales son congruentes con la Base-10 del sistema; una traducción literal de 11 (shi-yi) es diez-uno; 12 (shi-er) es diez-dos; 21 (er-shi-yi), dos-diez-uno, etcétera. Esto significa que la RCN se sigue consistentemente, sin excepciones, desde el inicio de los numerales sintácticamente complejos. Igualmente la RMN se sigue de manera estable, con una única irregularidad, que es común entre todas las lenguas mencionadas, la "supresión del 1" (para nombrar 16 no se dice uno-diez-seis (yi-shi-liu), sino únicamente diez-seis (shi-liu, dieciséis, sixteen) (Hurford, 1987).

Como consecuencia, se evidencia la base y se encuentran disponibles ejemplos de la RCN y la RMN como reglas de estructura sintáctica de las que es posible derivar la semántica de operaciones aritméticas más prontamente en la secuencia de conteo. Por lo mismo, considerando que la generalización es únicamente posible a través del muestreo, es admisible especular que estas reglas se adquieran más rápidamente, es decir con necesidad de menos numerales de la lista de conteo aprendidos de memoria. Las investigaciones de Miller y colegas, (Miller & Stigler, 1987; Miller, Smith, Zhu, & Zhang, 1995) aportan evidencia a este respecto.

En Miller & Stigler (1987) se llevaron a cabo dos tareas de conteo; conteo abstracto y conteo de objetos, con niños entre 4 y 6 años. En la primera se les solicitó que contaran lo más alto que pudieran. De ser necesario se les incitaba a comenzar, empezando el investigador "1, 2, 3…¿?" Si se detenían se les motivaba a continuar, primero preguntando el número siguiente (por ejemplo, "¿Qué sigue a 23?" cuando 23 era el último número que había contado el niño). Si esto no era suficiente para que retomara el conteo, se le repetían los últimos tres números contados finalizando con un tono expectante ("21, 22, 23…¿?"). El número más alto al que pudo contar permitiendo una omisión era registrado como su capacidad de conteo. En la tarea de conteo de objetos, los niños eran presentados con un conjunto de objetos (para cardinalidades 3, 7, 13, 19, y 26), con los elementos alineados o posicionados al azar de manera contrabalanceada, y se les pedía "averiguar cuántos hay". Los resultados de estas pruebas mostraron diferencias significativas entre los grupos (por lengua hablada) en la capacidad de nombrar numerales correctamente: los niños chinos se desempeñaron significativamente mejor que los estadounidenses en todas las edades. De esta forma, los datos de Miller & Stigler (1987) sugieren, indirectamente, que los niños pueden aprender algo de las reglas de composición numérica por lo menos desde los 4 años.

Los resultados de Miller et al (1995) amplían los anteriores y sugieren con mayor claridad los efectos de las diferencias en la transparencia de los sistemas de numerales. En esta investigación se trabajó con niños de menor edad; niños de entre 3 y 5 años hablantes de inglés y de chino fueron examinados en tres tareas relacionadas con conteo: conteo abstracto, conteo de objetos, y resolución de problemas. La primera fue la misma que la descrita en Miller & Stigler (1987). En el conteo de objetos, los niños debían contar fichas en conjuntos de tres tamaños: pequeño (3-6), mediano (7-10) y grande (14-17). En la tarea de resolución de problemas debían construir conjuntos de cardinalidades 2, 4, 7 y 12. Los resultados revelaron diferencias significativas con respecto al lenguaje en la capacidad de conteo entre el 10 y el 20, así como para las tareas de conteo de objetos y construcción de conjuntos, en cardinalidades mayores a 10. Entre otros resultados, es importante resaltar las diferencias en el momento de dominio de la RCN: prácticamente un año antes que los hablantes de inglés, los niños chinos alcanzaron el 100 en la secuencia de conteo. Y aunque esto pudiera explicarse como un mejor aprendizaje memorístico de los primeros cien numerales, la inflexión en la curva de producción según edad sugiere un cambio cualitativo abrupto en la manera de producir numerales: la adquisición de la RCN.

De esta forma, las investigaciones de Miller y colegas (Miller & Stigler, 1987; Miller et al. 1995) aportan evidencia de que los niños usan las reglas sintácticas para nombrar los numerales. Pero, ¿qué hay de su interpretación semántica, del sentido aditivo de la RCN? En una serie de estudios posteriores, Ho & Fuson (1998), exploraron si es más fácil aprender sumas cuando su resultado se expresa con la combinación sintáctica de los numerales adicionados que cuando se expresan con una forma lexical que no es compuesta por los numerales sumados. En esta investigación, realizada con niños monolingües hablantes de inglés y chino, evaluaron lo que llaman el *entendimiento de cardinalidad diez-integrado* (*embedded-ten cardinal understanding*). Exploraron la comprensión de las cantidades entre 11 y 19 como sumas de tipo 10 + *Y*, para *Y* un numeral lexical básico. Dicho de otro modo, y con fines de consistencia terminológica en el presente trabajo, en la investigación de Ho & Fuson (1998) se indagó la interpretación del significado aditivo de la RCN, así como su utilización en sumas del tipo 10+*Y*. Para los hablantes de chino, la solución de estas sumas es una combinación sintáctica directa de la aplicación de la RCN, 10 + Y = *10-Y*, para cualquier Y entre 1 y 9, por ejemplo 10 + 1 es *shi* + *yi*, que como resultado tiene el numeral *shi-yi*. En cambio, para los hablantes de inglés, la respuesta correcta es un numeral lexicalizado, que en el mejor de los casos refleja una suplementación de la base 10, con el uso del *-teen*, como ya se explicó previamente. Los niños fueron puestos a prueba en secuencia de conteo (conteo abstracto en Miller & Stigler, 1987) y tarea de Objetos-Escondidos. En esta segunda tarea el experimentador ponía un número *X* de bloques en una caja opaca mientras contaba bloque a bloque con el niño. Hacía lo mismo para un segundo conjunto de bloques de cardinalidad *Y*. Después cerraba la caja, de tal forma que el contenido no pudiera verse, y decía: "Primero coloqué *X* bloques en la caja, y luego puse *Y* más bloques en ella. ¿Cuántos bloques en total hay en la caja ahora?". Siempre se hacía un ensayo de calentamiento para *X* = 2; *Y* =1. Para el resto, la mitad de ensayos el valor de *X* fue 4, y la otra mitad fue 10. *Y* tomó los valores 2, 5, 7, 9. El criterio de comprensión de la cardinalidad diez-integrado (del significado aditivo de la RCN) fue respuestas correctas y rápidas (sin conteo) para los ensayos de tipo 10+*Y*, mostrando peor desempeño (en cuanto a tiempos de reacción y precisión de las respuestas) para los ensayos de tipo 4+*Y*, siempre y cuando no se dieran respuestas del tipo "4*Y*". Esto para asegurar que hubo comprensión y no una mera repetición rutinaria del tipo de respuesta, para X+Y = XY. En todos los estudios, los datos fueron analizados en grupos a partir de la capacidad de conteo (SC), como Baja-SC, para niños que contaban máximo hasta 49, y Alta-SC para niños que alcanzaban 50 o más. Igualmente, se controló el Coeficiente Intelectual (CI), siendo CI promedio menor o igual a 105, y CI alto, mayor a 110. Con estas características, a partir de las evaluaciones realizadas a los niños a la edad de 5 años, se formaron tres grupos: 1) Baja-SC con CI promedio (n=11), 2) Alta-SC con CI promedio (n=14); y 3) Alta-SC con CI alto (n=11). Además, otras variables fueron analizadas El contexto socio-cultural también fue considerada dentro de las variables controladas. Se estudiaron dos variantes en idioma: inglés y chino. La maduración cognitiva fue contrastada por la edad, de manera longitudinal, al aplicar las pruebas a los mismo participantes tanto a los cuatro años como a los cinco años de edad. Por último, se controló el Coeficiente Intelectual (CI) como medida de inteligencia, considerando dos grupos: CI promedio, menor o igual a 105; y CI alto, mayor a 110.

Sus resultados indican que la capacidad de conteo alta (mayor a 50) está relacionada con la interpretación y uso del significado aditivo de la RCN, incluso más fuertemente que la maduración cognitiva (Ho & Fuson, 1998) . Para los hablantes de chino, a los 5 años de edad, ningún niño del grupo con secuencia de conteo menor a 50 mostró comprensión de la *cardinalidad diez-integrado*. Los únicos niños que lograron responder las sumas del tipo 10+Y, sin contar y sin lograr todos los problemas de la forma 4+Y, (n=14/25) pertenecían a alguno de los grupos de secuencia alta de conteo: 7 al grupo de Alta-SC con CI promedio (n=14; 50%), y 7 al grupo de Alta-SC con CI alto (n=11; 64%). Este resultado contrasta con el de los niños hablantes de inglés, en el que ningún niño fue capaz de resolver las sumas sin contar. Esto puede ser explicado, como se mencionó previamente, por la irregularidad en la RCN en la decena 11-19 en el idioma inglés (*-teen*s). El grupo de los 14 niños hablantes de chino que mostraron comprensión de la *cardinalidad diez-integrado*, tenía puntajes significativamente más altos en CI que aquellos que no mostraron esta comprensión. Sin embargo, un análisis discriminante mostró que "la secuencia correcta de conteo a la edad de 5 años fue el mejor discriminante entre la comprensión o no comprensión de la *cardinal diez-integrado*, y el CI el peor discriminante." (Ho & Fuson, 1998:539)

Dichas observaciones realizadas con los niños hablantes de chino apuntan a que aquellos con secuencias de conteo mayores a 50 poseen un conocimiento cualitativamente distinto al de los niños con secuencias de conteo bajas: el uso de la sintaxis y semántica del sistema de numerales (RCN y su significado aditivo). Igualmente, los resultados de Ho & Fuson (1998) sugieren que este conocimiento forma parte de los aprendizajes aritméticos informales de los niños. Esto es, que experiencias meramente lingüísticas (en contraposición a una educación formal y el aprendizaje de números arábigos) resultan suficientes para comprender la *cardinalidad diez-integrado*. En el momento de la evaluación a la edad de 5 años, a los niños hablantes de chino, en el preescolar únicamente se les había enseñado a resolver sumas muy simples, con resultado no mayor a 4. Considerando esto, solamente el ensayo de práctica (2+1) se encontraba dentro del rango de lo aprendido en la escuela.

Sobre esta base, Le Corre & Ferrari (2017) investigaron si la relación encontrada por Ho & Fuson (1998) entre la longitud de la secuencia de conteo y la comprensión de la *cardinalidad diez-integrado* se debe a que los niños con secuencias de conteo altas (mayor a 50) utilizan la RCN para nombrar numerales, mientras que aquellos con secuencias de conteo bajas recitan una lista de numerales memorizados en la que cada uno representa una unidad léxica indivisible. Con adaptaciones hechas a la tarea de

Objetos-Escondidos (Ho & Fuson, 1998) y Conteo abstracto (Miller & Stigler, 1987), Le Corre & Ferrari (2017) exploraron en niños monolingües hablantes de español, con edad media de 5.8 años, si el uso sistemático de la sintaxis de la RCN en el nombramiento de numerales es suficiente para comprender su sentido aritmético. Asimismo, indagaron sobre el grado de abstracción que representa el uso de esta regla. Es decir, investigaron si lo que Ho & Fuson (1998) llaman *cardinalidad diez-integrado*, puede ser generalizado en el español para cualquier numeral entre el 31 y 99. Esto es, si hay niños que pueden resolver cualquier adición oral de una decena más un dígito, por lo menos con numerales entre 31 y 99. Además, si, en los casos de aquellos niños con secuencia de conteo alta que no logran en principio resolver este tipo de sumas, tras modelarles el sentido aditivo de esta regla con algunos ejemplos en el rango de una decena (31-39), consiguen generalizarlo al resto de los numerales entre 41 y 99.

Valga remarcar algunas diferencias en la tarea de Conteo implementada por Le Corre & Ferrar (2017), de la propuesta por Miller & Stigler (1987), y utilizada por Ho & Fuson (1998). En la tarea de Conteo Abstracto (Miller & Stigler, 1987) se le solicita al niño que cuente lo más alto que pueda y, de ser necesario se les incita a comenzar, empezando el investigador "1, 2, 3…¿?" Si el participante se detiene, se le motiva a continuar preguntando el número siguiente (por ejemplo, "¿Qué sigue a 23?" cuando 23 fue el último número contado por el niño). De no ser suficiente para que retome el conteo, se le repiten los últimos tres números contados finalizando con un tono expectante ("21, 22, 23…¿?"). El número más alto al que puede contar permitiendo una omisión es registrado como su capacidad de conteo.

La tarea de conteo en Le Corre & Ferrari (2017), aunque similar a la propuesta por Miller & Stigler, (1987) tiene tres diferencias:

1. Las estrategias de promoción de conteo se aplican no sólo si el niño para de contar, sino también en el caso de que nombre otro numeral distinto al correspondiente.

2. Siempre que el niño detenga la secuencia en numeral terminado en "nueve" (e.g. "cuarenta y nueve") por no conocer el numeral para la decena siguiente, éste se le dice cuantas veces sea necesario.

3. Como última estrategia de incitación al conteo, si el niño se detuvo en un numeral *x*, el experimentador nombra *x+1*, en una única ocasión. Si comete algún error posterior, y

no corrige después de aplicar las estrategias de promoción de conteo de Miller y Stigler (1987), se detiene la tarea y se registra el último numeral nombrado por el niño.

La segunda diferencia es de particular relevancia para dicho estudio y el presente, dado que lo que se está explorando es la adquisición de la RCN, y no de la secuencia de conteo en sí misma, o de los numerales asignados para los múltiplos de 10. Le Corre (2017) reporta lo que parece un "repentino salto en el aprendizaje de la lista de conteo" un fenómeno en hablantes de inglés alrededor del número 50. Los niños "saltan" de contar al "cuarenta y nueve" a contar hasta el "cien" (Le Corre, comunicación personal, 08 de noviembre de 2017). Esto sugiere un cambio cualitativo en la manera de producir numerales: la adquisición de la RCN, al menos en la forma parcial *decena-y-unidad*.

Lo reportado por Fuson et al. (1982:39) en lo que ellos llaman "el problema de las decenas" apunta en la misma dirección:

> Muchos niños mayores en nuestras muestras dieron evidencia de que entendían esta estructura repetitiva. Por encima de los veintes, sus secuencias mostraban el patrón de "x-*ty*, x-ty-one, x-ty-two, ..., x-ty nine" seguido de otro trozo de "x-ty a x-ty-nine" diferente. Sin embargo, la mayoría de ellos aún no había aprendido el orden de las palabras x-ty, los múltiplos de diez. La secuencia se movía, por ejemplo, de los veintes a los cincuentas, a los ochentas, a los treintas, a los cincuentas otra vez, a los veintes, etc. (Fuson et al, 1982)

Esto sugiere que aunque los niños no hayan aún aprendido el orden o forma lexical de las decenas, ya cuentan con un manejo (por lo menos parcial) de la RCN.

Esta es la base para la adaptación de la tarea Conteo Abstracto, propuesta originalmente por Miller y Stigler (1987). Sobre estas observaciones, se presupone que haber aprendido la sintaxis de la RCN permite la generación de todos los numerales que se conformen a esa regla. En este caso, por lo menos la generación de todos los numerales hasta *noventa-y-nueve*. Sin embargo, el nombre de las decenas y su orden no se rige por la RCN, como ya se explicó, sino por la RMN y una suplementación de la base, donde el -enta (en cincu*enta*, por ejemplo) representa la base diez que se multiplica (*cincuenta* es *cinco veces diez*). Por lo mismo, podría haber niños que han adquirido la RCN pero que no conocen el orden de los términos de decena, o que todavía no han memorizado su forma lexical (no han aprendido que el número que viene después de cuarenta y nueve se llama "cincuenta"). Por lo tanto, mantener la forma original de la tarea de Conteo Abstracto (Miller & Stigler, 1987), podría subestimar el conocimiento de un niño de la RCN. Es decir, se corre el riesgo de concluir que un niño que solo cuenta hasta, por ejemplo, *cincuenta-y-*

nueve no ha aprendido la RCN, cuando, de hecho, su problema no es que no haya aprendido la regla sino que no se sabe el orden o la forma léxica de las decenas. Es por ello que se les proporcionan las decenas a los niños todas las veces que sea necesario (Le Corre, comunicación personal, enero de 2018). Los datos recabados por Le Corre & Ferrari (2017), como se mencionó previamente, son consistentes con esta presunción: el 36.1% de los niños estudiados cuenta hasta un número menor a “cincuenta”, mientras que el 61.1% cuenta hasta “cien”. Sólo un niño que contó hasta sesenta no cabe en estas clases.

Por otro lado, la tercer diferencia pretende ser consecuente con lo que reportan Fuson, Richards, & Briars (1982:39): “algunos niños omiten una sola palabra en una secuencia y luego continúan produciendo muchas más palabras correctas.”

En la tarea adaptada de Objeto Escondido (Ho & Fuson, 1998), el experimentador mostraba al niño una pantalla donde se presentaban durante 1000ms círculos azules y rojos entremezclados. Los círculos azules eran siempre N, tal que N es múltiplo de 10, y $30 \leqslant N \leqslant 90$. Los círculos rojos eran siempre M, tal que M es entero y $1 \leqslant M \leqslant 9$. Pasados los 1000ms, las imágenes se cubrían con otra que simulaba una caja café. Entonces el experimentador decía: “En la caja hay N pelotas azules y M pelotas rojas, N azules y M rojas, ¿Cuántas pelotas hay en total?” La tarea consistía en cuatro ensayos (N=30, 40, 50, 90; M=7, 5, 6, 8, pareados en ese orden). Si el niño no respondía, se promovía que lo hiciera y se controlaba que no estuviera fallando por haber olvidado los números a sumar.

Si, aun así, en alguno de los tres primeros ensayos se equivocaba o no respondía, se hacían tres ensayos de entrenamiento, con el mismo tipo de estímulo y para el mismo N fallado, variando únicamente M. Por otro lado, si el niño respondía correctamente los primeros tres ensayos “Sumas Orales con Decenas” o el total de ensayos, pasaba a la tarea de “Generalización” donde hacía el mismo tipo de operaciones, pero con N y M nuevos, estímulos diferentes y tal que la conjunción “y” no apareciera en las instrucciones. Por ejemplo: “¿Viste? Primero llegaron N patos, después llegaron M patos. Primero llegaron N, después M. ¿Cuántos patos hay atrás de las nubes?”

Además de esta tarea, el diseño experimental incluyó una de sumas con números pequeños (1+1,2+1,1+2) como calentamiento para “Sumas Orales con Decenas”, y una tarea de conteo.

Las tareas de control que se realizaron se describen brevemente a continuación. "Adiciones Orales Memorizadas": Una tarea en adiciones que no pueden ser resueltas por el uso directo de la RCN (del estilo de los ensayos 4+*Y* en Ho & Fuson, 1998, pero con decenas, e.g., "11+7") como control a la posible repetición rutinaria del tipo de respuesta *X*+*Y*=*XY*.
"Sustracción con Patos": Ésta, con el mismo tipo de estímulos que los utilizados en "Generalización" pero donde la instrucción era una sustracción (e.g. "60-8") para verificar que la aplicación de la RCN tuviera verdaderamente un sentido aditivo. "Conteo con Palabra Nueva": Otra tarea de conteo, iniciando desde un número muy alto desconocido para los niños ("trillón"), para descartar la posibilidad de que la secuencia de conteo producida por los niños fuera de manera memorística. Finalmente, el experimento incluyó dos tareas de adiciones escritas con decenas para descartar que el éxito en las tareas de adiciones orales con decenas se debiera al manejo de números arábigos, asociado con instrucción formal.

Según Le Corre & Ferrari (2017), sus resultados son consistentes con los obtenidos por Ho & Fuson, (1998), y proponen que:

1. Existe una correlación entre la capacidad de conteo alta y la interpretación y uso del significado aditivo de la RCN. Únicamente algunos niños (31.8 %; n=7 de 22) que lograron contar hasta cien, mostraron un uso adecuado de la RCN en las tareas de adiciones orales, mientras que ningún niño con conteo menor a cincuenta tuvo éxito en las mismas tareas de adiciones.

2. El uso de la RCN para generar numerales sintácticamente complejos de la forma *decena*+*unidad* es necesario, más no suficiente, para inferir su significado aditivo. El 59% (n=13 de 22) de los niños que lograron contar hasta cien no lograron resolver las adiciones orales de la forma "decena + unidad = *decena-y-unidad*", sin modelado.

3. La productividad de los procesos lingüísticos es suficiente para inferir el significado aditivo de la RCN, por lo menos para el nivel *decena*+*unidad*. El 69.2% (n=9 de 13) de aquellos niños que inicialmente lograron contar hasta cien pero no pudieron responder correctamente las adiciones orales, con únicamente tres ejemplos de modelado en la misma decena, consiguieron responder el mismo tipo de adiciones

para otras decenas hasta noventa, sin generalizar esta estructura (*decena y unidad*) a sustracciones.

4. Experiencias meramente lingüísticas (en contraposición a una educación formal y el aprendizaje de números arábigos) resultan suficientes para comprender el sentido aditivo de la RCN. Los niños que lograron realizar adiciones orales (con y sin entrenamiento) no lograron identificar las adiciones escritas como correctas o incorrectas. La proporción de aciertos en dicha prueba de adiciones escritas no fue superior a la explicada por el azar.

En síntesis, la evidencia revisada sugiere que:

1. Los sistemas de numerales complejos, en diversos idiomas incluso sin compartir orígenes históricos, pueden ser construidos por reglas sintácticas generadoras con interpretación semántica que corresponde a operaciones aritméticas. Estas reglas son: la Regla de Coordinación Numérica (RCN) que es interpretada como adición, y la Regla de Modificación Numérica, interpretada por multiplicación. (Hurford, 1975, 1987)

2. Estas reglas sintácticas son inferidas por los niños sin necesidad evidente de enseñanza explícita de la mismas. Los estudios de Miller y colegas (Miller & Stigler, 1987; Miller et al., 1995) mostraron que los niños hablantes chino, lengua en la que las reglas se exponen antes en la secuencia numérica que en idiomas como el inglés, adquieren la regla antes que los niños anglosajones; y sin necesidad de haberlo aprendido en la escuela. La investigación de Le Corre & Ferrari (2017) exhibe un “salto repentino” en la capacidad de conteo de los niños, que muestra el cambio cualitativo en la manera de producir numerales, de la memorización a la utilización de la RCN.

3. Una vez conseguida la RCN como regla sintáctica, es posible adquirir su sentido aditivo, y al parecer con un mínimo de ejemplos modelados. Tanto la investigación de Ho & Fuson (1998) como la de Le Corre & Ferrari (2017), muestran una diferencia categórica en el uso de la RCN para resolución de sumas, según la capacidad de conteo de los niños. Los únicos que dieron respuestas correctas y espontáneas a las adiciones de estructura de *cardinalidad diez integrado*, o *decena-y-unidad*, fueron aquellos con secuencias de conteo altas. Además, el

estudio de Le Corre & Ferrari (2017), un porcentaje considerable (69%) de los niños que no pudieron responder espontáneamente a las sumas planteadas, lo lograron después del modelado de a lo más tres respuestas correctas, todas perteneciendo a la misma decena.

Ahora, considerando estas evidencias que sugieren que es suficiente un proceso meramente lingüístico en la adquisición del sistema de numerales y sus reglas generativas, ¿cuál es este "punto clave" que permite un cambio cualitativo en la producción de numerales, mutando de la memorización al uso, por lo menos parcial, de la RCN? El propósito de este trabajo es poner a prueba de manera experimental si, como sugieren los datos de Ho & Fuson (1998), y Le Corre & Ferrari (2017) la simple exposición lingüística a un fragmento de la secuencia de conteo (a saber, del uno al cuarenta y nueve) es suficiente para que los niños logren la adquisición de la RCN, en dos sentidos. El primero, un sentido sintáctico en la producción de numerales de la forma decena y unidad, es decir, que con enseñanza explícita del segmento de la secuencia numérica del uno al cuarenta y nueve, los niños, por sí mismos, logren contar hasta noventa y nueve. El segundo, su significado aditivo. Los resultados de los estudios revisados, en que únicamente niños con secuencias de conteo altas muestran comprensión del significado aditivo de la RCN, apuntan a que utilizar la regla sintáctica es necesario más no suficiente para comprender su sentido aditivo. Por esto, la intención es probar si de manera más directa se sostienen los resultados de Le Corre & Ferrari (2017) en los casos en que los niños logren utilizar la RCN para producir numerales hasta el 99. Esto es, examinar si con el modelado de tres ejemplos del significado de suma de la RCN en una misma decena, es suficiente para que el niño, que recientemente adquirió el patrón sintáctico de la regla, generalice su sentido aditivo al resto de las decenas.

OBJETIVOS

Considerando lo expuesto anteriormente, el propósito general del presente proyecto es:

1. Explorar la posibilidad de adquisición de la RCN para producción de numerales y comprensión y uso de enunciados aritméticos de la forma *decena-y-unidad* a través de un entrenamiento en conteo. Considerando el "salto repentino" en la secuencia de conteo, reportado por Le Corre & Ferrari (2017), parece plausible que la práctica memorística de un segmento de la secuencia, a saber del *uno* al *cuarenta-y-nueve*, permita a los niños identificar y utilizar la RCN para producir numerales, por lo menos aquellos de la forma *decena-y-unidad*. Igualmente,

tomando en cuenta los resultados de Ho & Fuson (1998) y Le Corre & Ferrari (2017) sobre la prevalencia de la relación entre secuencia de conteo alta y el manejo de la RCN, se presupone factible que los niños, una vez adquiriendo el patrón sintáctico de la RCN para la producción de numerales hasta el *noventa-y-nueve* por medio del práctica memorística de una sección de la secuencia de conteo (del *uno* al *cuarenta-y-nueve*), con un mínimo modelado de tres ejemplos del sentido aditivo de RCN , logren inferir y utilizar esta semántica en la resolución de sumas orales de la forma *decena+unidad= decena-y-unidad*. Como objetivos específicos se presentan:

a. Confirmar los resultados de estudios previos, al evaluar el uso de la RCN en producción de numerales sintácticamente complejos y la interpretación de su significado aditivo en niños hablantes de español de segundo y tercer grado de preescolares públicos en Morelos.

b. Implementar un entrenamiento meramente lingüístico (recitado) de la lista de conteo que les permita gradualmente memorizar la secuencia numérica hasta aproximadamente el *cuarenta-y-nueve*, a aquellos niños que no lo lograran desde la evaluación inicial.

c. Evaluar periódicamente, a lo largo de la duración del Entrenamiento en Conteo, si existe uso de la RNC en la producción de numerales sintácticamente complejos, para numerales fuera del rango de los entrenados (con el apoyo de las estrategias de promoción de conteo descritas en el estudio de Le Corre & Ferrari (2017))

d. Explorar la existencia de un “punto clave” de adquisición de la RCN

e. Contrastar el uso y comprensión del significado aditivo de la RCN antes y después del entrenamiento en conteo.

MÉTODO

PARTICIPANTES

Un total de 113 niños hablantes nativos de español, de edades entre 3 y 6 años (Rango: 3 años 7 meses - 6 años 6 meses, M=5años 8 meses; DE= 6.6 meses), inscritos a segundo o tercer grado de preescolar, participaron en el estudio. Fueron reclutados en cuatro preescolares públicos de Cuernavaca y Jiutepec, en el Estado de Morelos, con previo consentimiento informado de padres o tutores y autoridades educativas. De esos 113 participantes, 60 (53.1%) fueron hombres, y 53 (46.9%) mujeres. Por limitaciones en recursos humanos, la recolección de datos no fue uniforme en cuanto al momento del ciclo escolar: se llevó a cabo hacia el final del ciclo escolar (meses mayo-junio) en tres de las escuelas, y a principios del ciclo (meses octubre-noviembre) en el preescolar restante. Únicamente 4 (3.5%) niños pertenecieron al segundo grado de preescolar en momento inicial; 28 (24.8%) al segundo grado en momento final; 15 (13.3%), al tercer grado en momento inicial; y 66 (58.4%) al tercer grado en momento final.

Adicionalmente, 120 niños inscriptos en los mismos jardines de niños y grados participaron, pero fueron excluidos de los análisis, debido a no demostrar conocimiento del principio de cardinalidad (evaluado con la prueba “Dame N”; ver a continuación). Igualmente, participaron 15 niños de los mismos grados (2° y 3°) pertenecientes a un preescolar privado de Cuernavaca. Sin embargo, considerando modificaciones en la forma de aplicación y evaluación de las tareas, los únicos resultados comparables son los de la tarea de cardinalidad, la cual 13 niños (87%) lograron resolver con éxito, mientras que únicamente 2 (13%) no fueron considerados Cardinal-conocedores. Para el resto de los análisis, los datos de estos 15 niños no fueron considerados

Del total de 113 participantes, para los análisis de las pruebas del sentido aditivo de la RCN (segunda sesión y posteriores, ver a continuación), los datos de 50 participantes fueron descartados. Esto debido a que, por restricciones de recursos de espacio y tiempo uno de los preescolares decidió no continuar (n=35) en el estudio, o dado que no lograron responder correctamente los tres reactivos de la prueba *Adición Oral con Números Bajos* (n=15; ver descripción de la prueba a continuación). Por lo tanto, la muestra analizada para las pruebas del significado de suma de la RCN constó únicamente de 63 participantes (Hombres n= 38, 60.3%; Mujeres, n= 25, 39.7%; rango de edades: 4 años 4 meses-6 años 6 meses, Media=5 años 7 meses).

TAREAS. DESCRIPCIÓN Y OBJETIVOS.

Dame N:

El objetivo de esta tarea es identificar el dominio del niño del principio de cardinalidad: es decir, el conocimiento de que al contar los elementos de un conjunto, la última palabra utilizada de la secuencia de conteo es exactamente el número de elementos del conjunto.

La experimentadora (E) explica al niño que el títere necesita N fichas porque tiene hambre y ésa es su comida. “Ésta es mi amiga cebra/mono (mientras señala el títere de mano con figura de cebra o mono, según corresponda de 15 cm); y estas fichas son su comida (E señala las 15 fichas depositadas en un contenedor transparente que entrega al niño) y éste es su plato (E señala la bandeja blanca rectangular de 53cm x 9cm). Mi amiga cebra/mono tiene hambre. ¿Puedes poner N fichas en el plato y decirme cuando termines?”

Cuando el niño avisa que terminó, E alinea las fichas para facilitar el conteo. E dice “Ahora vamos a contarlas para asegurarte que son N”, mientras señala cada ficha acompañando el conteo. Si el niño no comienza el conteo solo y en tono audible, E señalando la primer ficha, comienza: “uno, ...”, y permite que el niño continúe autónomamente. Si el conteo termina con un número distinto a N (independientemente de si fue correcto o no), E comenta: “Pero pedí N, ¿puedes arreglarlo para que haya N y avisarme cuando hayas terminado de arreglarlo?” Independientemente de su respuesta, E dice “gracias” y pasa a siguiente ensayo. Si el niño resuelve correctamente el ensayo, se repite el procedimiento para otro N, de manera alternada (N= 10, luego N= 6, luego N=10, etc). Si el niño no logra resolver la tarea, se repite el procedimiento para N = 2. Siempre que el niño no pueda completar satisfactoriamente el ensayo, se hace un ensayo con N=2.

Una vez logrado N = 2, se repite el procedimiento para la N fallada.

Si se fallan dos intentos de un máximo de tres para cualquier N (6,10, 2), la tarea se detiene y se considera no resuelta. La tarea se considera exitosamente resuelta y se identifica al niño como “Cardinal-conocedor”, si logra 2 de 3 ensayos para N = 6 y N= 10.

Conteo Abstracto (Le Corre & Ferrari, 2017): E pide al niño que cuente hasta el número más alto que conozca. Para la primera aplicación de esta tarea, se apoya en un títere del personaje Pocoyó: “Pocoyó tiene un problemita, se le ha olvidado cómo contar. ¿Tú puedes ayudarle? ¿Le enseñas a contar hasta el número más alto que puedas?” Si el niño no comienza a contar inmediatamente, E dice: “¿Le ayudamos?” E comienza la cuenta: “Uno, dos, tres, …” terminando con un tono expectante. Si el niño no comienza a contar, E dice:

“Vamos a contar juntos. Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez. OK, ahora cuenta tú”. En aplicaciones posteriores con el mismo participante, se prescinde del títere.

Se utilizan cuatro estrategias distintas para promover que el niño continúe contando:

1) Si durante el conteo el niño se detiene en un numeral terminado en “nueve” por no conocer el nombre de alguna decena, (e.g. se detiene en “cuarenta y nueve”), se le nombra el numeral correspondiente a la decena omitida (“cincuenta”) tantas veces como sea necesario. Esto dado que el principal interés de este estudio es investigar la adquisición de la Regla de Coordinación Numérica y que podría haber niños que conocen la Regla pero no conocen el orden el orden de los numerales correspondientes a las decenas.

2) Si durante el conteo el niño se detiene en algún número, o nombra un numeral incorrecto, cuando es necesario aumentar una unidad a una decena ya evocada (ejemplo 35, …), E dice: "¿Qué sigue después del 35?"

3) Si el niño no continúa contando, o nombra algún numeral incorrecto, E repite los últimos tres números contados, terminando con un tono expectante (33, 34, 35, ¿?).

4) Finalmente, E puede decir el número subsecuente (36), una única vez durante toda la prueba. Si el niño desconoce algún número posterior, a pesar de la aplicación de las estrategias anteriores, la tarea se da por terminada.

Se considera el numeral máximo alcanzado como el último numeral que logró recitar sin las ayudas 1), o 4). En el caso de que logre contar hasta el número “ciento veintinueve”, se le detiene y termina la prueba.

Lectura de Números Arábigos:

El propósito de esta tarea es indagar sobre el conocimiento del niño del sistema de números arábigos de decenas, en numerales que pueden ser expresados en términos de la RCN, y la interacción de dicha competencia con el desempeño en tareas posteriores.

Se muestra una tarjeta de papel blanco con un número impreso en color negro y se le pide al niño que nombre dicho número. Para motivar al niño a leer los números E se apoya en el títere y cuenta una historia. “¿Tú conoces el mar? Mi amiga Langosta viene del mar, y me contó que en el mar los números no se leen ni se escriben. Por eso me acompañó hoy a la escuela, para ver si tú puedes ayudarle. ¿Puedes decirle qué número es este?”. Independientemente de la respuesta del niño, el experimentador dice “gracias” y pasa a la tarjeta siguiente.

Los números examinados fueron: 1, 2, 17, 33, 68, 95, en la Fase Inicial, y 1, 2, 18, 44, 76, 93, en la Fase Post- Entrenamiento, en orden fijo. En ambas fases, dichos números se examinaron una única ocasión. Los dos primeros (1, 2) fueron agregados a la tarea como ensayos de práctica.

Adición Oral con Números Bajos:

El fin de esta tarea es clarificar las instrucciones, familiarizar al niño con el tipo de estímulos utilizados en tareas posteriores (círculos de rojos y círculos azules proyectados en un monitor), y asegurar que el niño entiende la tarea. Los niños que no pudieron contestar las preguntas de esta tarea correctamente (n=15) fueron excluidos de los análisis finales.

Los ítems presentados fueron sumas orales para 1+1, 1+2, 2+1. En la pantalla negra de un monitor se presenta una caja café. En el siguiente cuadro se levanta la caja y muestra al centro círculos azules y rojos durante 1000 ms. Finalmente, la imagen de la misma caja recubre los círculos. Después de que la caja haya cubierto los círculos, E dice: “En la caja hay *n* pelotas azules y *m* pelotas rojas, *n* azules y m rojas, ¿Cuántas pelotas hay en total?” La tarea consiste en tres ensayos con diferentes cantidades: Se presentan un círculo azul y uno rojo (1+1), después dos azules y uno rojo (2+1), finalmente, uno azul y dos rojos (1+2)

Adición Oral con Decenas y Modelado:

El propósito de esta tarea es obtener una medida base de la utilización de la Regla de Coordinación Numérica (RCN) para adiciones y de no contestar adecuadamente, modelar las respuestas correctas con numerales perteneciendo a una sola decena para promover la utilización de la RCN en sentido aditivo.

Con el mismo tipo de estímulos utilizados en la tarea anterior, se nombran dos cantidades oralmente (una decena y algunas unidades) y se le pregunta el total al niño. En la pantalla negra del monitor se presenta una caja café. En el siguiente cuadro se levanta la caja y se muestra al centro círculos azules y rojos durante 1000 ms. Finalmente, la imagen de la misma caja recubre los círculos. Los círculos azules siempre son un múltiplo de diez igual o mayor a 30 y menor a 100, y los rojos un número entre uno y nueve

Después de que la caja haya cubierto los círculos, E indica la cantidad exacta de círculos de cada color que se mostraron en la pantalla, pregunta al niño cuántas pelotas hay en total ("En la caja hay *n* pelotas azules y m pelotas rojas, *n* azules y *m* rojas, ¿Cuántas pelotas hay en total?") y espera su respuesta.

De no responder, para evitar que sea un problema de memoria E pregunta "¿Cuántas pelotas azules hay?". En el caso de que el niño no sepa o no responda, se le repite la cantidad de pelotas "Hay n azules y m rojas" y le pregunta nuevamente "¿Cuántas pelotas hay en total?".

A la tarea corresponden cuatro ensayos, en el siguiente orden: 1) n ="treinta" m = "siete"; 2) n = "cuarenta"; m = "cinco", 3) n ="cincuenta", m = "seis"; 4) n = "noventa", m = "ocho".

Si el niño resuelve correctamente tres o cuatro adiciones, el niño continúa directamente con la tarea de *Generalización* (ver descripción a continuación). En caso contrario, es decir, si se equivoca en alguno de los tres primeros ensayos, se inicia inmediatamente el *Modelado* de Adiciones con Decenas.

Si el niño menciona la respuesta correcta, pero en su estrategia de resolución existió conteo aparente, se continúa sin el Modelado, pero las respuestas a los ítems son consideradas nulas. Esto debido a que el propósito de esta tarea es evaluar el uso del significado aditivo de la RCN.

El *Modelado* se inicia directamente tras el primer error cometido. Durante el ensayo, E mencionó: "En la caja hay n pelotas azules y m pelotas rojas, n azules y m rojas, ¿Cuántas pelotas hay en total?" Si el niño responde incorrectamente, o no responde, E insiste: "Fíjate, hay *n* pelotas azules y m pelotas rojas, entonces hay ¿"*n*" y…?"

Finalmente, si el niño sigue sin responder de manera correcta E explica: "Mira, hay *n* pelotas azules y *m* pelotas rojas, entonces hay "*n y m*" pelotas en total. A ver, dilo tú, hay "n y m" en total". E espera a que el niño repita.

Siguiendo esta misma lógica, se presentan dos ensayos más, en el siguiente orden, dependiendo cuál fue el ensayo originalmente fallado:

Adición fallada	1° Ensayo Modelado	2° Ensayo Modelado	3° Ensayo Modelado
30+7	30+7	30+3	30+1
40+5	40+5	40+2	40+8
50+6	50+6	50+4	50+9

Al terminar el *Modelado*, el niño continúa con la tarea de *Generalización*.

Generalización:

Propósitos: probar si aprenden regla abstracta a partir de los pocos ejemplos del modelado; ver si, con el modelado, los niños adquieren una comprensión “general y profunda” del significado de la combinación de un numeral de decena con un numeral de unidades, es decir que entienden que la combinación corresponde a una suma sin que importaran los elementos sumados, y la manera en que se presenta la suma en el problema dado, o si no más adquieren una regla superficial restringida a los detalles particulares de las situaciones de modelado y/o si se basa en la presencia de la conjunción “y” en y de la expresión “en total” en la descripción verbal de la situación. Por lo tanto, la tarea de generalización es similar a la tarea de “Adición Oral con Decenas” pero con otro tipo de estímulos visuales y tal que en las instrucciones no se utilice la conjunción “y”, ni la expresión “en total”.

La tarea consta de tres ensayos. En los dos primeros ensayos se muestra una pantalla azul sobre la que se dibuja un grupo de *n* pájaros, con *n* una cantidad igual a algún múltiplo de 10, igual o mayor a 40 y menor a 100. E describe: “Primero llegan *n* pájaros”. E confirma con el niño el número: “¿Cuántos pájaros llegaron?” y espera la respuesta del niño. Si el niño nombra un número diferente a *n*, E responde: “Ups, no, llegaron *n* pájaros. ¿Cuántos pájaros llegaron?” El procedimiento se repite por un máximo de cuatro veces hasta que el niño dé la respuesta correcta a esta pregunta de chequeo de memoria, de no lograrlo se suspende la tarea. Una vez que el niño ha respondido correctamente *n*, E continúa: “¡Muy bien! Después llegan *m* pájaros” Mientras que en la pantalla se muestra un grupo de *m* (número entre uno y nueve) pájaros que se desplaza desde la esquina inferior izquierda y se une al grupo anterior. Se cubre el escenario con nubes blancas que se desplazan desde el extremo izquierdo. Nuevamente, E confirma la cantidad *m* con el niño, siguiendo el procedimiento anterior: “¿Cuántos pájaros llegaron después?”.

E repite las cantidades: “Primero llegaron *n* pájaros, después llegaron *m*. Primero llegaron *n*, después llegaron *m*. ¿Cuántos pájaros hay ahora detrás de las nubes?” E espera la respuesta de niño.

Independientemente de la respuesta del niño, en cada ensayo E responde de manera neutra (“gracias” u “ok”, por ejemplo) y continúa.

El último ensayo es muy similar, con la única diferencia de que en la primer pantalla aparece un fondo azul con algunas nubes blancas, esto significa que los pájaros no son visibles al niño, sino que son únicamente referidos por el experimentador. E dice: "Detrás de estas nubes hay *n* pájaros. ¿Cuántos pájaros hay?” y espera la respuesta del niño. Si el niño nombra un número diferente a *n*, E responde: “Ups, no, hay *n* pájaros. ¿Cuántos pájaros hay?” El procedimiento entonces es idéntico al de los dos ensayos anteriores.

Los tres ensayos de esta tarea dependen de la adición máxima lograda en la tarea de “Adición Oral con Decenas y Modelado”

Adición fallada	1° Ensayo Generaliz	2° Ensayo Generaliz	3° Ensayo Generaliz
30+7	40+6	50+5	90+8
40+5	50+6	70+4	90+8
50+6, 90+8	60+3	70+9	90+8
Sin adición fallada	60+3	70+9	90+8

En esta tarea sólo se da apoyo al niño si pregunta por las cantidades, que se le repiten tantas veces como sea necesario, con la intención de evitar que un problema de memoria disfrace la capacidad del niño de mostrar que, en el modelado, aprendieron una regla abstracta que pueden generalizar a nuevos números.

Sustracción:

El objetivo de esta tarea diferenciar si las respuestas correctas logradas en las tareas anteriores se debieron al uso de la RCN o únicamente a una combinación de palabras sin importar la operación (por ejemplo, “treinta más cinco” = “treinta y cinco”, y “treinta menos cinco” = “treinta y cinco”).

Utilizando el mismo tipo de estímulos que en la tarea “Generalización”, se nombra una cantidad de decenas seguida de otra de unidades que se resta a la primera. Se aplica inmediatamente después esta última, sin ningún cambio que pueda sugerir a los niños que la tarea es diferente.

En la pantalla de la laptop se presentan estímulos similares a la tarea de generalización: pájaros negros sobre un fondo azul. Sólo que, en este escenario, primero llegan pájaros en la cantidad de un múltiplo igual o mayor a 60 y menor a 100, y luego se desplazan, fuera de la pantalla, una cantidad de pájaros menor a 10. Es decir, en esta tarea se presenta una situación que requiere reconocer que hay una menor cantidad de pájaros a los que inician.

Las instrucciones son: "Primero llegaron [decenas] pájaros, después se fueron [unidades] pájaros. Primero llegaron [decenas], después se fueron [unidades]. ¿Cuántos pájaros hay ahora detrás de las nubes?".

Esta tarea está conformada por tres ensayos iguales para todos los participantes: (a) "60 - 8", (b) "80 - 9" y (c) "90 - 6".

Entrenamiento en Conteo:

El propósito de este *Entrenamiento en Conteo* es poner a prueba de manera experimental si, como sugieren los datos de estudios previos (Ho & Fuson, 1998 ; Le Corre & Ferrari, 2017) una mera exposición lingüística a un fragmento de la secuencia de conteo (a saber, del *uno* al *cuarenta y nueve*) es suficiente para que los niños logren la adquisición de la RCN, en dos sentidos. El primero, un sentido sintáctico en la producción de numerales de la forma *decena y unidad*, es decir, que con el *Entrenamiento en Conteo* (hasta *cuarenta y nueve*), los niños logren contar hasta *noventa y nueve*. El segundo, su significado aditivo: en los casos en que los niños logren contar hasta *noventa y nueve*, con base en el *Entrenamiento en Conteo*, probar si con el modelado de tres ejemplos del significado de suma de la RCN en una misma decena, es suficiente para que el niño generalice el sentido aditivo de la RCN al resto de las decenas.

A lo largo de cuatro semanas, con una duración aproximada de 10-15 minutos por día, se practica progresivamente la secuencia de conteo a través de recitado, hasta llegar al número "cuarenta y nueve". Dicho entrenamiento comienza ejercitando el recitado de la secuencia del 1 al 20 y cada semana se incrementa una decena a la secuencia numérica practicada. De esta forma, la primera semana correspondió al ejercicio de la secuencia del 1 al 20, la segunda del 1 al 30, la tercera del 1 al 40, y la cuarta del 1 al 49. Las actividades diarias de que constó, en orden fijo, y en grupos de entre dos y cinco niños, fueron:

1. Conteo Grupal, “Congelados”: de manera grupal se cuenta hasta el numeral máximo correspondiente a esa semana mientras todos realizan actividades motrices (correr, saltar, bailar, etc.), y al alcanzarlo, los movimientos se detienen y mantienen la última posición tomada.

2. Conteo Individual, “Escondidillas”: Un niño recita la secuencia hasta el numeral máximo correspondiente al número de semana, mientras el resto se esconde. De ser necesario, el experimentador que acompaña al niño contador, utiliza las mismas estrategias de promoción de conteo que en la tarea “Conteo Abstracto”, además de nombrar cualquier numeral y pedir que se repita, como última estrategia. Es decir, si el niño se detiene en el numeral “dieciséis” o continúa la secuencia con un numeral distinto a “diecisiete”, como primera estrategia se le pregunta: “¿Qué sigue a dieciséis?”. Si no responde correctamente, se nombran los últimos tres numerales pronunciados: “Veníamos: *catorce*, *quince*, *dieciséis*, …” terminando la frase con tono expectante. Si aun así el niño no continúa con “diecisiete”, el examinador le recuerda: “A dieciséis sigue diecisiete. A ver, repítelo”. Todas estas estrategias pueden ser repetidas para cualquier numeral en que el niño se detenga o equivoque, y tantas veces como sea necesario.

   Una vez alcanzado el numeral máximo entrenado, el niño contador busca a los demás hasta encontrarlos. El rol de niño contador rota hasta que todos los integrantes del grupo han contado dos veces.

3. Se repite el conteo grupal con “Congelados”.

Su progreso en la secuencia de conteo se evaluó individualmente al final de cada semana con la tarea de *Conteo Abstracto*. Si previo al término de las cuatro semanas, durante esta evaluación en *Conteo Abstracto* el niño lograba recitar hasta “noventa y nueve” o más, este participante no continuaba con el entrenamiento en conteo.

PROCEDIMIENTO

Antes de iniciar las evaluaciones, se obtuvo el consentimiento escrito de los padres o tutores para la participación del infante, así como para la audio-grabación de las sesiones (opcional). Los padres o tutores pudieron aceptar que los niños participaran en la investigación y, a la vez, rechazar que fueran audio-grabados, sin considerarse la grabación requisito para la participación del niño. Una vez obtenidos dichos consentimientos, se llevó a cabo una primera evaluación para el total de los participantes. Dicha evaluación fue realizada en un espacio aislado de sus compañeros, de manera individual, en las instalaciones del colegio del participante, en horarios concedidos por la escuela, considerando el resto de sus actividades. Se invitaba a cada niño a sentarse frente al experimentador, separados por una pequeña mesa, para realizar algunos juegos. Para la audio-grabación de las sesiones individuales se utilizó una grabadora portátil de 12cm de largo por 5cm de ancho, oculta de la vista del participante.

Esta primera evaluación consistió en una sesión de entre 5 y 15 minutos. Las tareas realizadas en esta entrevista inicial fueron: *Dame-N*, para evaluar principio de cardinalidad, adaptada de Wynn (1992) para N igual a 6 y 10; *Conteo Abstracto*, tomada de Le Corre & Ferrari (2017), con el objetivo de revisar la secuencia numérica; y una última de *Lectura de Números Arábigos*, para evaluar el dominio de reconocimiento y enunciación de números escritos.

Diversos estudios han mostrado que para conocer el significado de los numerales más allá de *cuatro* es necesario aprender el principio de cardinalidad, es decir, que el último numeral de un conteo correcto designa el número de ítems en la colección enumerada (Le Corre, Van De Walle, Brannon & Carey, 2006). Además, existe evidencia que sugiere que los niños que conocen el principio de cardinalidad lo pueden aplicar a cualquier numeral en su lista (Sarnecka & Lee, 2008). Por esto, es posible asumir que aquellos niños que resuelven con éxito la tarea de cardinalidad *Dame-N* (para N igual a 6 y 10) serán capaces de comprender que el último numeral nombrado de su lista al contar una colección representa exactamente esa cantidad de elementos, no así quienes fallen esta tarea. Sobre esta base, únicamente los niños identificados como Cardinal-conocedores continuaron el proceso evaluativo. Para aquellos niños que realizaron exitosamente la tarea *Dame-N*, la sesión continuó con las tareas *Conteo Abstracto* (Ferrari, 2016), y *Lectura de Números Arábigos*.

Una segunda entrevista con duración aproximada de 12 minutos, realizada posterior a un lapso no mayor a una semana de la sesión anterior, incluyó las tareas de: *Adición Oral con Números Bajos*, *Adición Oral con Decenas y Modelado*; *Generalización*; y *Sustracción*. La tarea de *Adición Oral con Números Bajos* tuvo la finalidad de familiarizar a los participantes con los estímulos y clarificar instrucciones; *Adición Oral con Decenas y*

Modelado, evaluar y promover el sentido aditivo de la RCN; *Generalización*, examinar el uso de la RCN para adiciones con decenas, dado un contexto e instrucciones distintas; y *Sustracción*, para discernir si el éxito en las tareas anteriores correspondía al uso del significado aditivo de la RCN o a una mera yuxtaposición de palabras. Esta última prueba se realizó únicamente si por lo menos dos de los tres reactivos de la tarea *Generalización* fueron correctas.

Para aquellos sujetos que en la tarea de *Conteo Abstracto* correspondiente a la primera sesión lograron un conteo máximo menor o igual a "cuarenta y nueve", se implementó un *Entrenamiento en Conteo*. Lo anterior con el propósito de que los niños memorizaran los suficientes numerales dentro de la secuencia para adquirir y aplicar la RCN en el nombramiento de numerales del tipo *decena-y-unidad*, por ejemplo, *ochenta y nueve*. Este entrenamiento se realizó únicamente con 27 (20 hombres y 7 mujeres; de entre 3 años 7 meses a 6 años 4 meses de edad, con edad media de 5 años 3 meses) de los 50 participantes que lograron un conteo máximo igual o menor a "cuarenta y nueve", dado que los 23 niños restantes pertenecían a la escuela que, por limitaciones de recursos, no fue incluida en tales ni posteriores actividades. Dicho entrenamiento consistió en las actividades didácticas diarias de promoción del recitado de la secuencia numérica previamente descritas, de manera progresiva, con una duración máxima de cinco semanas, hasta alcanzar "cuarenta y nueve", como numeral más alto practicado.

Cuatro de los veintisiete niños se incorporaron al entrenamiento en la segunda semana. Excepcionalmente, 5 de los 27 niños participantes tuvieron actividades extras en la semana de práctica del 1 al 30, que incluyeron conteo grupal durante dos ejercicios: inflando globos y construcción de avioncitos de papel.

Para medir el progreso en el desempeño de recitado de la secuencia numérica, al finalizar cada semana se reaplicó la tarea *Conteo Abstracto*. Si previo al término de las cinco semanas, durante esta evaluación en *Conteo Abstracto* el niño lograba recitar hasta "*noventa-y-nueve*" o más, este participante no continuaba con el entrenamiento en conteo, pues este resultado se consideró muestra de la aplicación de la RCN como regla sintáctica en la producción de numerales.

Un objetivo subsecuente fue estimar la variación en los resultados de las pruebas de interpretación y uso del significado aditivo de la RCN, en función de la capacidad de conteo abstracto. Por esto, aquellos niños que participaron del *Entrenamiento en Conteo* y lograron alcanzar “noventa y nueve” en la tarea de *Conteo Abstracto* durante alguna de las evaluaciones semanales, fueron nuevamente evaluados en las tareas referentes al uso del sentido aditivo de la RCN. Con un intervalo no mayor a una semana posterior al logro del “noventa y nueve” en la tarea de *Conteo Abstracto*, se aplicaron las siguientes tareas, en una única sesión, de duración aproximada de 12 minutos: *Lectura de Números Arábigos* (para los números 1, 2, 18, 44, 76, 93, en orden fijo), *Adición Oral con Números Bajos*, *Adición Oral con Decenas y Modelado*, *Generalización*, y *Sustracción* (esta última únicamente si se habían obtenido por lo menos dos respuestas correctas en la tarea anterior)

ESQUEMA GENERAL DE EVALUACIONES

FASE INICIAL

Dos sesiones de aproximadamente 12 minutos cada una, separadas por un lapso máximo de una semana.

Sesión 1:

1. Dame N (Evaluación del principio de cardinalidad para N = 6, 10)
2. Conteo Abstracto: con estrategias de promoción de conteo (Ferrari, 2016).
3. Lectura de Números Arábigos (para los números 1, 2, 17, 33, 68, 95)

Sesión 2:

1. Adición Oral con Números Bajos (1+1, 2+1, 1+2)
2. Adición Oral con Decenas y Modelado
3. Generalización
4. Sustracción (únicamente si se habían obtenido por lo menos dos respuestas correctas en “Generalización”)

FASE DE ENTRENAMIENTO

A lo largo de un máximo de cinco semanas, una sesión diaria (lunes a viernes) de aproximadamente 15 minutos de duración, y una sesión semanal de 2 a 5 minutos:

1. Entrenamiento en Conteo. Recitado diario, a través de actividades lúdicas, de la secuencia numérica; dos veces de manera grupal, dos de forma individual. Estas últimas con las mismas estrategias de promoción de conteo, que en la tarea "Conteo Abstracto". Adicionalmente, con la posibilidad de que el experimentador nombre cualquier numeral que el niño desconozca, posterior a la aplicación de las estrategias de promoción de conteo.

2. Conteo Abstracto. Evaluación semanal

FASE POST-ENTRENAMIENTO

Una sesión final, de aproximadamente 10 minutos, con la intención de evaluar diferencias en el desempeño previo y posterior a la Fase de Entrenamiento.

1. Conteo Abstracto
2. Lectura de Números Arábigos (para los números 1, 2, 18, 44, 76, 93)
3. Adición Oral con Números Bajos Adición Oral con Decenas y Modelado
4. Generalización
5. Sustracción

RESULTADOS

1 PRUEBAS PRE-ENTRENAMIENTO

1.1 Prueba Inicial de Conteo Abstracto: ¿Punto crítico para comenzar el uso de la RCN en el nombramiento de numerales?

De acuerdo con Hurford (1975, 1987), los sistemas de numerales complejos son generados por dos reglas abstractas, la RCN y la RMN. En este trabajo nos preguntamos si la adquisición y uso de estas reglas representa otra estructura cognitiva proveedora de conocimiento aritmético no explícito en los niños. Una primer prueba de esto sería que la mera exposición lingüística a un segmento de la secuencia de conteo (donde implícitamente se exhibe el patrón sintáctico de la RCN) le permitiera a los niños adquirir esta regla y utilizarla para nombrar numerales posteriores en la secuencia de conteo. Consideramos que el "salto repentino" que muestra la distribución de los datos sistematizados en idioma inglés por Le Corre (2017), y los recabados en español en la prueba de Conteo Abstracto obtenidos por Le Corre & Ferrari (2017), en la que un único niño (n=1 de 36 , 2.7%) contó entre *cuarenta* y *noventa-y-nueve* aportan evidencia empírica a este respecto.

Consistentemente con estas observaciones, únicamente una porción mínima (n=7 de113, 6.2%) de los participantes contó entre "*cincuenta*" y "*noventa-y-ocho*" en la evaluación inicial de *Conteo Abstracto*. El resto de los participantes se dividió casi equitativamente en alguna de las dos siguientes clases: *Contadores Bajos* (n=50 de 113, 44.2%), aquellos que alcanzaron como numeral máximo alguno menor a "cincuenta", y *Contadores Altos* (n=56 de 113, 49.6%), aquellos que lograron recitar la secuencia hasta "noventa y nueve", o más. La Figura 1 (ver ANEXOS) muestra la distribución de la muestra inicial, en función de la decena máxima alcanzada en *Conteo Abstracto*, donde la decena máxima alcanzada incluye todo el patrón 1-9 de esa decena. Esto es, si, por ejemplo, algún participante contó hasta 39, su resultado fue contabilizado en la decena 30. Esta distribución sugiere que, en general, los primeros cuarenta y nueve numerales son memorizados, y que con base en este segmento memorizado de la secuencia numérica, el niño es capaz de utilizar la RCN para formar numerales posteriores, por lo menos del tipo *decena-y-unidad*. Esto está reforzado por el hecho de que el máximo numeral alcanzado por el 75% (n=42) de los Contadores Altos es algún numeral terminado en "…nueve", mientras que sólo el 42% (n=21) de los Contadores Bajos finalizaron la secuencia en algún numeral constituido de esa manera (p = 0.0005, según la prueba exacta de Fisher). Este resultado apunta a que el patrón *lexema-dígito (1-9)* ha sido dominado por la mayoría de los Contadores Altos, y no así por los Contadores Bajos.

Sentido aditivo de RCN.

Como segunda prueba de esta estructura cognitiva proveedora de conocimiento aritmético no explícito, requeriríamos mostrar que la adquisición del sentido aditivo de la regla sintáctica es también resultado de experiencias lingüísticas más que de enseñanza formal. En este sentido, la relación encontrada por Ho & Fuson (1998) entre las secuencias de conteo altas (mayor que 50) y la comprensión de la cardinalidad-diez-integrado, y reiterada por el estudio de Le Corre & Ferrari (2017) aportan evidencia a este respecto. No sólo eso, sino que el trabajo de Le Corre & Ferrari (2017) revela que un alto porcentaje (n=9 de 13, 69%) de aquellos niños con uso de la sintaxis generadora de la RCN que no mostraron comprensión del sentido aditivo de la regla, con únicamente el modelado tres ejemplos que exhiben este sentido de suma, fueron capaces de utilizarlo, generalizando a otras decenas y dígitos. Dando seguimiento a estas observaciones, el presente trabajo pretende confirmar dichos resultados, ampliando la muestra de niños hispanohablantes con menor grado de escolarización (únicamente preescolares asistentes a escuelas públicas).

De los 113 participantes clasificados como Cardinal-conocedores, 50 no fueron incluidos en los análisis subsecuentes: 35 por pertenecer a la escuela en que no se realizaron las evaluaciones, y 15 por no responder correctamente a los 3 reactivos de la tarea filtro *Adición con Números Bajos*. Los 63 participantes incluidos en estos análisis fueron 38 hombres (60.3%), y 25 mujeres, (39.7%); en un rango de edades de 4 años 4 meses a 6 años 6 meses, (Media=5 años 7 meses). Sus datos se distribuyeron, de acuerdo a los resultados en la prueba de Conteo Abstracto, de la siguiente forma: *Contadores Bajos*, 46% (n=29), aquellos que alcanzaron como numeral máximo alguno menor a “cincuenta”; *Contadores Altos*, 39.6% (n=25), aquellos que lograron recitar la secuencia hasta “noventa y nueve”, o más; y 6.3% (n=4), quienes recitaron la secuencia hasta un numeral comprendido entre “cincuenta” y “noventa y ocho”. De acuerdo con las pruebas exactas de Fisher realizadas, no se demuestra dependencia del grado escolar ni momento de aplicación durante el ciclo escolar en el desempeño en: Adiciones Orales con Decenas y Modelado (p=0.544), ni en Generalización (p=0.616). Por lo anterior, para los análisis subsecuentes fueron fusionados como una única muestra.

1. 2.1 Los ya-RCN-conocedores. Uso del sentido aditivo de la RCN para resolución de sumas, sin necesidad de Modelado.

De los resultados de Ho & Fuson (1998) y Le Corre & Ferrari (2017), es posible concluir que el uso de la RCN para nombrar numerales se consigue previo a dotar la RCN de sentido aditivo. Esto derivado de los resultados que muestran que a la edad de 5 años (Ho & Fuson, 1998) o mayores (Le Corre & Ferrari, 2017), los únicos niños que manifiestan comprensión de la estructura *diez-integrado*, o *decena-y-unidad*, pertenecen a los grupos con secuencias de conteo altas (mayores o iguales a 50, para los hablantes chinos, y mayores o iguales a 99, para los hablantes de español), mientras que ninguno de los niños con secuencia de conteo baja (menor a 50) lo logra.

Nuestros resultados sostienen esto. Los únicos niños (n=5) que lograron responder correctamente los ítems de *Adición Oral con Decenas*, sin hacer uso del *Modelado*, y sin conteo aparente, pertenecían al grupo de *Contadores Altos* (Ver ANEXOS Tabla 1). Ningún niño con secuencia de conteo menor a “cincuenta”, o entre “cincuenta” y “noventa y ocho”, logró este resultado. Además, la mayoría de éstos (n=4, 80%, pero únicamente 13.3% del total de 30 *Contadores Altos*) mostró la capacidad de aplicar el significado aditivo de la RCN a contextos variados, pues lograron responder correctamente 2 ó 3 ítems de la tarea *Generalización* (Ver ANEXOS Tabla 2). También, mostraron que realmente entendían que la combinación de los numerales corresponde únicamente a la suma porque no yuxtapusieron las palabras numéricas en la tarea de *Sustracción* (Ver ANEXOS Tabla 3). El otro participante, aunque respondió adecuadamente los 3 ensayos de la tarea de *Generalización*, utilizó la fórmula “*decena-y-unidad*” también en los 3 ensayos de la tarea *Sustracción*. Esto sugiere que no fue el significado aditivo de la RCN lo que motivó sus respuestas en las tareas *Adición con Decenas* y *Generalización*, sino una regla, probablemente local, de asociación de palabras.

1. 2.2 De lo que se aprendió con el *Modelado* de Adición con Decenas.

Del estudio de Le Corre & Ferrari (2017) se puede interpretar que una cantidad mínima (tres) de ejemplos del tipo: “decena + unidad = *decena-y-unidad*”, promueve el uso de la RCN con sentido aditivo, entre una mayoría (69%) de los niños con secuencia de conteo alta (mayor o igual a 99). Por el contrario, en la totalidad de los niños con secuencias de conteo baja (menor a 50) este modelado parece no generar impacto en la utilización del

Ver ANEXOS Tabla 7. Distribución de combinaciones tipo decena-y-unidad en Sustracción, para aquellos que, sin recibir Modelado, lograron 2 ó 3 respuestas correctas en Generalización no recibieron Modelado, en función del grupo de conteo

significado de suma de la RCN para resolución de problemas.

En el presente estudio, de acuerdo con las pruebas exactas de Fisher realizadas, existen diferencias significativas en el desempeño en las tareas de Modelado (Ver ANEXOS Tabla 4; p=0.0011), Generalización (Ver ANEXOS Tabla 5; p=0.0382), y Sustracción (Ver ANEXOS Tabla 6; p=0.0181), según el grupo de conteo. Esto significa que la longitud de secuencia de conteo (mayor o igual a “noventa y nueve”, o menor o igual que “cuarenta y nueve”) correlaciona de manera directa con la comprensión de la estructura *decena-y-*

unidad como una suma. Dicho hecho puede ser explicado como que el uso de la RCN para producción de numerales, denotado por una secuencia de conteo mayor a 98, promueve la utilización de esta misma regla con un sentido aditivo. Sin embargo, la proporción que encontramos de niños que logran generalizar el sentido aditivo de la RCN a otras decenas tras el modelado, es mucho menor que reportado por Le Corre & Ferrari (2017) (69%, n=9 de 13). De acuerdo con nuestros resultados, únicamente un 37.5% (n=9 de 24) de los niños que presenciaron el modelado mostró comprensión del sentido aditivo de la RCN, generalizando a otras decenas (Ver ANEXOS Tablas 5 y 6).

1. 2.3 Otros factores de posible influencia.

Lectura de Números Arábigos

Parte de reconocer la propuesta de Hurford (1975, 1987) como una estructura cognitiva proveedora de conocimiento aritmético no explícito en los niños, implica asegurar que la capacidad de aprender la sintaxis generadora de numerales y su capacidad de dotar la sintaxis de un sentido aditivo, no ha sido aprendido gracias a la enseñanza explícita. A nuestro entender, una muestra que aporta para este control es verificar si existe relación entre la adquisición de la RCN y su sentido de suma con el conocimiento de los números arábigos, que son aprendidos gracias a la educación formal, y generalmente en contexto escolarizado.

De acuerdo con los datos recabados, únicamente uno (n=1, 25%) de los niños que mostraron comprensión del sentido de suma de la RCN sin necesitar *Modelado* (los ya-RCN-conocedores), pudo leer los tres números de dos dígitos que se expresan verbalmente con la forma *decena-unidad* (33, 68, 95) evaluados en la tarea de lectura. El resto (n=3, 75%), no pudieron leer más de uno.

De los 57 niños que recibieron Modelado de Adición con Decenas, ninguno pudo leer más de un número de dos dígitos. De hecho, 50 (87.7%) no lograron leer ninguno. Para responder la pregunta de si el dominio de los números arábigos (relacionado con la educación escolar en matemáticas) es un factor relevante en la resolución de sumas del tipo *decena + unidad = decena-y-unidad*, se buscó una relación entre el desempeño en las tareas *Adición Oral de Decenas con Modelado* y *Generalización*, con la cantidad de números de dos dígitos leídos correctamente. Para esto, se utilizó la prueba exacta de

Fisher (Ver ANEXOS Tablas 7 y 8). Dichos análisis no demostraron ninguna relación entre esas variables (desempeño en las tareas *Adición Oral de Decenas con Modelado* o en *Generalización*, con la cantidad de números de dos dígitos leídos correctamente).

2 PRUEBAS ENTRENAMIENTO EN CONTEO.

2.1 Resultados del "Entrenamiento en Conteo".

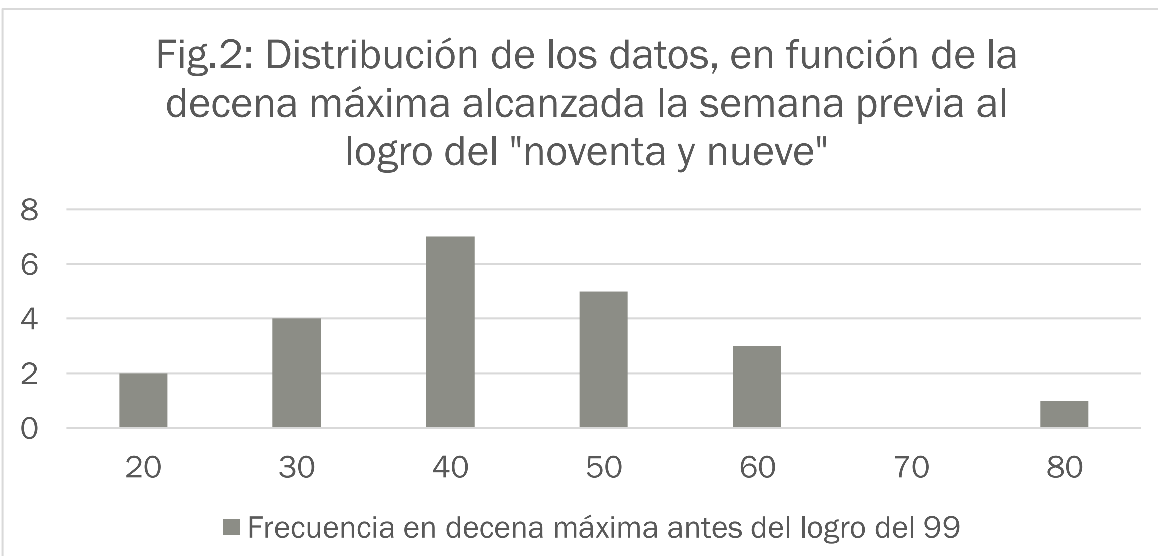
Los datos recabados por Le Corre & Ferrari (2017), y reiterados por el presente trabajo, exhiben un "salto repentino" en la secuencia de conteo. Esto sugiere que la manera de nombrar numerales cambia cualitativamente, a saber, por la adquisición de la RCN. Este salto apunta a que los niños requieren memorizar un segmento de la secuencia numérica previo a descubrir el patrón sintáctico que los genera. El propósito de esta tarea fue el de mostrar de manera experimental, que el aprendizaje memorístico de un segmento de la secuencia numérica les permite a los niños adquirir y utilizar la RCN para producir numerales posteriores en la secuencia.

De los 50 sujetos identificados como *Contadores Bajos* en las pruebas iniciales, únicamente 27 (20 hombres y 7 mujeres; de entre 3 años 7 meses a 6 años 4 meses de edad, con edad media de 5 años 3 meses) participaron del *Entrenamiento en Conteo*, dado que dichas actividades no se llevaron a cabo en la escuela de los 23 restantes, debido a limitaciones de recursos. De estos 27 sujetos, 22 (81.5%) lograron contar hasta "noventa y nueve" o más, al término de alguna de las semanas del *Entrenamiento en Conteo*. Esto insinúa que con practicar el recitado de la secuencia numérica únicamente hasta el "cuarenta y nueve" o menos, es posible lograr la enunciación del resto de la serie hasta el "noventa y nueve". Lo anterior reafirma la idea de que es innecesario memorizar toda la secuencia numérica hasta el "noventa y nueve" para poder recitarla, y sugiere el uso de la RCN en el nombramiento de numerales posteriores en la secuencia.

Asimismo, existe un cambio significativo en si el numeral en el que termina su secuencia de conteo es del tipo "decena-y-nueve", o "ciento nueve", o no. ($p= 0.0195$, prueba de McNemar de una cola). Esto refuerza la idea de que los niños han aprendido a utilizar la

RCN para nombramiento de numerales, por lo menos en la forma de un patrón del tipo *lexema-dígito*. La Tabla 9 (ver ANEXOS) muestra la distribución del tipo de numeral máximo alcanzado, en función del “Entrenamiento en Conteo”.

Sin embargo, con respecto a un punto crítico en la adquisición de la RCN para el nombramiento de numerales, los resultados del presente proyecto no son tan claros. De los 22 participantes del “Entrenamiento en Conteo” que lograron recitar la secuencia hasta el “noventa y nueve” o más, únicamente 13 (59%) alcanzaron el numeral “cuarenta y nueve” o alguno previo en la secuencia, la semana anterior a lograr el conteo a “noventa y nueve”. Los nueve (41%) restantes se ubicaron en alguna decena posterior a “cuarenta”. La Figura 2 muestra la distribución del numeral más alto alcanzado en la semana anterior a lograr el conteo hasta “noventa y nueve”, en función de la decena máxima alcanzada. Estos resultados sugieren que existe una alta variabilidad individual en la muestra, que no refleja un punto crítico general de adquisición de la RCN como regla sintáctica productiva en el nombramiento de numerales.



No obtuvimos evidencia de que la variabilidad en el aprendizaje necesario para lograr contar hasta “noventa y nueve” dependiera de la habilidad de conteo anterior al entrenamiento. Específicamente, no se observó dependencia significativa entre el numeral máximo alcanzado en la prueba de “Conteo Abstracto” anterior al entrenamiento y el número total de días entrenados (Ver ANEXOS Tabla 10; p=0.318) o el numeral máximo entrenado (Ver ANEXOS Tabla 11; p=0.219), según resultados de las pruebas exactas de Fisher.

3 PRUEBAS POST- ENTRENAMIENTO EN CONTEO

Los resultados de los estudios de Ho & Fuson (1998) y Le Corre & Ferrari (2017), sostenidos por los de este trabajo, previamente expuestos, sugieren que la adquisición del patrón sintáctico de la RCN es necesaria, más no suficiente, para mostrar comprensión de su sentido aditivo. Sin embargo, Le Corre & Ferrari (2017) exhibieron que un mínimo de tres ejemplos en los que se modele la semántica aditiva de la RCN son suficientes para que una mayoría (69%) logre adquirir y utilizar este sentido de suma en la resolución de adiciones orales, generalizando incluso a decenas y dígitos no modelados. Sobre esta base, la pregunta es si la reciente adquisición del patrón sintáctico de la RCN para la producción de numerales, junto con el modelado (3 ejemplos) de su sentido aditivo basta para mostrar comprensión de esta semántica de suma.

Uso del sentido aditivo de la RCN para resolución de sumas, para aquellos niños que recibieron *Entrenamiento en Conteo*, y mostraron uso de la RCN para producción de numerales.

Los datos de 5 niños, de los 22 niños que a partir del *Entrenamiento en Conteo* lograron contar hasta *noventa-y-nueve*, o más, no son contemplados en los análisis subsecuentes, por no responder correctamente a los 3 reactivos de la tarea filtro *Adición con Números Bajos*, en cualquiera de las etapas: Pre- Entrenamiento o Post-Entrenamiento. De los 17 niños restantes, dos no recibieron *Modelado* en la etapa Post-Entrenamiento, por haber logrado las 4 combinaciones correctas en *Adición Oral con Decenas*. Sin embargo, uno de ellos no mostró comprensión del sentido aditivo de la RCN, ya que generalizó la sintaxis *decena-y-unidad* para problemas de sustracción.

Los 15 niños restante no mostraron diferencias significativas en su desempeño antes y después del *Entrenamiento en Conteo*, ni en el *Modelado* (Ver ANEXOS Tabla 12; McNemar, p= 0.3), ni en la *Generalización* (Ver ANEXOS Tabla 13; McNemar, p=0.549). Esto implica que a pesar de mostrar uso de la RCN en producción de numerales, los tres ejemplos modelados de su sentido aditivo no fueron suficientes para que los niños lo adquirieran y utilizaran en la resolución de sumas del tipo decena+unidad = *decena-y-unidad*.

Como era de esperarse, dado que la intervención no incluyó práctica de ningún tipo en el ámbito de los números arábigos, no hubo diferencias significativas en la lectura de números de dos dígitos (McNemar, p=0.250).

DISCUSIÓN

En resumen, la evidencia sugiere que los niños que son capaces de contar hasta el *noventa y nueve*, o más, nombran los numerales cualitativamente diferente que aquellos que tienen secuencias de conteo menores a *cincuenta*. La distribución bimodal de los resultados en la prueba de *Conteo Abstracto* tanto en el trabajo de Le Corre & Ferrari (2017) como en el presente insinúa que son dos grupos atributivamente distintos los que están siendo estudiados. Una buena explicación es la adquisición de la Regla de Coordinación Numérica (Hurford, 1975, 1987,2006) que a través de utilizar su patrón sintáctico permite a los niños con secuencias de conteo altas producir numerales, sustituyendo la necesidad de memorización. En esta misma dirección apunta el hecho de que los únicos niños que mostraron comprensión espontánea del sentido aditivo de la RCN en los trabajos de Ho & Fuson, (1998), Le Corre & Ferrari, (2017), y el presente, así como los niños que fueron capaces de generalizar esta semántica después del modelado de tres ejemplos, pertenecían a los grupos con secuencias de conteo altas. Ningún niño con secuencia de conteo menor a cincuenta mostró comprensión del sentido aditivo de la RCN, ni espontáneamente, ni tras recibir modelado. Además de esto, la no influencia del manejo de números arábigos tanto en la capacidad de conteo como en la resolución de sumas del tipo decena-y-unidad, señala que el uso de la sintaxis de la RCN y de su semántica aditiva pertenece a los conocimientos informales de los niños.

Aunado a esto está la expansión de la secuencia de conteo hasta el *noventa-y-nueve*, o mayor, para la mayoría (81.5%) de aquellos niños que participaron en el *Entrenamiento en Conteo*. Esta extensión en su capacidad de conteo fue muy superior a los numerales practicados con repetición memorística (del *uno* al *cuarenta-y-nueve*), y apunta a que la mera exposición lingüística a un fragmento de la secuencia numérica permite este cambio cualitativo en la producción de numerales. Sin embargo, los resultados de este *Entrenamiento en Conteo* no nos permiten concluir terminantemente que de hecho sea así. En primer lugar, la variabilidad en la longitud de la secuencia de conteo previa al alcance o superación del *noventa-y-nueve* entorpece la clasificación de dos grupos categóricamente distintos. Además de esto, la falta de un grupo control dificulta la aseveración de que el cambio en la capacidad de conteo efectivamente fue resultado del *Entrenamiento*, y no consecuencia de otras variables no reguladas.

Por otro lado, es importante también recalcar la diferencia en las proporciones de los niños que muestran uso del sentido aditivo de la RCN, entre los estudios anteriores y el presente. En el estudio realizado por Ho & Fuson (1998), por lo menos 50% (o más, según el grupo de inteligencia en el que estaban clasificados: 50% para el grupo de CI promedio, 64% para el grupo de CI alto) de los niños con secuencia de conteo alta (mayor a 50) mostró comprensión de la cardinalidad *diez-integrado*. En el estudio conducido por Le Corre & Ferrari (2017), 31.8 % (n=7 de 22) de los niños con secuencia de conteo alta (mayor que 98) que fueron evaluados en todas las tareas, manifestaron uso del sentido aditivo de la RCN sin necesidad de modelado (es decir, respondieron 3 ó 4 ítems correctos *en Adición Oral con Decenas*, 2 ó 3 en *Generalización*, y no reprodujeron la fórmula *decena-y-unidad* para las sustracciones). En el presente estudio, únicamente 4 (13.3%) del total de los 30 *Contadores Altos* (secuencias de conteo mayores a 98), mostraron este manejo del significado de la RCN como adición.

Las diferencias encontradas en las proporciones correspondientes a los niños con secuencia alta que se desempeñan exitosamente en la tarea *Adición con Decenas sin Modelado*, así como *Generalización*, en el estudio de Le Corre & Ferrari (2017) en contraposición con el presente trabajo, podrían estar relacionadas con factores socioculturales (predominancia de muestra en preescolares privados vs públicos). Valga notar la discrepancia en los resultados de la prueba de cardinalidad en este trabajo, en la que únicamente el 48% (n=113 de 233) de los niños inscriptos en preescolares públicos tuvo éxito, mientras que el 87% (n=13 de 15) de los asistentes a preescolar privado la resolvió adecuadamente. Asimismo, y a diferencia del estudio realizado por Ho & Fuson (1998), ni el estudio de Le Corre & Ferrari (2017) ni el presente trabajo controlan variaciones en maduración cognitiva. A pesar de que, según lo encontrado por Ho & Fuson (1998), la capacidad de conteo es un mejor predictor del desempeño en la comprensión de la cardinalidad *diez-integrado* que el CI, no se descarta la influencia de esta variable.

Igualmente, nuestros resultados sobre la efectividad del *Modelado de Adiciones Orales con Decenas* muestran una variación relevante en comparación con los reportados por Le Corre & Ferrari (2017). La proporción que encontramos de niños que tras el modelado logran generalizar el sentido aditivo de la RCN a otras decenas sin hacerlo a las sustracciones, es mucho menor que obtenido por Le Corre & Ferrari (2017). De acuerdo con nuestros resultados, únicamente un 37.5% (n=9 de 24) de los niños que presenciaron el modelado mostró comprensión del sentido aditivo de la RCN, generalizando a otras decenas, mientras que Le Corre & Ferrari encontraron este aprendizaje en un 69% (n=9 de 13) de los niños que participaron del *Modelado*. Además de las variables antes mencionadas de posible influencia, es plausible pensar que existen variaciones individuales en el número de modelos necesarios para comprender y utilizar la RCN en sentido aditivo. Como mencionan Fuson & Smith (1996, en Ho & Fuson, 1998):

> (…) un número sustancioso de niños urbanos de primer grado inicialmente no saben que cuarenta más seis es cuarenta y seis.(…) después de haber visto esta relación en algunos o muchos ejemplos, la estructura de las palabras numéricas "palabra primer-sumando , luego palabra segundo-sumando" los ayuda a generalizar este entendimiento, tal que ya no tengan que contar cada vez.

Considerando estas variaciones, se recomienda explorar el número de modelos necesarios para lograr que una mayoría de los niños con secuencias de conteo alta muestre comprensión del sentido aditivo de la RCN, por lo menos de la forma *decena-y-unidad*, como seguimiento al proceso propuesto por Le Corre & Ferrari (2017).

Estas variables, o su conjunción, incluso con otras no contempladas, podrían explicar también de que los niños que participaron en el *Entrenamiento* y lograron contar hasta *noventa-y-nueve* o más, no tuvieran diferencias significativas en su desempeño en las tareas de *Adiciones Orales*, ni en el *Modelado* ni en la *Generalización*.

Por otro lado, la proporción de niños que se desempeñó con éxito en el *Modelado de Adiciones con Decenas*, logrando 2 ó 3 combinaciones correctas, es idéntica en ambos estudios, exactamente 75% (n=9 de 12 en Le Corre & Ferrari, 2017; n= 18 de 24 en el presente proyecto). Por lo que resulta relevante hacer notar que en los estímulos utilizados para la tarea de *Modelado* son los mismos, mientras que para la tarea de *Generalización* existe una modificación que puede ser significativa. Aunque los estímulos de la tarea de *Generalización* en el presente estudio son una adaptación de los utilizados por Le Corre & Ferrari (2017), en dicho trabajo son patos en un estanque, en contraste con los de éste, en que son pájaros en el cielo. El hecho de que las imágenes refieren a objetos animados en movimiento (volando) pudo ser un factor de confusión para la respuesta a la pregunta "¿Cuántos pájaros hay ahora detrás de las nubes?", considerando que así como llegaron, pudieron irse, sin ser visible para el niño dada la interferencia de las nubes. Los estímulos de Le Corre & Ferrari (2017) podrían minimizar esta problemática, porque aunque siguen siendo objetos animados, no necesariamente se encuentra en movimiento constante (en el cielo no hay en qué pararse). Aun así, posterior a esta reflexión, pensamos que el tipo ideal de estímulos debe conservar el uso de objetos inanimados, como la tarea de Objeto Escondido de Ho& Fuson (1998), o *Adición Oral con Decenas*, de Le Corre & Ferrari (2017).

Tras estas reflexiones, consideramos que la evidencia empírica aportada hasta el momento sugiere que después de haber sido expuestos a los ejemplos contenidos en un segmento de la secuencia numérica, los niños son capaces de inferir una regla sintáctica para producir numerales. Con esta regla, los niños reconsideran los numerales complejos, que inicialmente identificaban como indivisibles, como realmente constituidos por dos numerales combinados. De este modo, la regla sintáctica que aprenden es en sí una fuente de conocimiento aritmético informal, gracias a la que los nuevos numerales son representados de manera abstracta en términos numerales previos conocidos. Sobre la inferencia del sentido semántico de esta regla, los datos no son tan claros con respecto a lo que se requiere además de ser capaces de utilizar la regla sintáctica en la producción de numerales. Sin embargo, las investigaciones realizadas dejan espacio para dar continuidad al cuestionamiento con líneas de exploración definidas, como la cantidad necesaria de ejemplos sobre la semántica aditiva.

ANEXOS

Fig.1: Distribución de la muestra inicial, en función de la decena máxima alcanzada en “Conteo Abstracto”

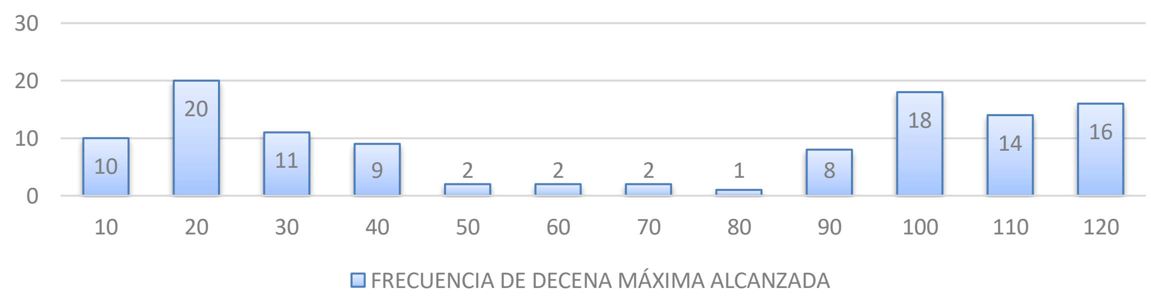


Tabla 1. Distribución de respuestas correctas sin Modelado de Adición Orales con Decenas, en función del grupo de conteo.

		Número de Respuestas Correctas en *Adición Oral con Decenas*, sin recibir Modelado					
		0	**1**	**2**	**3**	**4**	**TOTALES**
Grupo de Conteo	**Contadores BAJOS (<50)**	29 (100%)	0	0	0	0	29
	Contadores MEDIOS (50≤x<99)	4 (100%)	0	0	0	0	4
	Contadores ALTOS (<99)	25** (83.3%)	0	0	0	5 (16.7%)	30
	TOTALES	58	0	0	0	5	63

*** Uno de estos participantes, aunque respondía con el numeral correcto, lo hacía contando desde la decena, por lo que no recibió Modelado, pero sus respuestas fueron consideradas nulas. Por lo mismo, este participante no es considerado en los análisis posteriores*

Tabla 2. Distribución de respuestas correctas en Generalización de adiciones orales con decenas, para aquellos que no recibieron Modelado, en función del grupo de conteo.

	Número de Respuestas Correctas en *Generalización,* para aquellos que no recibieron *Modelado*				
Grupo de Conteo		**0**	**1**	**2 ó 3**	**TOTALES**
	Contadores ALTOS (<99)	0	0	5 (100%)	5

Tabla 3. Distribución de Combinaciones tipo decena-y-unidad en Sustracción, para aquellos que, sin recibir Modelado, lograron 2 ó 3 respuestas correctas en la tarea de Generalización.

	Número de Combinaciones tipo decena-y-unidad en *Sustracción,* para aquellos que, sin recibir *Modelado*, lograron 2 ó 3 respuestas correctas en Generalización				
Grupo de Conteo		**0**	**1**	**2 ó 3**	**TOTALES**
	Contadores ALTOS (<99)	4 (80%)	0	1 (20%)	5

Tabla 4. Distribución de combinaciones correctas en el Modelado de adiciones orales con decenas, en función del grupo de conteo.

		NÚMERO DE COMBINACIONES CORRECTAS			
		0	**1**	**2 ó 3**	**TOTALES**
GRUPO DE CONTEO	**BAJOS (<50)**	12 (41.4 %)	9 (31 %)	8 (27.6 %)	29
	MEDIOS (50≤x<99)	2 (50%)	2 (50%)	0	4
	ALTOS (<99)	4 (16.7 %)	2 (8.3 %)	18 (75 %)	24

Prueba exacta de Fisher, p = 0.0011

Tabla 5. Distribución de combinaciones correctas en la Generalización de adiciones orales con decenas, en función del grupo de conteo.

		NÚMERO DE COMBINACIONES CORRECTAS			
		0	**1**	**2 ó 3**	**TOTALES**
GRUPO DE CONTEO	BAJOS (<50)	22 (75.9 %)	5 (17.2 %)	2 (6.9 %)	29
	MEDIOS (50≤x<99)	4 (100%)	0	0	4
	ALTOS (<99)	11 (45.8 %)	4 (16.7 %)	9 (37.5 %)	24

Prueba exacta de Fisher, p = 0.0382

Tabla 6. Distribución de combinaciones del tipo decena-y-unidad, hechas en sustracciones orales con decenas, en función del grupo de conteo, para aquellos que, habiendo recibido Modelado, lograron 2 ó 3 combinaciones correctas en la prueba de Generalización

NÚMERO DE COMBINACIONES DEL TIPO *DECENA-Y-UNIDAD*			
0	**1**	**2 ó 3**	**TOTALES**

GRUPO DE CONTEO	BAJOS (<50)	0	1 (50 %)	1 (50%)	2
	ALTOS (<99) CON MODELADO	9 (100%)	0	0	9

Prueba exacta de Fisher, p = 0.0181

Tabla 7. Distribución de ítems correctos en el Modelado de Adición Oral con Decenas, en función de la lectura de números arábigos de 2 dígitos

Números de 2 dígitos leídos correctamente		Combinaciones Entrenamiento			
		0	1	2 ó 3	TOTALES
	0	16	12	22	50
	1	2	1	4	7
	2 ó 3	0	0	0	0

Prueba Exacta de Fisher, p= 0.8826

Tabla 8. Distribución de ítems correctos en la tarea de Generalización, en función de la lectura de números arábigos de 2 dígitos

Números 2 dígitos leídos correctamente		Combinaciones Generalización			
		0	1	2 ó 3	TOTALES
	0	33	7	10	50
	1	4	2	1	7
	2 ó 3	0	0	0	0

Prueba Exacta de Fisher, pA= 0.6142, pB=0.7131

Tabla 9. Distribución del tipo de numeral máximo alcanzado, en función del Entrenamiento en Conteo.

		DESPUÉS del Entrenamiento, Conteo Termina en "…nueve"		
ANTES del Entrenamiento, Conteo Termina en "…nueve"		SÍ	NO	TOTALES
	SÍ	9	1	10
	NO	8	4	12
	TOTALES	17	5	22

Test de McNemar, p = 0.0195.

Tabla 10. Distribución del número total de días entrenados, en función del conteo inicial, de los 22 participantes que lograron contar hasta "noventa y nueve"

	DÍAS ENTRENADOS	

CONTEO INICIAL		6-10	11-15	16-22	TOTAL
	x≤20	0	2	2	4
	21≤x≤30	3	3	2	8
	31≤x≤40	1	4	1	6
	41≤x≤49	3	0	1	4
	TOTALES	7	9	6	22

Prueba exacta de Fisher, p = 0.318

Tabla 11. Distribución del numeral máximo entrenado, en función del conteo inicial, de los 22 participantes que lograron contar hasta "noventa y nueve"

	NUMERAL MÁXIMO ENTRENADO					
CONTEO INICIAL		20	30	40	49	TOTAL
	x≤20	0	0	2	2	4
	21≤x≤30	1	1	2	4	8
	31≤x≤40	0	1	4	1	6
	41≤x≤49	0	3	0	1	4
	TOTALES	1	5	8	8	22

Prueba exacta de Fisher, p = 0.219

Tabla 12: Distribución de combinaciones correctas en el Modelado de Adiciones Orales posterior al entrenamiento conteo (Fase 2), en función de las combinaciones correctas en la misma prueba, previo al entrenamiento en conteo (Fase1)

		FASE 2 COMBINACIONES DESPUÉS DE CONTAR A 100			
		0	1	2 ó 3	TOTAL
FASE 1 COMBINACIONES, CONTEO < 50	0	4	1	2	7
	1	3	2	0	5
	2 ó 3	1	0	2	3
	TOTAL	8	3	4	15

Prueba de McNemar-Bowker, p = 0.3

Tabla 13: Distribución de combinaciones correctas en la Generalización de Adiciones Orales posterior al Entrenamiento Conteo (Fase 2), en función de las combinaciones correctas en la misma prueba, previo al Entrenamiento en Conteo (Fase1)

		FASE 2: GENERALIZACIÓN COMBINACIONES DESPUÉS DE CONTAR A 100			
		0	1	2 ó 3	TOTAL
FASE 1: GENERALIZACIÓN COMBINACIONES, CONTEO < 50	0	9	3	0	12
	1	2	1	1	4
	2 ó 3	0	0	1*	1
	TOTAL	11	4	2	17

Prueba de McNemar-Bowker, p = 0.5499

REFERENCIAS

Carey, S. (2004). Bootstrapping & the origin of concepts. *Daedalus*, 133(1), 59-68.

Comrie, B. (2013). Numeral bases. In M. S. Dryer & M. Haspelmath (Eds.), The world atlas of language structures online. Leipzig: Max Planck Institute for Evolutionary Anthropology. (Disponible en línea at http://wals.info/chapter/131,)

Coubart, A., Izard, V., Spelke, E. S., Marie, J., & Streri, A. (2014). Dissociation between small and large numerosities in newborn infants. *Developmental Science*, 17(1), 11–22.

Dehaene, S. (2011). *The Number Sense: how the mind creates mathematics* (2nd ed). New York, NY. Oxford University Press

Fuson K.C., Richards J., Briars D.J. (1982) The Acquisition and Elaboration of the Number Word Sequence. In: Brainerd C.J. (eds) Children's Logical and Mathematical Cognition. Springer Series in Cognitive Development. Springer, New York, NY

Gordon, P. (2004). Numerical cognition without words: Evidence from Amazonia. Science, 306(5695), 496-499. DOI: 10.1126/science.1094492.

Hyde, D. & Spelke, E. (2011). Neural signatures of number processing in human infants: evidence for two core systems underlying numerical cognition. *Developmental Science*, 14(2), 360–371. doi:10.1111/j.1467-7687.2010.00987.x.

Ho, C. & Fuson, K. (1998). Children's Knowledge of Teen Quantities as Tens and Ones: Comparisons of Chinese, British, and American Kindergartners. Journal of Educational Psychology, 90 (3), 536-544

Hurford, J., (1975). *The Linguistic Theory of Numerals*. Cambridge: Cambridge University Press.

Hurford, J.R. (1987). *Language and Number: the emergence of a cognitive system*. New York: Blackwell.

Hurford, J., (2006). A performed practice explains a linguistic universal: Counting gives the Packing Strategy The Linguistic Theory of Numerals. LINGUA. (1236), 1–11

Le Corre, M., Van de Walle, G., Brannon, M., Carey, S. (2006) Re-visiting the competence/performance debate in the acquisition of the counting principles. *Cognitive Psychology*, 52, 130–169

Le Corre, M & Carey, S. (2007). One, Two, Three, Four, Nothing More: An Investigation of the Conceptual Sources of the Verbal Counting Principles. *Cognition*, 105(2)

Le Corre, M & Carey, S. (2008). Why the verbal counting principles are constructed out of representations of small sets of individuals: A reply to Gallistel. *Cognition*. 107(2): . doi:10.1016/j.cognition.2007.09.008.

Le Corre, M. & Ferrari Belmont, A. (2017, abril). Five-year-olds use syntax to learn 72+ arithmetic facts in under five minutes. Ponencia presentada en la 77a reunión bienal de la Society for Research on Child Development, Austin, Tx.

Libertus, M. E., & Brannon, E. M. (2009). Behavioral and neural basis of number sense in infancy. *Current Directions in Psychological Science*, 18(6), 346-351

Libertus, M.E., Feigenson, L., Halberda, J. (2011). Preschool Acuity of the Approximate Number System Correlates School Math Ability. *Developmental Science*. 14(6): 1292–1300. doi:10.1111/j.1467-7687.2011.01080.x.

Mack, W. (2006) Numerosity discrimination: Infants discriminate small from large numerosities, *European Journal of Developmental Psychology*, 3(1), 31-47, DOI: 10.1080/17405620500347695

Miller, K.F., Smith,C.M, Zhu, J., Zhang, H. (1995). Preschool Origins of Cross-National Differences in Mathematical Competence: The Role Of Number-Naming Systems. *Psychological Science*, 6 (1), 56-60.

Miller, K. F., & Stigler, J. W. (1987). Counting in Chinese: Cultural variation in a basic cognitive skill. *Cognitive Development*, 2, 279-305.

Wynn, K. (1990).Children's understanding of counting. Cognition, 36, 155-193

Wynn, K. (1992a). Addition and subtraction by human infants. *Nature*, 358, 749-750

Wynn, K. (1992b). Children's Acquisition of the Number Words and the Counting System. *Cognitive Psychology*. 24, 220-251

Xu, F. (2003). Numerosity discrimination in infants: Evidence for two systems of representations. *Cognition*, 89, B15–B25

Xu, F., & Arriga, R.I. (2007). Number discrimination in 10-month-old infants. *British Journal of Developmental Psychology*, 25, 103–108

Xu, F. & Spelke, E. S. (2000) Large number discrimination in 6-month-old infants. *Cognition,* 74 (1), B1-B11.

Xu, Y. & Regier, T. (2014) Numeral systems across languages support efficient communication: From approximate numerosity to recursion. In Bello, P., Guarini, M., McShane, M., and Scassellati, B., editors, *Proceedings of the 36th Annual Meeting of the Cognitive Science Society*, pages 1802–1807. Cognitive Science Society.

21 de mayo de 2019

Mtra. Angélica Fabiola Sánchez Gutiérrez
Jefa de Programas Educativos
Centro de Investigación en Ciencias Cognitivas
Universidad Autónoma del Estado de Morelos
PRESENTE

Por medio de la presente le comunico que he leído la tesis "ARITMÉTICA Y SINTAXIS" que presenta la alumna:

MARÍA DE LA MORA CONDE

para obtener el grado de Maestro/a en Ciencias Cognitivas. Considero que dicha tesis está terminada por lo que doy mi **voto aprobatorio** para que se proceda a la defensa de la misma.

Baso mi decisión en lo siguiente:

Está tesis cuenta con una revisión de la literatura completa y relevante. El estudio tiene un buen diseño y representa un esfuerzo importante en el entendimiento de como los niños llegan a entender el sistema de conteo como un sistema con reglas. Doy mi recomendación para su aprobación.

Sin más por el momento, quedo de usted.

Atentamente

Laura A. Shneidman, PhD
Profesor Asociado "C" Tiempo Completo
Facultad de Psicología
Universidad Nacional Autónoma de México

21 de mayo de 2019

Mtra. Angélica Fabiola Sánchez Gutiérrez
Jefa de Programas Educativos
Centro de Investigación en Ciencias Cognitivas
Universidad Autónoma del Estado de Morelos
PRESENTE

Por medio de la presente le comunico que he leído la tesis "**ARITMÉTICA Y SINTAXIS**" que presenta la alumna:

MARÍA DE LA MORA CONDE

para obtener el grado de Maestro/a en Ciencias Cognitivas. Considero que dicha tesis está terminada por lo que doy mi **voto aprobatorio** para que se proceda a la defensa de la misma.

Baso mi decisión en lo siguiente:

El documento cumple con los parámetros estipulados. El método es congruente con los objetivos definidos y los resultados claramente expuestos. La discusión muestra una profunda reflexión del tema, así como de los logros alcanzados y las falencias del trabajo.

Sin más por el momento, quedo de usted

Atentamente

DCastellanos

DRA. DORIS CASTELLANOS SIMONS

24 de mayo de 2019

Mtra. Angélica Fabiola Sánchez Gutiérrez
Jefa de Posgrado de la Maestría en Ciencias Cognitivas
Centro de Investigación en Ciencias Cognitivas
Universidad Autónoma del Estado de Morelos
PRESENTE

Por medio de la presente le comunico que he leído la tesis ***ARITMÉTICA Y SINTAXIS*** que presenta:

MARÍA DE LA MORA CONDE

para obtener el grado de Maestro/a en Ciencias Cognitivas. Considero que dicha tesis está terminada por lo que doy mi **voto aprobatorio** para que se proceda a la defensa de la misma.

Baso mi decisión en lo siguiente:

El trabajo cumple con los requisitos en contenido y forma para su aprobación como trabajo de tesis.

Sin más por el momento, quedo de usted.

A t e n t a m e n t e,

Dr. Alberto Jorge Falcón Albarrán

21 de mayo, 2019.

Mtra. Angélica Fabiola Sánchez Gutiérrez
Jefa de Programas Educativos
Centro de Investigación en Ciencias Cognitivas
Universidad Autónoma del Estado de Morelos
PRESENTE

Por medio de la presente le comunico que he leído la tesis "**Aritmética y sintaxis**" que presenta la alumna:

María de la Mora Conde

para obtener el grado de Maestro/a en Ciencias Cognitivas. Considero que dicha tesis está terminada por lo que doy mi **voto aprobatorio** para que se proceda a la defensa de la misma.

Baso mi decisión en lo siguiente:

Una tesis ejemplar, de las mejores que haya leído.

Sin más por el momento, quedo de usted

Atentamente

Mathieu Michel Le Corre, Ph.D.

23 de mayo de 2019

Mtra. Angélica Fabiola Sánchez Gutiérrez
Jefa de Programas Educativos
Centro de Investigación en Ciencias Cognitivas
Universidad Autónoma del Estado de Morelos
PRESENTE

Por medio de la presente le comunico que he leído la tesis "**Aritmética y sintaxis**" que presenta la alumna:

María de la Mora Conde

para obtener el grado de Maestro/a en Ciencias Cognitivas. Considero que dicha tesis está terminada por lo que doy mi **voto aprobatorio** para que se proceda a la defensa de la misma.

Baso mi decisión en lo siguiente:

La tesis presenta una investigación bien justificada, planteada y realizada. El trabajo ofrece un sustento teórico suficiente y bien explicado, que justifica la pertinencia y adecuación del planteamiento de la tesis. Se detalla satisfactoriamente el método de recogida y análisis de datos, que se realizó con rigor. Igualmente, se presentan y discuten los resultados de la investigación de forma clara y rigurosa, ponderando en su justa medida los resultados esperados y los inesperados. Finalmente, el trabajo está muy bien escrito. Por todo esto, según mi opinión el trabajo cumple con los requisitos del programa educativo Maestría en Ciencias Cognitivas.

Quedo a su disposición para cualquier información que sea necesaria.

Atentamente

Asela R

Dra. María Asela Reig Alamillo
PITC CINCCO