



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL
ESTADO DE MORELOS



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MORELOS
INSTITUTO DE INVESTIGACIÓN EN CIENCIAS BÁSICAS Y APLICADAS

ÁREA TERMINAL DE COMPUTACIÓN

Clasificación de líneas espectrales variables con
métodos de redes neuronales artificiales

T E S I S

QUE PRESENTA:

Enrique Raúl Olgún Rodríguez

Para obtener el Grado de
MAESTRO EN CIENCIAS

Director de la Tesis:

Gloria Koenigsberger Horowitz (ICF, UNAM)

Cuernavaca, Morelos

7 de noviembre de 2018

Índice general

CAPÍTULO

1. Introducción	1
1.1. Descripción del problema	2
1.2. Hipótesis	3
1.3. Objetivos generales	3
1.4. Objetivos particulares	3
1.5. Antecedentes	4
2. Marco Teórico	7
2.1. Redes neuronales artificiales	7
2.1.1. Tipos de aprendizaje	9
2.2. Mapas auto-organizables	10
2.2.1. Algoritmo	10
2.3. Growing Neural Gas	12
2.3.1. Algoritmo	13
2.4. Estrellas binarias	15
2.4.1. Tipos de estrellas binarias	15
2.5. Geometría en la órbita	16
2.6. Ecuación de velocidad radial	19
2.7. Espectroscopía	20
2.7.1. Efecto Doppler	21
2.7.2. Espectroscopía de estrellas binarias	22
2.8. Fuerza de marea	23
2.9. TIDES	25
2.10. Spica	25
2.11. Matriz de Confusión	29
2.12. Matriz de Correlación	30
2.13. Skewness	30
2.14. Kurtosis	31
3. Metodología	33
3.1. Metodología para la preparación de datos	33
3.1.1. Espectros calculados	33

3.1.2.	Espectros observados	36
3.1.3.	Eliminar absorción de la estrella secundaria	43
3.2.	Metodología para el procesamiento de datos	49
3.2.1.	Análisis de perfiles usando mapas neuronales	49
3.2.2.	Matriz de confusión	50
4.	Resultados	51
4.1.	Análisis de perfiles usando mapas neuronales	51
4.1.1.	Análisis de perfiles usando SOM	51
4.1.2.	Análisis de perfiles usando GNG	59
4.2.	Matriz de Correlación	68
4.2.1.	Perfiles espectrales TIDES	68
4.2.2.	Perfiles espectrales NOT	69
4.2.3.	Perfiles espectrales NOT y TIDES	70
4.3.	Análisis de los perfiles con herramientas estadísticas	71
4.3.1.	Skewness	72
4.3.2.	Kurtosis	73
5.	Conclusiones	75

Índice de figuras

2.1.	Neurona Biológica.	7
2.2.	Estructura del model Perceptrón	8
2.3.	Modelo de la estructura de una red neuronal	9
2.4.	Estructura del Mapa auto-organizable	12
2.5.	Estrellas binarias con diferentes marcos de referencia	15
2.6.	Geometría de una órbita en un sistema binario	17
2.7.	Prisma de Newton	21
2.8.	Espectroscopía de una estrella binaria	22
2.9.	Fuerzas de marea: Sistema Tierra-Luna	23
2.10.	Fuerzas de marea: Perturbación en el sistema Tierra-Luna	24
2.11.	Fuerzas de marea: Deformación de la estrella primaria	25
2.12.	Espectro CFHT entre los 4000 y 5000 Ångströms	26
2.13.	Ampliación del espectro CFHT	27
2.14.	Espectro de una línea de Si III del telescopio CFHT	28
2.15.	Ejemplos de una variable con distintos valores de Skewness	31
2.16.	Ejemplos de una variable con distintos valores de Kurtosis	32
3.1.	Perfiles espectrales TIDES	34
3.2.	Perfiles espectrales TIDES: Grupo 1 y Grupo 2.	35
3.3.	Perfiles espectrales TIDES: Grupo 3 y Grupo 4.	35
3.4.	Perfiles espectrales NOT	37
3.5.	Perfiles espectrales NOT normalizados	37
3.6.	Perfiles espectrales NOT: Grupo 1 y Grupo 2	38
3.7.	Perfiles espectrales NOT: Grupo 3 y Grupo 4	39
3.8.	Perfiles espectrales CFHT	40
3.9.	Perfiles espectrales CFHT normalizados	41
3.10.	Perfiles espectrales CFHT: Grupo 1 y Grupo 2	42
3.11.	Perfiles espectrales CFHT: Grupo 3 y Grupo 4	42
3.12.	Velocidades radiales en perfiles NOT	44
3.13.	Velocidades radiales en perfiles CFHT	45
3.14.	Perfil de la secundaria NOT para el bloque 1 y bloque 2	46
3.15.	Perfil de la secundaria en perfiles espectrales CFHT	48
3.16.	Perfiles espectrales CFHT normalizados	48
4.1.	Perfiles espectrales NOT agrupados por el SOM	53

4.2.	Perfiles espectrales TIDES agrupados por el SOM	54
4.3.	Perfiles espectrales NOT agrupados por el SOM	56
4.4.	Perfiles espectrales CFHT agrupados por el SOM	59
4.5.	Perfiles espectrales NOT agrupados por GNG	61
4.6.	Perfiles espectrales TIDES agrupados GNG	62
4.7.	Perfiles espectrales NOT agrupados GNG	64
4.8.	Perfiles espectrales CFHT agrupados por GNG	67
4.9.	Matriz de correlación en perfiles TIDES.	69
4.10.	Matriz de correlación en perfiles NOT.	70
4.11.	Matriz de correlación entre los perfiles NOT y TIDES	71
4.12.	Skewness: NOT vs TIDES	72
4.13.	Kurtosis: NOT vs TIDES	73

Índice de cuadros

2.1. Descripción de parámetros del sistema Spica	28
3.1. Grupo de perfiles calculados en TIDES	34
3.2. Grupo de perfiles de Spica (2000)	38
3.3. Grupo de perfiles de Spica (2008)	41
4.1. Matriz de confusión del SOM con perfiles NOT	52
4.2. Matriz de confusión del SOM con perfiles TIDES	54
4.3. Matriz de confusión del SOM con perfiles NOT	56
4.4. Matriz de confusión del SOM con perfiles CFHT	57
4.5. Clasificación del SOM con perfiles NOT y CFHT	58
4.6. Matriz de confusión del GNG con perfiles NOT	60
4.7. Matriz de confusión del GNG con perfiles TIDES	62
4.8. Matriz de confusión del GNG con perfiles NOT	63
4.9. Matriz de confusión del GNG con perfiles CHFT	65
4.10. Clasificación del GNG con perfiles NOT y CFHT	66

RESUMEN

Clasificación de líneas espectrales variables con métodos de redes neuronales artificiales

Enrique Raúl Olgún Rodríguez

El problema presentado en este proyecto de tesis se enfoca al reconocimiento de patrones en perfiles de líneas espectrales de una estrella binaria. Específicamente, se trata de evaluar la conveniencia de utilizar métodos de redes neuronales para cuantificar la similitud entre los patrones de los perfiles cuya forma es complicada y que varían a lo largo del tiempo. El problema es abordado con la aplicación de dos tipos de mapas neuronales llamados, *Self Organizing Maps* (SOM) y *Growing Neural Gas* (GNG). Estos métodos son aplicados a tres conjuntos de datos, dos de los cuales son observacionales obtenidos al telescopio, y uno es obtenido de simulaciones numéricas de un modelo de interacción por fuerzas de marea en estrellas binarias. Los resultados obtenidos en este trabajo de investigación indican que ambos, el SOM y el GNG son efectivos en la clasificación de los patrones de las líneas espectrales, aunque el GNG produce mejores resultados. De la comparación entre la clasificación de los perfiles observados y la de los del modelo numérico, se encuentra que los perfiles teóricos analizados no describen adecuadamente los perfiles observados. Esto sugiere que los parámetros de entrada para crear los perfiles teóricos no representan adecuadamente al sistema binario analizado. Un trabajo futuro podría ser el calcular una malla de conjuntos de perfiles teóricos y utilizar los métodos de redes neuronales para acotar el espacio de parámetros a utilizar en las simulaciones numéricas.

CAPÍTULO 1

Introducción

Hoy en día existen observatorios con enormes capacidades tanto en lo que se refiere a los telescopios mismos como a los instrumentos asociados. Estos observatorios incluyen observatorios espaciales y robóticos en tierra. La cantidad de datos que se están acumulando hacen imprescindible el desarrollo de mecanismos o métodos automatizados para su análisis.

Un ejemplo muy claro es el de los telescopios enfocados en la detección de las supernovas que hacen patrullajes todas las noches. Estos telescopios obtienen imágenes en repetidas ocasiones durante toda la noche. Estas imágenes son procesadas de manera automática con algoritmos que buscan diferencias en la intensidad de luz de cada uno de los objetos visibles en las imágenes con lo cual es posible detectar la aparición de una super nova en escalas de tiempo cada vez más cortas (automatizada de supernova).

Estos algoritmos analizan la fotometría de cada imagen, es decir, la cantidad de luz presente en una imagen y la comparan con las demás. Y de esta manera detectar fuentes de luz que no se encontraban en otras imágenes.

Además de la obtención de enormes cantidades de imágenes, en las cuales se mide la fotometría, existen ya instrumentos que pueden obtener información durante una corta exposición haciendo uso de la espectroscopía. La espectroscopía se encarga de estudiar la absorción y emisión de luz en los cuerpos celestes, donde se registran las intensidades en diferentes longitudes de onda. A la distribución de estas intensidades es conocido como espectro. Igualmente existen o están en desarrollo algoritmos para extraer automáticamente cada uno de los espectros en una imagen y hacer un análisis preliminar.

Además de la capacidad de obtener enormes cantidades de espectros de manera casi simultánea, los nuevos telescopios e instrumentos tienen la capacidad de obtener datos con una resolución espectral cada vez mayor, lo cual permite ahora analizar de una manera mucho más detallada la información obtenida en los espectros, por ejemplo en vez de que la forma de una línea espectral se puede modelar con una simple convolución de una función Gaussiana y una función Lorentziana (Perfil de Voigt) las líneas espectrales pueden tener formas asimétricas (que pueden indicar flujos de material que

emerge a una estrella) o perturbaciones de otro estilo como es el caso que se analizará en esta tesis.

Historicamente este tipo de deformación en las líneas espectrales se ha analizado visualmente o en el mejor de los casos haciendo uso de descriptores de distribuciones estadísticas como lo son Skewness y el Kurtosis. Sin embargo la capacidad de cuantificar describir en terminos objetivos y cuantificar la forma de una línea espectral compleja es menos obvio el algoritmo a emplear para una descripción de este tipo de perfil complejo. Por ello el objetivo es explorar método de una para determinar eficacia para la descripción de patrones en líneas espectrales. Hay distintos fenomenos en las atmosferas de las estrellas que dan lugar a patrones especificos en las líneas espectrales observadas por lo general estos fenomenos tienen una variabilidad en el tiempo por lo que los patrones obsevados varian a los largo del tiempo, espectros obtenidos pueden diferir en los detalles en los espectros del final de la noche estos efectos se notan en las estrellas que tienen manchas y rotan rapidamente, por ejemplo también hay estrellas que pulsan y esto da lugar a patrones caracteristicos en las líneas espectrales también.

1.1. Descripción del problema

El problema presentado en este proyecto de tesis es el del reconocimiento de patrones en perfiles de líneas espectrales de una estralla binaria. En esta tesis analizaremos el caso particular de la variabilidad de las líneas espectrales que se producen debido a la pertubación de la atmósfera de una estrella provocada por la presencia de una estrella compañera, en lo que se llama un sistema estelar binario. El caso particular que analizamos corresponde a las perturbaciones por fuerzas de marea.

Para llevar a cabo este reconocimiento de patrones en los perfiles de líneas espectrales se usaron los mapas auto-organizables. Los mapas auto-organizables son un tipo de red neuronal artificial de aprendizaje no supervisado.

Los conjuntos de datos que usaremos son derivados de modelos numéricos de la interacción por fuerza de marea llamado TIDES (Moreno, 2011). Los perfiles obtenidos mediante este calculo los denotaremos como perfiles espectrales TIDES. También usaremos espectros observados de un sistema binario en el cual los efectos por irradiación y colisión de vientos son despreciables (Palate, 2013). Los espectros observados fueron obtenidos por el telescopio óptico nordico en el año 2000 y por el telescopio Canada Francia Hawaii en el 2008. Que denotaremos como perfiles espectrales NOT y

perfiles espectrales CFHT respectivamente.

Estos perfiles de líneas espectrales fueron analizados con el fin de determinar si estos patrones se repiten con respecto al tiempo, así como también comparar los perfiles observados contra los perfiles derivados de modelos numéricos. Por ello este proyecto de tesis tiene como fin encontrar una respuesta a estas preguntas:

1. ¿ Los perfiles de líneas espectrales se repiten como función de su fase orbital?
2. ¿ Cómo clasificarlos para poder decir si se repiten o no?
3. ¿En qué medida el código TIDES reproduce los perfiles espectrales obtenidos por el telescopio óptico nordico?
4. ¿ Qué método es mejor para determinar si existe una semejanza entre los perfiles teóricos y los perfiles observados?

1.2. Hipótesis

Los métodos de reconocimiento de patrones, el SOM y el GNG pueden ser empleados para efectuar una clasificación de la variabilidad en los perfiles de líneas espectrales.

Los patrones presentes en los perfiles de líneas espectrales en cada fase orbital son periódicos.

1.3. Objetivos generales

Hacer uso del SOM y GNG como métodos para determinar si existen patrones en los perfiles de líneas espectrales y si estos se repiten como función del tiempo.

1.4. Objetivos particulares

Los objetivos planteados para este proyecto son los siguientes:

1. Usar los mapas neuronales para caracterizar los perfiles observados en el telescopio óptico Nórdico (NOT) y generar una clasificación.
2. Usar los mapas neuronales para caracterizar los perfiles generados con el modelo TIDES y generar una clasificación.

3. Usar los mapas neuronales para caracterizar los perfiles observados TIDES y generar una clasificación de los perfiles NOT.
4. Usar los mapas neuronales para caracterizar los perfiles observados NOT y generar una clasificación de los perfiles obtenidos con el telescopio Canada - Francia - Hawaii (CFHT).
5. Analizar las clasificaciones generadas, determinar si existen patrones en los perfiles de líneas espectrales y comprobar si estos patrones se repiten como función del tiempo.
6. Hacer uso de medidas estadísticas y Matrices de correlación en los perfiles de líneas espectrales con el fin de compararlos con los resultados obtenidos con los mapas neuronales.

1.5. Antecedentes

Como se ha mencionado previamente, este no es el primer proyecto que emplean el aprendizaje maquina para resolver un problema en Astrofísica. No obstante no se ha encontrado alguna investigación en donde se utilice para el reconocimiento de patrones en perfiles de líneas espectrales de un sistema binario. Por ello mismo, mencionaremos algunas investigaciones que han utilizado el aprendizaje maquina para la clasificación de datos enfocados en Astrofísica.

Se usaron técnicas de aprendizaje maquina para el emparejamiento de diferentes catalogos de objetos en Astrofísica (Rohde, 2005). Utilizaron diferentes técnicas de aprendizaje maquina entre ellos se encontraba el algoritmo *Perceptron* (Rosenblatt, 1958), *Backpropagation* (Plaut, 1986) y *Support vector machines (SVM)* (Burges, 1996). Los resultados mostraron que se obtuvieron mejores resultados con las técnicas de aprendizaje maquina que los obtenidos en trabajos previos.

El investigador De La Calleja (2004) realizó una clasificación de la morfología de las galaxias haciendo uso de algoritmos de aprendizaje maquina y análisis de imagenes. Al igual que en el caso anterior hacen uso de la red neuronal artificial *Backpropagation* y la regreción ponderada localmente (Cleveland, 1979). Los resultados mostraron que ambos métodos fueron capaces de llevar a cabo la clasificación.

Ksoll (2018) indentifico estrellas de la secuencia pre-principal en una región proveniente de su catalogo estelar. Para realizar esta tarea se emplearon técnicas de aprendizaje maquina. Los algoritmos utilizados en este proyecto fueron *Desicion Tree*, *Random Forest* y *Support Vector Machine*. Obteniendo muy buenos resultados principalmente en los algoritmos *Random Forest* y *Support Vector Machine*

CAPÍTULO 2

Marco Teórico

2.1. Redes neuronales artificiales

Una red neuronal artificial (RNA) es un modelo matemático inspirado en el comportamiento de una red neuronal biológica (McCulloch, 1943).

Una red neuronal biológica es un conjunto de neuronas físicamente conectadas (sinapsis) que cumplen con una función en específico cuando estas son activadas.

Una neurona biológica (figura 2.1) está compuesta principalmente de las dendritas, el cuerpo neuronal, del axón y las sinapsis (Pfeifer, 1999). Las dendritas tienen la tarea de transmitir la activación de otras células al cuerpo neuronal, el cual tiene la tarea de sumar las activaciones entrantes. El axón tiene la tarea de transmitir información a otras neuronas a través de las sinapsis. La sinapsis puede ser excitadora, esto quiere decir, que pueden aumentar la activación de una neurona o bien puede ser inhibitoria, disminuyendo la activación de una neurona.

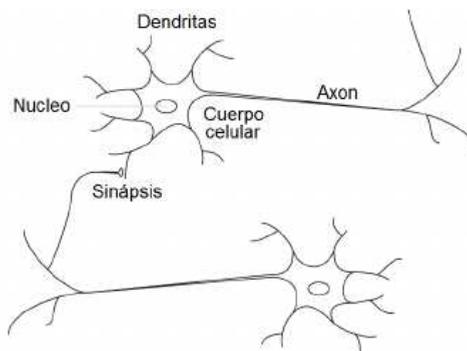


Figura 2.1: Ejemplo de una neurona biológica donde se muestran algunas de las partes que la conforman.

De manera similar a la red neuronal biológica, la red neuronal artificial (figura 2.3) está formada de un conjunto de nodos interconectados (Pfeifer,

1999). Se usa el término nodo, unidad, elemento de procesamiento y neurona como sinónimos. El perceptrón simple (Rosenblatt, 1958) es un modelo inspirado en el comportamiento de una neurona (figura 2.2), que describe el comportamiento de los principales componentes de una neurona biológica (dendritas, cuerpo neuronal, axón y sinapsis). El modelo Perceptrón está compuesto de los siguientes componentes:

1. Las características del nodo: Se define la forma en que los nodos suman las entradas, cómo se transforma en una activación y cómo esa activación se transforma en una salida que se transmite a otro nodo.
2. La conectividad de la red: Especifica la conexión que tiene cada nodo y en qué dirección están conectados.
3. La regla de propagación: Especifica la manera en cómo se transmite la activación de un nodo a otro.
4. La regla de aprendizaje: Especifica cómo cambian las conexiones entre las neuronas con el tiempo.

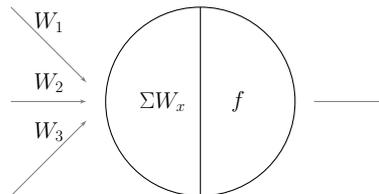


Figura 2.2: Estructura del modelo Perceptrón. Donde observamos las entradas con los pesos de las conexiones (W_i), la suma de las entradas ΣW_x para generar una activación f y esta respuesta es propagada como entrada para el siguiente nodo.

El proceso de modelar un fenómeno con un RNA consiste de dos fases: entrenamiento y prueba. La fase de entrenamiento consiste en ajustar los pesos de la red para generar una activación ante una entrada y la fase de prueba se lleva a cabo una vez que la RNA está entrenada. Esta consiste en presentar un conjunto de datos y registrar la salida obtenida.

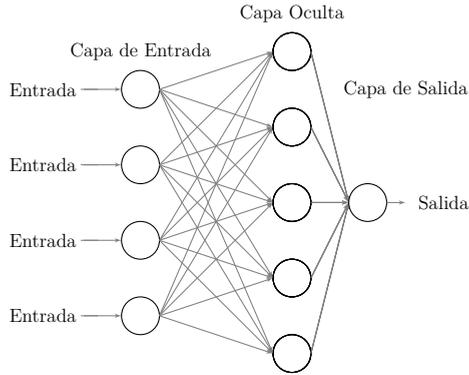


Figura 2.3: Modelo de la estructura de una red neuronal artificial Perceptron multicapa, la cual está compuesta por tres capas: capa de entrada, capa oculta y capa de salida.

2.1.1. Tipos de aprendizaje

Una característica importante de las redes neuronales artificiales es la capacidad de aprendizaje, es decir, la capacidad de ajustar un modelo que se ajuste al comportamiento de los datos. Esta fase de aprendizaje también es conocida como entrenamiento y existen de manera general dos métodos: aprendizaje supervisado y aprendizaje no supervisado.

Aprendizaje supervisado

El aprendizaje supervisado consiste en entrenar una red con un par de conjuntos de datos o patrones, estos conjuntos son patrones entrada y salida. El objetivo de este tipo de aprendizajes es ajustar los pesos de las conexiones de la red neuronal artificial de tal manera que dado un patrón del conjunto de entrada obtendremos un patrón correcto del conjunto de salida.

Aprendizaje no supervisado

El aprendizaje no supervisado consiste en entrenar una red con un conjunto de datos o patrones, el objetivo del algoritmo es ajustar los pesos de la red de tal manera que la red encuentre alguna configuración de los datos presentados, es decir, no se tiene una configuración deseada y esta es determinada acorde a ciertos criterios descritos en la fase de aprendizaje.

2.2. Mapas auto-organizables

Un mapa auto-organizable (Self Organizing Maps por sus siglas en inglés SOM), es una red neuronal artificial de aprendizaje no supervisado. A diferencia de muchas redes neuronales, esta cuenta con una función de vecindad, dicha función es utilizada en la fase de entrenamiento. Esta función es utilizada para preservar las propiedades topológicas del mapa.

El método SOM fue creado por Kohonen (1990), basado en el algoritmo de cuantización vectorial propuesto por Linde (1980). La cuantización vectorial es una técnica por la cual el espacio de entradas es dividido en un número determinado de regiones y para cada una de ellas es definido un vector que la caracteriza.

2.2.1. Algoritmo

Una red SOM consiste en un conjunto de nodos N , donde cada nodo $k \in N$ tiene una posición p_k (cabe mencionar que aunque estos nodos tienen una posición no existe conexión entre ellos) y un vector característico de pesos w_k de dimensión n mismo que el vector de entrada. Como en la mayoría de las redes neuronales artificiales, el SOM también necesita de una fase de entrenamiento, el objetivo principal es provocar que diferentes partes de la red respondan de manera similar a ciertos patrones de una entrada.

Para poder realizar esta fase de entrenamiento es necesario especificar ciertos parámetros, tales como:

- Conjunto de vectores de entrada X . Donde cada vector $v \in X$ tiene una dimensión igual a los vectores característicos, es decir, tienen una dimensión n , estos vectores de entrada se usarán para entrenar el SOM.
- Los rangos de aprendizaje ε . Se necesita un inicial y un valor final y estos valores sirven para determinar la cantidad de nodos que serán considerados cuando se actualicen los pesos de los vectores característicos de los nodos.
- Los factores de aprendizaje σ . Se necesita un valor inicial y un valor final. Estos factores indica cuánto serán modificados los valores de los vectores característicos respecto a una entrada.
- Número máximo de iteraciones t_f .

El proceso que se realiza en la fase de entrenamiento es el siguiente:

1. Se inicializan los pesos de los vectores característicos de manera aleatoria. Inicializamos un tiempo $t = 0$.
2. De manera aleatoria va presentando los vectores de entrada v al SOM, es decir, se calcula la distancia Euclidiana de v (ecuación 2.1) para cada uno de los vectores característicos w_k y se determina el nodo con la menor distancia Euclidiana dado el vector de entrada v y se le llama "nodo ganador" s (ecuación 2.2).

$$d = \sqrt{\sum_{j=1}^n (w_j - v_j)^2} \quad (2.1)$$

$$s = \min \left(\sqrt{\sum_{j=1}^N (w_j - v)^2} \right) \quad (2.2)$$

3. Se calcula el factor de aprendizaje y rango de aprendizaje.

$$\sigma(t) = \sigma_i \left(\frac{\sigma_f}{\sigma_i} \right)^{\frac{t}{t_f}} \quad \varepsilon(t) = \varepsilon_i \left(\frac{\varepsilon_f}{\varepsilon_i} \right)^{\frac{t}{t_f}} \quad (2.3)$$

4. Se calcula la función de vecindad, esta función de vecindad nos indica qué tan cercano está un nodo k al nodo ganador s . Ya que entre más cercano se encuentre al nodo ganador, mayor será la modificación de los pesos del vector característico.

$$h_\sigma(t, k, s) = e^{-\frac{\|p_k - p_s\|^2}{2\sigma(t)^2}} \quad (2.4)$$

5. Se actualizan los pesos de los vectores w_i dada la siguiente expresión:

$$\Delta w_k = \varepsilon(t) h_\sigma(t, k, s) (v - w_k) \quad (2.5)$$

6. Aumentamos el valor de t en uno y repetimos todos los pasos a partir del paso número 2 hasta que t sea igual que t_f .

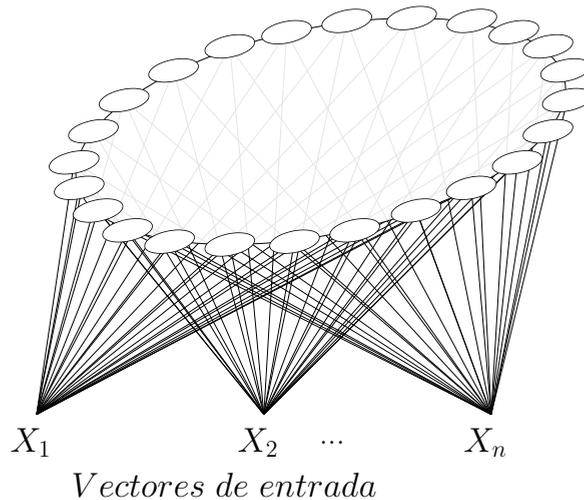


Figura 2.4: Mapa auto-organizable: Esta es una representación gráfica del cómo esta estructurado el SOM usado en este proyecto. El cual tiene una estructura en forma de anillo, es decir, que el nodo inicial y el último nodo son topológicamente cercanos.

2.3. Growing Neural Gas

Growing Neuronal Gas (GNG) es un mapa neuronal cuya principal característica es que este no posee una cantidad definida de unidades que componen la red. Esto se debe a que en la etapa de adaptación (fase de entrenamiento) la red comienza con un tamaño pequeño y de manera secuencial nuevas unidades son agregadas. El entrenamiento de este mapa neuronal es no supervisado y a diferencia de algunos mapas neuronales, este modelo no posee parámetros dependientes del tiempo permitiendo a la red seguir aprendiendo. Agregando o quitando unidades y conexiones hasta que sea cumplido un criterio de paro.

Este modelo fue descrito por Fritzke (1995), basado en los algoritmos de Neural Gas (Martinetz (1991)) y Aprendizaje Hebbiano (Martinetz (1993)).

2.3.1. Algoritmo

El mapa GNG consiste en un conjunto de nodos N , cada nodo $i \in N$ tiene un vector característico $w_c \in R^n$, y un conjunto de conexiones E , donde a cada conexión $j \in E$ se le asocia una edad, la cual sirve para controlar la antigüedad de cada una de las conexiones. Cabe mencionar que las conexiones per se, no tienen un peso asociado, debido a que las conexiones son representativas, es decir, su utilidad es con fines de conocer la estructura del mapa neuronal. Así como muchas redes neuronales artificiales, el mapa GNG necesita una fase de entrenamiento. La idea principal de esta fase consiste en partir de una red pequeña, es decir, iniciar con una cantidad pequeña de nodos y durante el proceso de aprendizaje ir agregando o eliminando nodos y conexiones dentro de la red. Para poder realizar esta fase de entrenamiento es necesario especificar ciertos parámetros, tales como:

- Conjunto de vectores de entrada X . Cada $v \in X$ tiene la misma dimensión que los vectores característicos en los nodos de la red. Estos vectores de entrada serán usados para entrenar la red.
- El factor de aprendizaje ϵ . Este factor determina qué tanto la red aprenderá de una entrada presentada a la red, es decir, que este es el factor que indicará cuánto serán modificados los valores de los vectores característicos respecto a una entrada.
- Límite de edad de las conexiones a_{max} , este valor delimita la antigüedad que puede poseer una conexión entre dos nodos.

El proceso que se realiza en la fase de entrenamiento es el siguiente:

1. El mapa GNG comienza generando dos nodos c y d inicializando los pesos de los vectores característicos con valores aleatorios.
2. De manera aleatoria se selecciona un vector v del conjunto de vectores de entrada y se presenta al mapa neuronal, es decir, se calculan las distancias Euclidianas entre el vector v y todos los vectores característicos w_i del mapa.
3. Se determina la unidad más cercana s_1 y la segunda unidad más cercana s_2 .
4. Se incrementa todas las edades de las vértices provenientes de s_1

5. Se calcula la distancia cuadrática entre la señal de entrada y el nodo más cercano:

$$\Delta error(s_1) = \|w_{s_1} - v\|^2 \quad (2.6)$$

6. Se mueve s_1 y sus vecinos topologicamente cercanos a v por una fracción ϵ_b y ϵ_n , respectivamente a la distancia total:

$$\Delta w_{s_1} = \epsilon_b (v - w_{s_1}) \quad (2.7)$$

$$\Delta w_{s_n} = \epsilon_n (v - w_{s_n}) \quad (2.8)$$

7. Si s_1 y s_2 están conectados por un vértice, entonces su edad es cero y si no existe la conexión, entonces se crea.
8. Se remueve todas las edades que sean mayores a a_{max} . Si de esto resultan unidades que no tienen vértices emanantes de ellas, entonces estas unidades también son removidas.
9. Si el número de señales de entrada es un múltiplo de un factor λ .

- Determinar la unidad q con el máximo error acumulado.
- Insertar una nueva unidad r entre la unidad q y su vecino f con el mayor error acumulado.

$$w_r = 0,5 (w_q + w_f) \quad (2.9)$$

- Insertar los vértices a la nueva unidad r con las unidades q y f y remover el vértice entre q y f .
 - Disminuir los valores de error de q y r multiplicandolos por una constante α . Inicializar la variable de error de r con un nuevo valor de error de la unidad q .
10. Se disminuye el error en todas las variables multiplicando por una constante d .
11. Si aún no se cumple el criterio de paro (ya sea por un límite en el tamaño de la red o de alguna medida) se regresa al paso 2.

2.4. Estrellas binarias

Las estrellas binarias son sistemas de dos cuerpos estelares que orbitan una alrededor de la otra. Su movimiento se rige por las Leyes de movimiento de Newton (Figura 2.5), excepto en casos extremos en donde se requiere principios de Relatividad General. Denotaremos como estrella primaria a la estrella con mayor masa y secundaria a la de menor masa (Carroll, 2006).

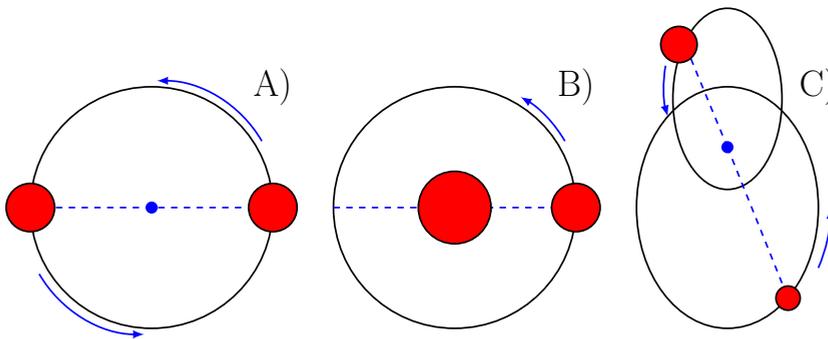


Figura 2.5: Estrella Binaria: A) Sistema Binario con órbita circular y con marco de referencia en el centro de masa. B) Sistema Binario con marco de referencia en la estrella primaria. C) Sistema Binario con órbita elíptica y con el marco de referencia en el centro de masa.

2.4.1. Tipos de estrellas binarias

Existen muchas clasificaciones para las estrellas binarias, algunas de ellas se encuentran descritas en Carroll (2006). Esta clasificación se determina por el método de observación que se necesita para estudiar la estrella binaria. Por ello una estrella binaria puede pertenecer a más de una clasificación.

Binarias aparentes

Este tipo de estrellas no se encuentran asociadas entre sí, son simples estrellas que se encuentran a lo largo de la línea visual desde la Tierra, es decir, no están ligadas gravitacionalmente. Por lo tanto este tipo de sistemas no son útiles para estudiar.

Binaria visual

Las dos estrellas que componen el sistema binario están ligadas gravita-

cionalmente, pueden ser estimadas sus masas de manera independiente y su separación orbital es suficientemente grande para que las dos componentes se puedan separar observacionalmente. Estos sistemas proporcionan información importante sobre la separación angular de las estrellas a su común centro de masa. Si la distancia a la estrella binaria es también conocida, entonces se pueden calcular las separaciones lineales de las estrellas.

Binaria Astrométrica

En este tipo de estrellas binarias uno de los componentes es más brillante ocasionando que la otra estrella no sea visible de manera directa. Sin embargo el componente no visible puede ser deducido observando el movimiento oscilatorio del visible.

Binaria Eclipsante

Son aquellas+ estrellas binarias que su plano orbital está orientado cerca a la línea de visión del observador, y de manera periódica una tras otra estrella pasa una enfrente de la otra, bloqueando la luz del componente eclipsado. Estos sistemas son reconocidos por sus variaciones regulares en la luz recibida en los telescopios. No solo con estas observaciones conocemos la presencia de la segunda estrella, sino que también nos provee información acerca de la temperatura efectiva, observando el sistema con un espectrógrafo se obtiene también la masa, el radio de cada uno de los componentes, entre otros parametros más.

Binaria espectroscópica

Una binaria espectroscópica es cuando los dos componentes están tan próximas entre sí, o tan alejadas de la Tierra, que no pueden ser resueltas con la vista, ni siquiera utilizando poderosos telescopios. Sin embargo, su naturaleza binaria puede establecerse por el desplazamiento Doppler de sus líneas espectrales.

2.5. Geometría en la órbita

En esta sección describiremos los siguientes términos que fueron utilizados en este proyecto de tesis.

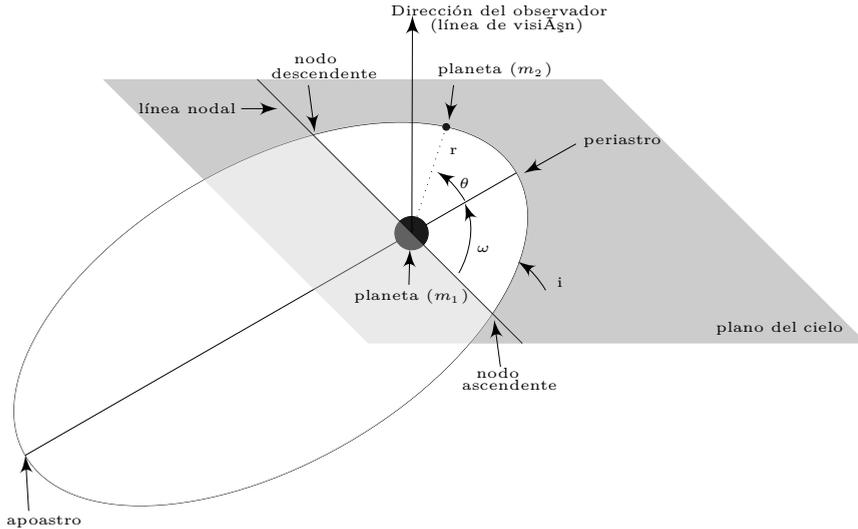


Figura 2.6: Descripción gráfica de algunos de los componentes en una órbita para un sistema binario.

Semieje mayor (a). El eje mayor es el eje más largo en una elipse y el semieje es la mitad del eje mayor.

Semieje menor (b). El eje menor es el eje más corto en una elipse y el semieje es la mitad del eje menor.

Excentricidad (e). Es un parámetro que determina el grado de desviación de una sección cónica con respecto a una circunferencia. Cuando $e = 0$ la elipse es un círculo, y cuando $e = 1$ la elipse es una parábola. La excentricidad es definida en términos del semieje mayor y menor como:

$$e = \sqrt{1 - (b/a)^2}$$

Foco. En una elipse, los focos son dos puntos equidistantes sobre el semieje mayor, la suma de las distancias de los focos a cualquier punto en la elipse es constante y la distancia de cualquier foco al centro geométrico está dada por la ecuación:

$$f = ae \tag{2.10}$$

Periastro. Es el punto sobre la elipse más cercano al foco y que está posicionado sobre el semieje mayor, la distancia entre estos dos puntos está dada por:

$$r_p = a(1 - e) \quad (2.11)$$

Apoastro. Es el punto sobre la elipse más lejano al foco y que está posicionado sobre el semieje mayor, la distancia entre el punto más lejano al foco y el foco está dada por:

$$r_a = a(1 + e) \quad (2.12)$$

Línea de visión. Es la línea recta que conecta un observador y el objeto que está en órbita.

Plano del cielo. Es el plano que se encuentra perpendicular a la línea de visión y pasa a través del objeto observado.

Plano orbital. Es el plano en el cual está contenida la órbita.

Inclinación orbital (i). Es el ángulo generado por el plano del cielo y el plano orbital.

Línea nodal. Existen dos puntos en el plano orbital que pasan a través del plano del cielo, estos puntos son llamados nodo ascendente (punto en el cual el planeta pasa desde abajo del plano del cielo hacia arriba de éste) y nodo descendente (punto en el cual el planeta pasa desde arriba del plano del cielo hacia abajo de éste) la línea nodal es la línea recta que conecta estos puntos.

Argumento del periastro (ω). Es el ángulo entre la línea nodal y la línea que conecta el periastro al foco.

Anomalía. Los astrónomos se refieren a la posición angular de un cuerpo como anomalía

- **La anomalía verdadera (θ).** Es el ángulo θ que va desde el eje x hasta la posición de la cuerpo como se muestra en la figura.
- **La anomalía media (ϕ).** Es la fase de la órbita expresada en términos del tiempo t a partir de que la partícula pasa cierto punto de referencia, generalmente se toma para $\theta = 0$.

$$\phi = \frac{2\pi}{P}t \quad (2.13)$$

Para órbitas circulares $\phi = \theta$.

- **La anomalía excéntrica (ψ).** Este es un ángulo geoméricamente definido desde el centro de la elipse hasta un punto en la circunferencia

con radio igual al semi mayor de la elipse. El punto en el círculo se ubica geoméricamente dibujando una línea perpendicular desde el eje semi mayor de la elipse a través de la ubicación de la partícula. La anomalía excéntrica es importante para ubicar la posición de la partícula en función del tiempo.

Precesión de la órbita: Es el cambio de ω con el tiempo. En este caso la posición del periastro en el plano del cielo cambia con el tiempo. Es importante destacar que las fases orbitales siempre se miden con respecto al periastro (salvo en el caso de binarias eclipsantes). Esto quiere decir que después de mucho tiempo en una época t_2 aunque el periastro sigue sucediendo en fase 0 la orientación de la orbita puede ser completamente distinta con respecto a la que tenía en la época t_1 . Esto también quiere decir que el hemisferio que observamos en el periastro en la época t_1 ya no es el mismo hemisferio en la época t_2 .

2.6. Ecuación de velocidad radial

La velocidad radial (V_r) se define como la componente en dirección del observador de la velocidad orbital del objeto. Esta velocidad es función de la posición orbital que se define con el ángulo θ (Ver derivación pedagógica en Clubb (2008)).

$$V_r = \frac{2\pi a \sin i}{P\sqrt{1-e^2}} [\cos(\theta + \omega) + e \cos \omega] \quad (2.14)$$

En el caso de órbitas excéntricas conocemos la fase orbital de la observación pero no es trivial conocer directamente el ángulo θ . La manera de resolver este problema es mediante las llamadas ecuaciones de Newton:

$$\tan \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan \frac{\psi}{2} \quad (2.15)$$

$$\phi = \psi - e \sin \psi \quad (2.16)$$

La solución a estas dos ecuaciones nos permite encontrar θ en función de la fase orbital ϕ . Las otras relaciones que se emplean para llegar a la ecuación 2.14 son, la tercera ley de Kepler:

$$a^3 = \frac{G(m_1 + m_2)P^2}{4\pi^2} \quad (2.17)$$

la relación entre el semieje mayor total y los semiejes mayores de las orbitas de m_1 y m_2 :

$$a = a_1 + a_2 \quad (2.18)$$

y la relación entre las masas y semiejes mayores de los dos componentes:

$$m_1 a_1 = m_2 a_2 \quad (2.19)$$

La forma que optamos para resolver las ecuaciones de Newton consiste en los siguientes pasos:

1. Dado un valor de ϕ buscamos numéricamente el valor de ψ que satisface la ecuación 2.16.
2. El valor de ψ encontrado en el paso anterior, se inserta a la ecuación 2.15, de donde despejamos θ .

2.7. Espectroscopía

La mayoría de los cuerpos celestes se encuentran en un intercambio de energía, emitiendo y absorbiendo luz. La luz emitida por estos cuerpos celestes nos ha permitido conocer la composición atómica, la temperatura, la presión, la densidad, la masa y muchas más propiedades físicas. La espectroscopía estudia esta luz emitida.

El estudio de luz emitida por estos cuerpos celestes comenzó con Isaac Newton. Issac Newton observó que la luz blanca es dispersada en diferentes gamas de colores cuando esta atraviesa un prisma (figura 2.7). Posteriormente se comprobó que cada color corresponde a un único intervalo de longitudes de onda (espectro). Además, se descubrió en presencia de franjas oscuras (Joseph von Fraunhofer), las cuales fueron llamadas líneas espectrales en absorción. Joseph von Fraunhofer notó que estas líneas eran idénticas a las líneas observadas en ciertos gases calientes, siendo así la primera vez que se pudo saber la composición de los cuerpos celestes.

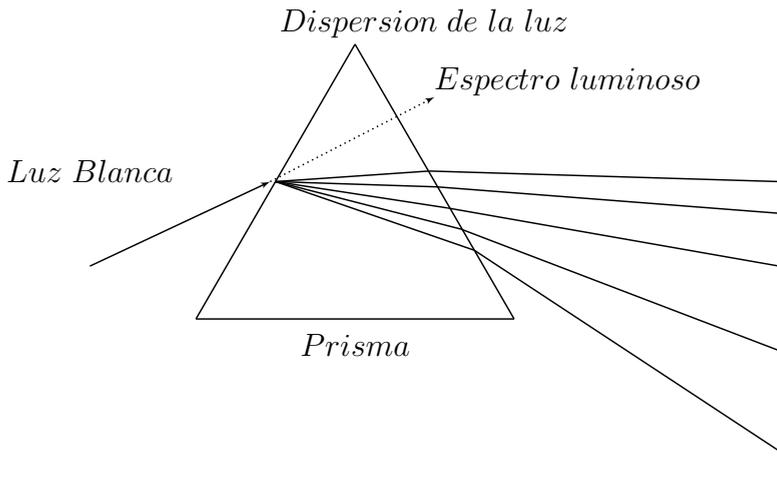


Figura 2.7: Prisma de Newton: Newton estudió la luz blanca emitida por los cuerpos celestes y observó que al atravesar la luz blanca esta se dispersaba en diferentes gamas de colores.

2.7.1. Efecto Doppler

Los perfiles de línea espectral suelen tener desplazamientos en las longitudes de onda a las que teóricamente se deben encontrar. Este fenómeno es conocido como efecto Doppler. El efecto Doppler describe el cambio de la frecuencia aparente de una onda producida por el movimiento relativo del objeto emisor.

$$\lambda = \left(1 - \frac{v}{c}\right) \lambda_{lab} \quad (2.20)$$

Donde λ es la longitud de onda observada y λ_{lab} es la longitud de onda que se mide en el laboratorio. La longitud de onda y la frecuencia se relacionan mediante la ecuación $v\lambda = c$, donde c es la constante de la velocidad de la luz.

Existen dos casos posibles para estas variaciones en las líneas espectrales. Cuando la longitud de onda observada es menor a la longitud de onda teórica, se dice que hubo un corrimiento hacia azul y cuando la longitud de onda es mayor a la longitud de onda teórica decimos que hubo un corrimiento al rojo.

2.7.2. Espectroscopía de estrellas binarias

El espectro de una estrella binaria espectroscópica posee dos conjuntos de absorciones correspondientes a cada uno de los componentes del sistema binario. Estas absorciones se desplazan en longitud de onda (debido al movimiento relativo del emisor). Ya que estos cuerpos se encuentran orbitando con un común centro de masa, podemos definir en terminos generales dos tipos de espectros. Espectro en elongación, son aquellos espectros en los cuales es posible diferenciar las absorciones correspondiente de cada componente. Espectro en conjunción, en este tipo de perfiles no es posible distinguir las absorciones de cada uno de los componentes, es decir, las absorciones se encuentran translapadas.

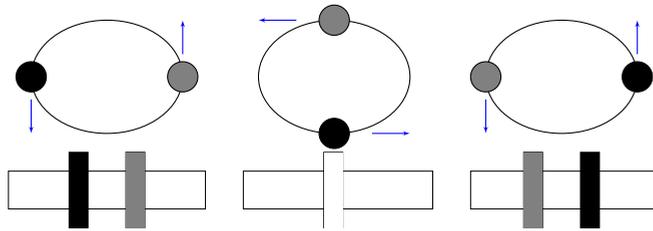


Figura 2.8: Descripción del desplazamiento de las absorciones de energía de una estrella binaria producidas por el movimiento relativo del emisor. Con el observador posicionado hacia abajo de los tres ejemplos, tenemos que el observador puede ver espectros en elongación para los casos de los extremos y un espectro en conjunción para el caso restante.

2.8. Fuerza de marea

La fuerza de marea es un fenómeno ocasionado por las fuerzas gravitatorias entre dos cuerpos celestes. Esta fuerza tiende a deformar los cuerpos sometidos a un campo gravitatorio. Este fenómeno es posible observarlo con el uso de la espectroscopía.

Para entender mejor las fuerzas de marea, usaremos un caso particular: El sistema Tierra-Luna. En este sistema nos concentraremos principalmente en las fuerzas que la Luna ejerce sobre la Tierra. Para fines prácticos supondremos que este sistema se encuentra en un estado estático. Para ello ubicaremos ciertos puntos alrededor de la superficie terrestre y en el núcleo de ella, e indicaremos con un vector la dirección y la fuerza de atracción que ejerce la Luna para cada uno de estos puntos (como se muestra en la imagen 2.9).

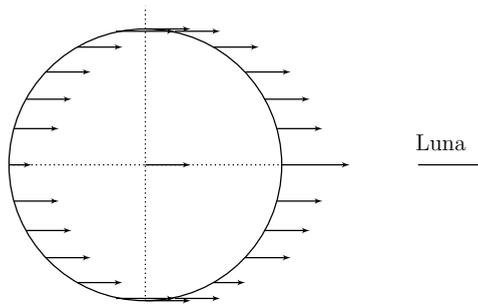


Figura 2.9: Representación gráfica de las fuerzas de atracción gravitatoria en el sistema Tierra-Luna.

Como observamos en la imagen 2.9 las regiones más cercanas a la Luna están sometidas a una fuerza mayor. Esto se debe a que entre más cerca se encuentren los cuerpos mayor será su fuerza de atracción. Con el fin de apreciar las fuerzas que ejerce la Luna sobre la Tierra, tomaremos como marco de referencia la estrella primaria. Esto se obtiene restando el vector del punto que se encuentra en el núcleo de ella y restarla en todos los vectores (como se muestra en la figura 2.10).

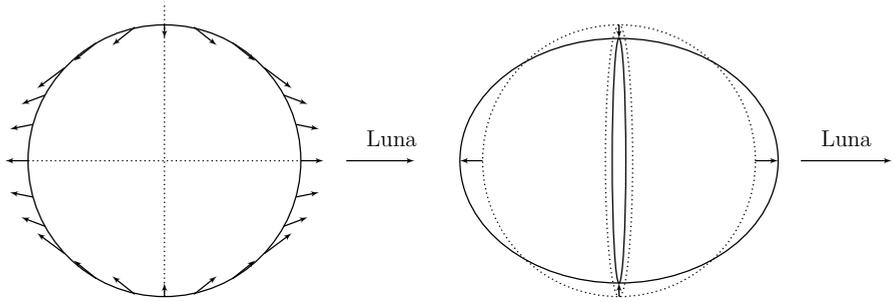


Figura 2.10: Izquierda: Imagen que representa el campo de fuerzas de marea al cual esta sometida la Tierra por la presencia de la Luna en un marco de referencia centrado en la Tierra. Derecha: Deformación que suele producir el campo de fuerzas de marea.

No obstante, esto es solo una simplificación del problema de fuerzas de marea. Lo que realmente tenemos es un sistema que se encuentra orbitando y que no solo las fuerzas gravitatorias afectan el sistema sino que también debemos considerar la rotación, viscosidad y muchas fuerzas adicionales. Las perturbaciones que sufre la estrella primaria en presencia de la secundaria se presentan principalmente en las regiones más cercanas y más alejadas de la secundaria (figura 2.10). Debido a esto, las perturbaciones que sufre la primaria cuando la secundaria se encuentra en fases orbitales opuestas son semejantes (figura 2.11). Esto mismo sucede para cada una de las fases orbitales en un periodo orbital. Esto es posible verlo también en los perfiles de líneas espectrales, encontramos similitud en la absorción de la primaria de perfiles con fases orbitales opuestas.

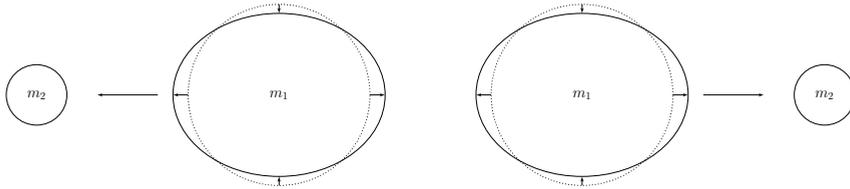


Figura 2.11: Deformación en la estrella de masa m_1 ocasionada por la presencia de la estrella de masa m_2 en dos fases orbitales opuestas. Observemos que las deformaciones en fases opuestas son semejantes.

2.9. TIDES

TIDES es un modelo que calcula la perturbación en la superficie de una estrella debido al campo gravitacional de la compañera. Las ecuaciones que se resuelven en el código TIDES incluyen: las fuerzas de gravedad de ambas estrellas en el sistema binario, las fuerzas de Coriolis, centrífuga, de la viscosidad, y de la presión del gas. TIDES modela los cambios que sufre una masa M_1 debido a la presencia de una masa M_2 .

Las ecuaciones diferenciales que describen al sistema se resuelven para cada paso de tiempo utilizando un método llamado *Runge-Kutta*.

La solución proporciona el radio y las velocidades radial y acimutal para cada punto de la malla a tiempos pre-determinado; i.e., después de n -ciclos, y en varias fases orbitales. También da los valores máximos de cada variable en cada paso del tiempo, con lo cual se puede seguir su comportamiento temporal.

2.10. Spica

El sistema Alpha Virginis (*Spica*) consiste en dos estrellas tipo B, el cual tiene un periodo orbital corto (~ 4 días) con órbita excéntrica. Este sistema es lo suficiente brillante y cercano como para poder ser estudiado con espectroscopía de muy alta resolución. Se sabe desde la década de los 50's que los perfiles de las líneas espectrales de este sistema sufren variaciones.

Smith (1985) hizo un análisis detallado de esta variabilidad y concluyó que se pueden representar con armónicos esféricos. Esto sugirió que la estrella principal está pulsando y se encontró que había periodicidad consistentes en alguna de las pulsaciones.

Harrington (2009) analizaron esta variabilidad utilizando espectros obtenidos en el telescopio Canadian-France-Hawaii Telescope (CFHT) y mostraron que el mismo tipo de variabilidad se puede reproducir con el modelo de corrientes producidas por las fuerzas de marea.

En la figura 2.12 podemos observar uno de los espectros obtenidos por el CFHT. El rango espectral va desde los 4000 hasta los 5000 Angstroms, donde es posible observar una gran cantidad de líneas espectrales en absorción. La mayoría de estas absorciones son contribuciones de varias transiciones atómicas, es decir, que las líneas de absorción pueden corresponder a transiciones de varios átomos (las líneas de absorción se encuentran traslapadas).

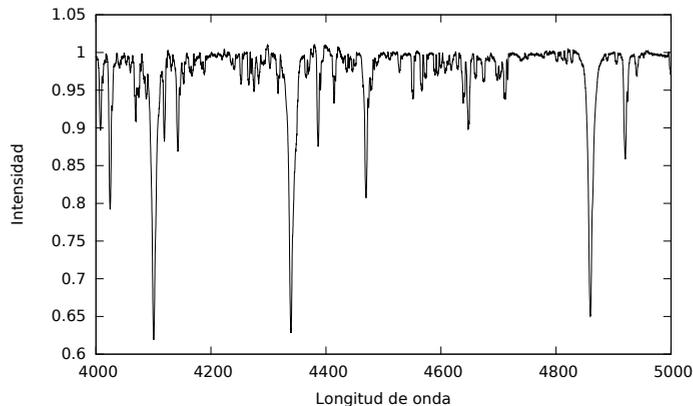


Figura 2.12: Espectro obtenido por el telescopio CFHT en el rango de longitudes de onda entre los 4000 y 5000 Ångströms.

Para realizar un análisis sobre la variabilidad es necesario trabajar con absorciones donde este traslape sea mínimo. De todo este espectro existen tres absorciones que cumplen con lo necesario para trabajar con ellas, estas absorciones corresponden a transiciones atómicas de Silicio (Si III). Estas líneas son observables en la figura 2.13

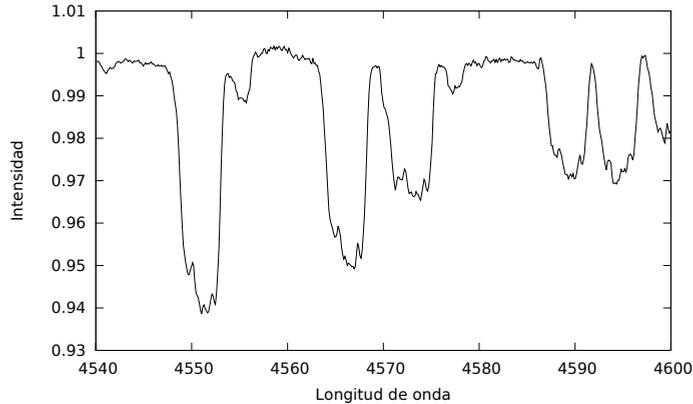


Figura 2.13: Ampliación de un segmento del espectro mostrado en la figura 2.12. Las tres líneas profundas que se observan entre 4540 y 4580 Å se originan en el átomo de Silicio III. La fase orbital corresponde a una elongación en la que la primaria se acerca al observador y la secundaria se aleja.

En la figura 2.14 podemos observar únicamente una de las tres absorciones correspondientes a transiciones atómicas de Silicio III, donde la mayor absorción corresponde a la estrella primaria y la menor a la estrella secundaria.

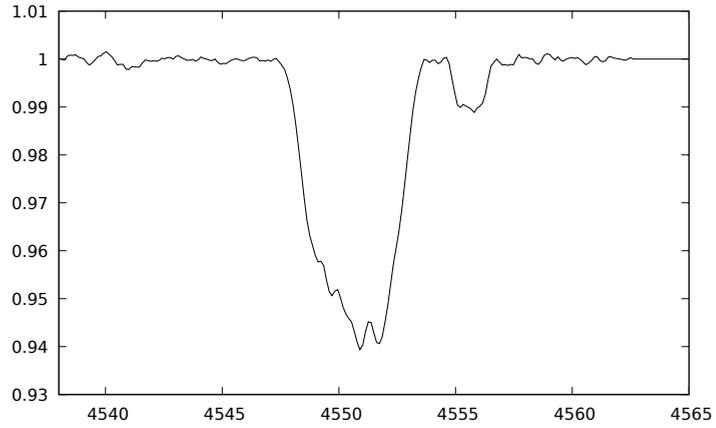


Figura 2.14: Espectro de una línea de Si III obtenido por el telescopio CFHT donde observamos tanto la absorción de la primaria como de la secundaria.

Cuadro 2.1: Descripción de algunos de los parámetros para el sistema binario Alpha Virginis Spica (Harrington, 2016)

Parámetros	Spica 2000 (NOT)	Spica 2008 (CFHT)
P	4.014597 días	4.014597 días
e	0,108	0,146
m_1	10,0	10,9
m_2	6,4	6,8
i	66°	$66,0^\circ$
ω	$233,0^\circ$	$255,0^\circ$
R_1	6,8	6,8

2.11. Matriz de Confusión

La matriz de confusión es una herramienta estadística utilizada en el área de inteligencia artificial principalmente aplicada en los algoritmos de clasificación que permite visualizar el desempeño obtenido al realizar un trabajo de clasificación. Una matriz de confusión, también llamada una matriz de error (Stehman, 1997), es una matriz $n \times n$ donde n es el número de clases. Esta matriz está compuesta por filas y columnas. Las filas representan la clasificación que se espera obtener, la cual esta basada en conocimientos previos del comportamiento de los datos. Las columnas representan la clasificación realizada por el algoritmo (Powers, 2011).

En una matriz de confusión podemos obtener los siguientes valores:

- Falsos positivos: Son aquellos elementos que fueron ubicados en la clasificación hecha por el algoritmo pero no se encuentra en la misma clase que la clasificación esperada.
- Falsos negativos: Son aquellos casos en donde un elemento no fue ubicado en una clase de la clasificación del algoritmo y sin embargo en la clasificación deseada sí se encontraba.
- Verdaderos positivos: son los casos que fueron clasificados correctamente, es decir, son los elementos que se encontraban en la misma clase de la clasificación deseada y la clasificación obtenida por el algoritmo.
- Verdaderos negativos: son los casos que no fueron ubicados en ninguna clase, tanto en la clasificación deseada como en la clasificación obtenida del algoritmo.

El desempeño del algoritmo al realizar cierta clasificación es obtenido de sumar el total de número de casos que dieron verdadero positivo y verdadero negativo y dividirlo por el número total de casos.

El método para construir una matriz de confusión consiste en comparar la clasificación realizada por el algoritmo y la clasificación deseada, se registra el número de elementos que fueron ubicados en la misma clase en ambas clasificaciones, y se presenta como una matriz de los porcentajes de coincidencias de los elementos clasificados.

2.12. Matriz de Correlación

La correlación estadística es un cálculo que permite saber la similitud, relación o dependencia que existe entre dos variables. La correlación de dos variables X y Y es $R_{X,Y}$ y se calcula de la siguiente manera:

$$\text{corr}(X, Y) = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{E[(X - \bar{X})(Y - \bar{Y})]}{\sigma_X \sigma_Y} \quad (2.21)$$

en donde n es la dimensión de las variables X y Y , E es la esperanza matemática, cov es la covarianza, \bar{X} y \bar{Y} son las medias aritméticas y σ_X y σ_Y la desviación estándar tanto de X como de Y .

La matriz de correlación de n variables $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ es una matriz $n \times n$, en donde a cada posición i, j de la matriz corresponde el valor de la correlación $\text{corr}(X_i, X_j)$. Esta matriz es simétrica, esto se debe a que la $\text{corr}(X_i, X_j) = \text{corr}(X_j, X_i)$ y los valores están entre -1 a 1 . Donde X_i y X_j están anticorrelacionados si $\text{corr}(X_i, X_j) = -1$, X_i y X_j son iguales si $\text{corr}(X_i, X_j) = 1$ y X_i y X_j no tienen relación para una correlación igual a cero.

Una matriz de correlación es muy útil ya que con ella podemos conocer la relación que existe en un conjunto de datos.

2.13. Skewness

Skewness es una medida estadística que nos indica la simetría de la distribución en una variable aleatoria. El valor de la simetría puede ser positivo, negativo o neutro. El valor de skewness es expresado de la siguiente manera:

$$\text{Skew}[X] = E \left[\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \right)^3 \right] = \frac{E[(X - \mu)^3]}{(E[(X - \mu)^2])^{3/2}} \quad (2.22)$$

Donde μ es la media, σ es la desviación estándar, E la esperanza estadística. Como referencia se toma una recta paralela al eje de las ordenadas que pasa por la media de la distribución. Se dice que una variable aleatoria es simétrica si posee el mismo número de valores tanto el lado izquierdo como el lado derecho de la media de la distribución, es decir, el mismo número de desviaciones estándar de signo positivo y de signo negativo. Decimos que existe una inclinación negativa cuando la “cola” es más larga del lado izquierdo de la distribución, a pesar que parece que la distribución se encuentra inclinada de lado derecho (Dean, 2017). Una inclinación positiva

sucede cuando la “cola” de lado derecho de la distribución es más larga y de manera semejante con la inclinación negativa, la distribución se encuentra inclinada a la izquierda (Dean, 2017).

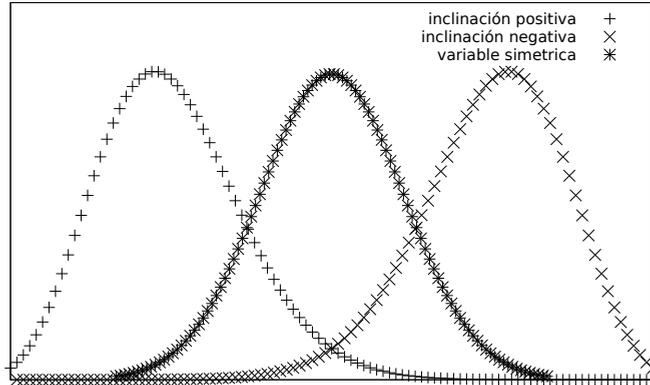


Figura 2.15: Skewness: Es un valor estadístico que nos permite saber la simetría de una variable, en el cual tendremos tres casos: inclinación positiva para un valor de skewness positiva, inclinación negativa para un valor de skewness negativa y variable simétrica para skewness con valor igual a cero.

2.14. Kurtosis

Kurtosis es una medida estadística que nos indica el comportamiento del pico y la cola en una distribución en una variable aleatoria. Este valor puede ser positivo, negativo o neutro. El valor de Kurtosis es calculado de la siguiente manera:

$$Kurt[X] = E \left[\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \right)^4 \right] = \frac{E[(X - \mu)^4]}{(E[(X - \mu)^2])^2} \quad (2.23)$$

Tomando como referencia una distribución normal, una variable X se puede comportar de estas tres posibles maneras, acorde al valor de kurtosis que tenga:

- **Leptocúrtica:** Una distribución es leptocúrtica cuando el valor de kurtosis es positivo, esto es, que la distribución presenta un pico más alto y colas más anchas.

- **Platicúrtica:** Una distribución es platicúrtica cuando el valor de kurtosis es negativo, esto es, que la distribución presenta un pico más corto y colas más estrechas.
- **Mesocúrtica:** Una distribución es mesocúrtica cuando el valor de kurtosis es neutro, esto es, que la distribución es igual a la distribución normal.

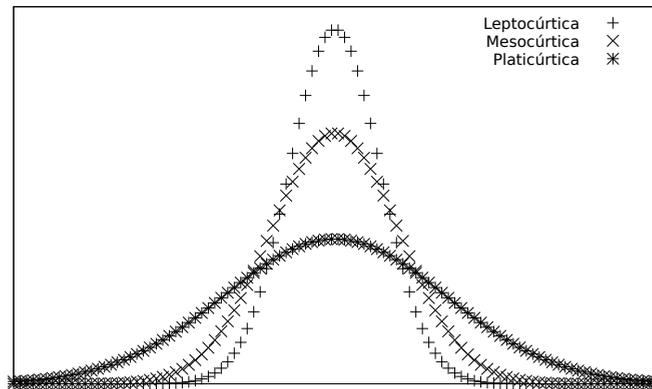


Figura 2.16: Kurtosis: es una medida estadística que nos indica el comportamiento del pico y la cola en una distribución en una variable aleatoria. Existen tres posibles valores que una distribución puede tener: Leptocúrtica para una kurtosis positiva, Platicúrtica para una kurtosis negativa y Mesocúrtica para una kurtosis neutra.

Metodología

Los métodos SOM y GNG que fueron descritos en el capítulo 2. Serán aquí aplicados para la caracterización de tres conjuntos de datos espectroscópicos, uno de los cuales se calculó con el modelo TIDES y los otros dos obtenidos de observaciones con telescopios. Los tres casos corresponden a la binaria Spica.

3.1. Metodología para la preparación de datos

3.1.1. Espectros calculados

El modelo computacional TIDES (Moreno (1999), Moreno (2005)) fue usado para calcular las perturbaciones en los radios de las estrellas en un sistema binario, ocasionadas por las fuerzas ejercidas entre estos dos cuerpos. Los parámetros usados en TIDES para SPICA corresponden a las observaciones con el NOT, en el año 2000 y se encuentran descritos en la tabla 2.1. Se calcularon 400 perfiles con separación entre cada perfil de 0.01 de día.

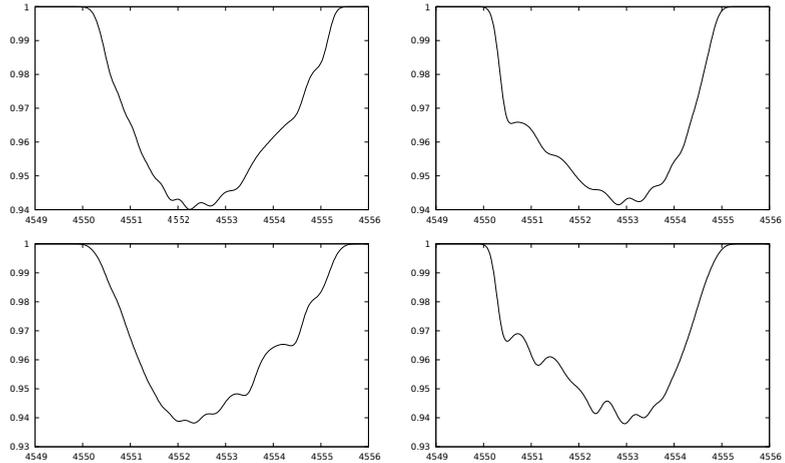


Figura 3.1: Una muestra de los espectros obtenidos por el cálculo de TIDES en donde se muestra un perfil por cada día del periodo orbital y se pueden observar variaciones en los perfiles. Teniendo en el eje de las abscisas la longitud de onda en Ångströms y en el eje de las ordenadas la intensidad.

Véase que los perfiles no poseen la absorción de la secundaria, esto es porque el cálculo de TIDES considera en sus cálculos el sistema binario, pero el perfil resultante de este cálculo solo muestra las perturbaciones en la estrella primaria. Estos perfiles fueron separados en cuatro grupos que corresponden a los cuatro días del periodo orbital del sistema binario (tabla 3.1).

Cuadro 3.1: Grupo de perfiles calculados en TIDES

Grupo	Fase Orbital	No. de archivo
1	0.0-0.25	1-100
2	0.25-0.5	101-200
3	0.5-0.75	201-300
4	0.75-1.0	301-400

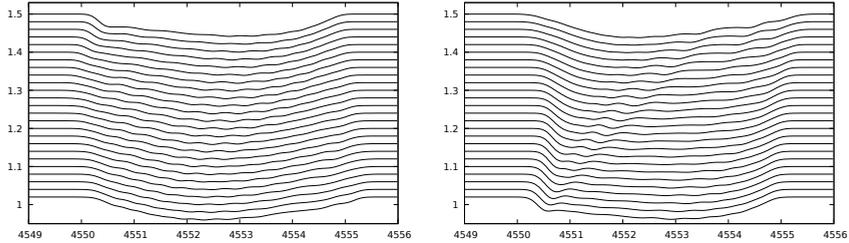


Figura 3.2: En la imagen de la izquierda se encuentran los espectros que pertenecen al grupo 1 y en la derecha los espectros que pertenecen al grupo 2. Los espectros están graficados cada cuatro perfiles y con un desplazamiento vertical de 0.015 entre ellos por claridad en la figura.

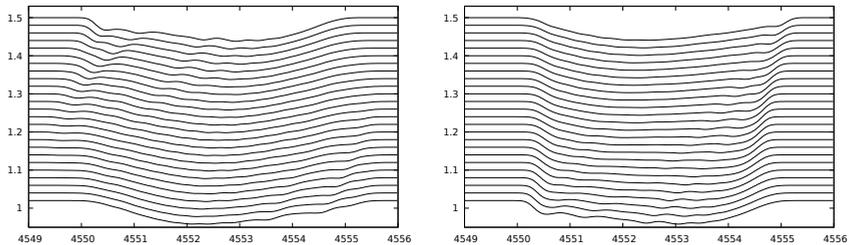


Figura 3.3: En la imagen de la izquierda se encuentran los espectros que pertenecen al grupo 3 y en la derecha los espectros que pertenecen al grupo 4. Los espectros están graficados cada cuatro perfiles y con un desplazamiento vertical de 0.015 entre ellos por claridad en la figura.

3.1.2. Espectros observados

Los espectros observados fueron obtenidos en diferentes tiempos de observación del sistema binario Spica. El primer grupo de espectros fue obtenido en el año 2000 por el telescopio óptico Nordico (*NOT*) y el segundo fue obtenido en el año 2008 por el telescopio Canadiense Frances Hawaiano (*CFHT*). A partir de este momento nos referiremos como *Perfiles espectrales NOT* a los perfiles obtenidos en el año 2000 y *Perfiles espectrales CFHT* a los perfiles obtenidos en el año 2008.

Perfiles espectrales NOT

Spica fue observado durante cuatro noches consecutivas del 19 al 22 de Abril del 2000 con el telescopio óptico nórdico (*NOT*) con un total de 577 espectros útiles adquiridos. Los resultados de estas observaciones se reportan en Harrington (2016). Estos espectros muestran fragmentos del continuo y la línea en absorción Si III 4550. Las unidades de intensidad son conteos. La forma de la distribución espectral se debe a la respuesta del espectrógrafo y el detector (fig 3.4). Estos perfiles se encontraban en diferentes intensidades y para poder realizar una comparación entre espectros era necesario normalizarlos. Sin embargo normalizar los espectros requiere de cuidado debido a las variaciones que tienen los espectros en el tiempo por el efecto Doppler. Para llevar a cabo esto, se desarrolló un software que permitiera al usuario especificar la ubicación de las absorciones y así generar un espectro con un valor constante a uno en las longitudes de onda correspondientes al continuo (fig 3.5).

Se desarrolló un software para normalizar los perfiles. Este software está escrito en Java y recibe como entrada los espectros de una lista los cuales son desplegados en una pantalla y el usuario especifica la ubicación de las absorciones. Se genera un nuevo espectro en el cual las absorciones ubicadas por el usuario son sustituidas por valores de conteos interpolados con los valores del continuo adyacente y en las demás longitudes de onda se realiza un filtrado de promedios. Este nuevo espectro divide al espectro original para obtener un espectro normalizado.

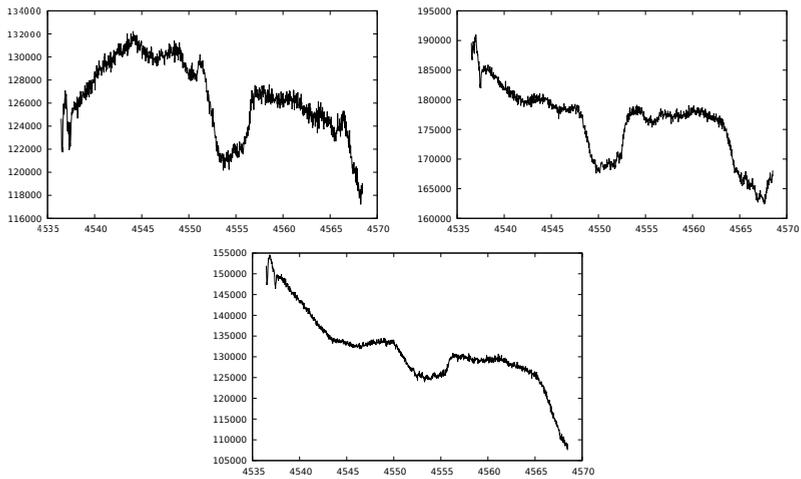


Figura 3.4: Espectros obtenidos con el telescopio óptico nórdico, en los cuales se pueden observar las variaciones entre las intensidades. La escala horizontal es la longitud de onda en Angstroms.

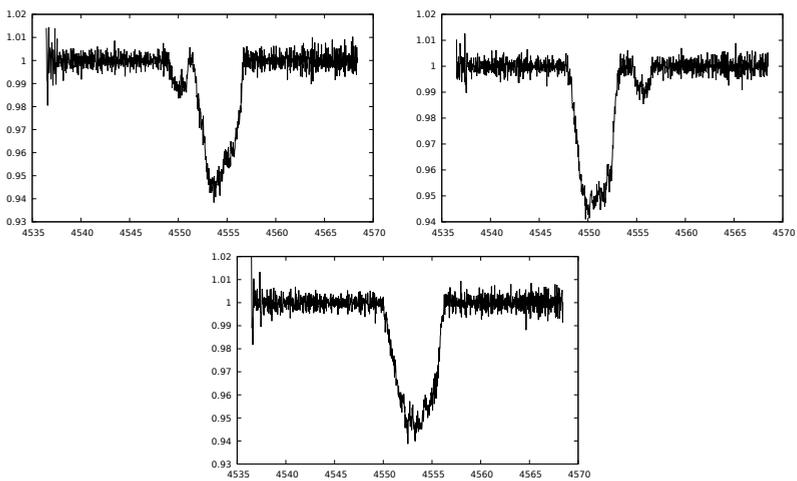


Figura 3.5: Los mismos espectros NOT normalizados.

Una vez normalizados los espectros originales, se contruyeron promedios de aproximadamente 5 espectros consecutivos para mejorar la relación señal a ruido obteniendo así un total de 114 espectros promediados. Las características de este conjunto de datos están descritas en la tabla 3.2, en donde a cada noche de observación le fue asignada un grupo (*columna 1*), la fase orbital correspondiente de cada grupo (*columna 2*), el día Juliano en el cual se realizaron las observaciones (*columna 3*), el número que identifica al espectro promediado (*columna 4*) y en la quinta columna nos especifica si los espectros corresponden a las fases orbitales de conjunción o elongación. Los perfiles fueron expresados en términos de velocidad radial, y tomando como marco de referencia la velocidad radial de la estrella primaria se obtuvo una absorción estática de la primaria.

Cuadro 3.2: Grupo de perfiles de Spica (2000)

Grupo	Fase Orbital	DJ-2451650	No. de archivo	Ref. del perfil
1	0.89-0.94	3.556-3.705	1-10	Elongación
2	0.09-0.18	4.359-4.719	11-41	Conjunción
3	0.34-0.43	5.356-5.670	42-78	Elongación
4	0.59-0.66	6.374-6.704	79-114	Conjunción

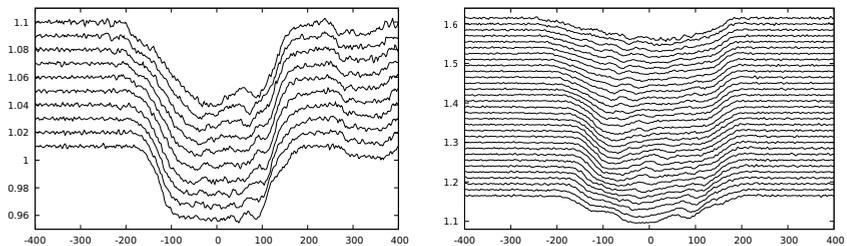


Figura 3.6: En la imagen de la izquierda se muestran los espectros que pertenecen al grupo 1 y en la derecha los espectros que pertenecen al grupo 2. Los espectros están graficados con un desplazamiento vertical de 0.015 entre ellos por claridad en la figura. La escala horizontal es velocidad en km/s.

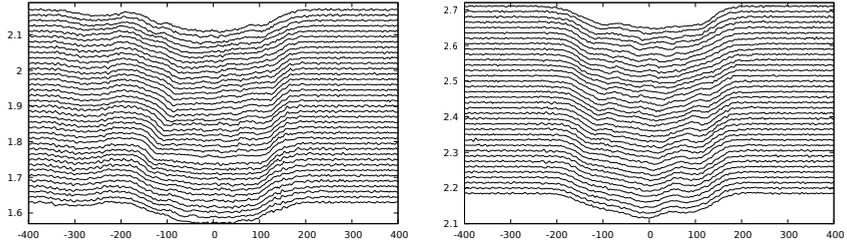


Figura 3.7: Igual que en la figura 3.6 pero aquí para los grupos 3 (izquierda) y 4 (derecha).

Perfiles espectrales CFHT

Spica fue observado las noches del 13 al 28 de Marzo del 2008 con el telescopio Canada Francia Hawaii con un total de 13 espectros útiles adquiridos. Los resultados de estas observaciones se encuentran reportados en Harrington (2009). Estos espectros muestran fragmentos del continuo y la línea en absorción Si III 4550. Las unidades de intensidad son conteos la forma de la distribución espectral se debe a la respuesta del espectrógrafo y el detector. De igual manera que con los perfiles NOT, los perfiles CFHT fueron normalizados para compararlos, se utilizó el mismo software y se siguieron los mismo pasos previamente descritos.

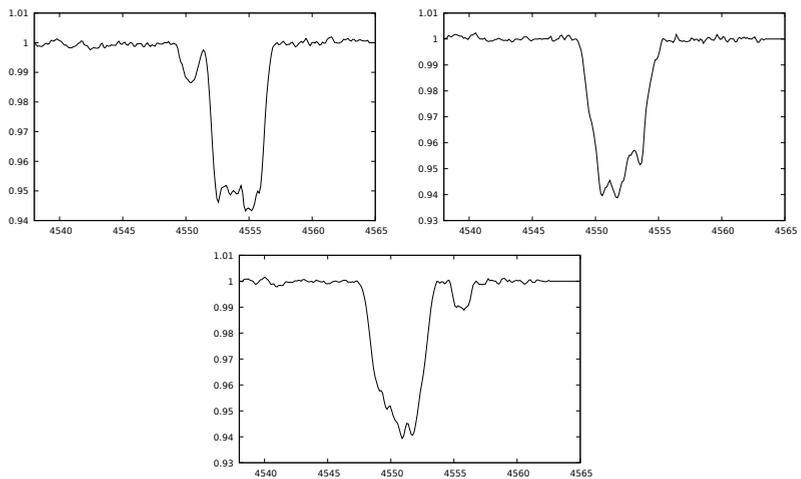


Figura 3.8: Espectros obtenidos con el telescopio Canada Francia Hawaii, en los cuales se pueden observar las variaciones entre el continuo así como el movimiento orbital m_1 y m_2 .

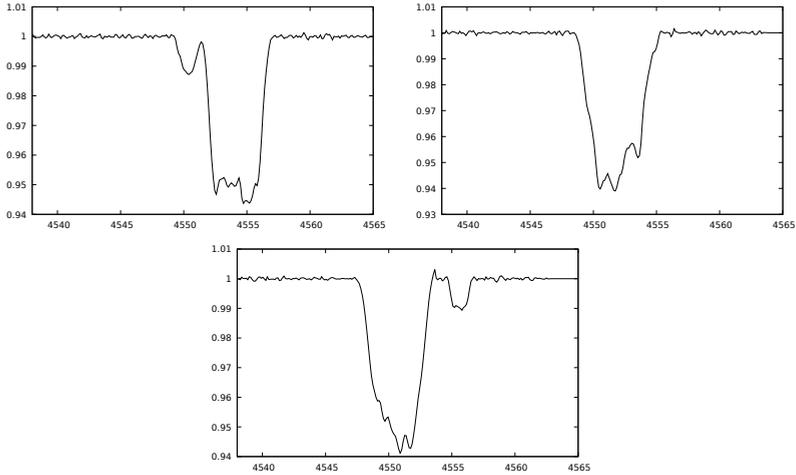


Figura 3.9: Los mismos espectros obtenidos con el telescopio Canada Francia Hawaii, normalizados. A diferencia de la figura 3.8 en estos perfiles las variaciones en el continuo son menores, es decir, la intensidad en el continuo se encuentran en valores muy cercanos a 1.

Cuadro 3.3: Grupo de perfiles de Spica (2008)

Fase Orbital	DJ-2454540	No. de archivo	Ref. del perfil
0.146	1.081	15	Elongación
0.376	2.002	16	Conjunción
0.632	3.030	17	Conjunción
0.086	4.853	19	Conjunción
0.378	6.024	20	Conjunción
0.667	7.184	21	Conjunción
0.877	8.031	22	Elongación
0.133	9.055	23	Elongación
0.392	10.098	24	Conjunción
0.645	11.113	25	Conjunción
0.841	11.898	26	Elongación
0.111	12.984	27	Conjunción
0.358	13.973	28	Elongación

La características de los perfiles CFHT está descrita en la tabla 3.3, en donde se muestra la fase orbital a la que corresponde el perfil (*Columna 1*), el día en que fue observado el perfil expresado en días Julianos (*Columna 2*), el número que identifica al espectro (*Columna 3*) y en la última columna nos

indica si la fase orbital corresponde a conjunción o elongación. Los perfiles fueron expresados en términos de velocidad radial, y tomando como marco de referencia la absorción de la estrella primaria se obtuvo una absorción estática de la primaria.

Los perfiles CFHT fueron agrupados acorde a su fase orbital en cuatro grupos.

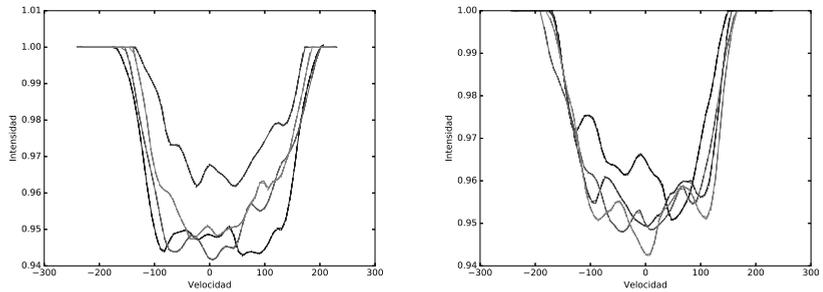


Figura 3.10: En la imagen de la izquierda se encuentran los espectros CFHT que pertenecen al rango de fases orbitales entre 0.086 al 0.146 y en la derecha los espectros que pertenecen al rango de fases orbitales entre 0.358 al 0.392.

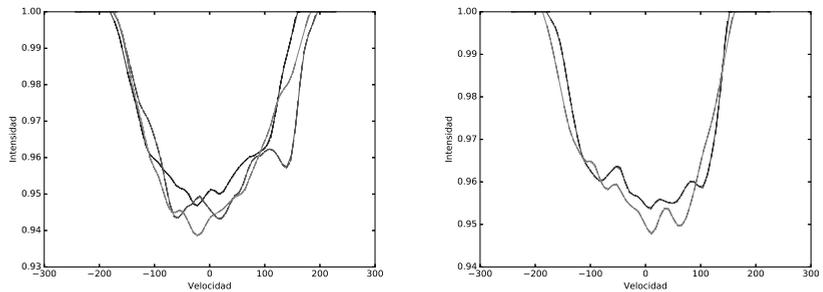


Figura 3.11: En la imagen de la izquierda se encuentran los espectros CFHT que pertenecen al rango de fases orbitales entre 0.632 al 0.667 y en la derecha los espectros que pertenecen al rango de fases orbitales entre 0.841 al 0.877.

3.1.3. Eliminación de la secundaria para análisis de perturbaciones en primaria

Los espectros NOT y CFHT poseen absorciones de ambas estrellas que, a diferencia de los calculados por TIDES, solo poseen la absorción de la estrella primaria. Debido a esto, para poder comparar estos conjuntos de espectros es necesario eliminar la absorción de la estrella secundaria de los espectros NOT y los espectros CFHT. Para ello, hay que saber la ubicación en longitud de onda (velocidad) de la absorción.

Velocidad Radial

Harrington (2016) midieron las velocidades radiales de Spica. El método consiste en medir el centroide de la absorción para cada una de las estrellas, y tomando una longitud de onda de laboratorio de SiIII, conocer el desplazamiento que hay entre esta longitud de onda y la longitud de onda del centroide y con la ecuación de Doppler(2.20) calcular la velocidad radial. Sin embargo no midieron todas las velocidades radiales de la estrella secundaria de los espectros en fase de conjunción, ya que no es siempre posible identificar la ubicación de la absorción de la estrella secundaria cuando esta se traslapa con la primaria. Para estos casos, se puede estimar su ubicación utilizando la ecuación 2.14. Para ello se utilizaron los parámetros descritos en la tabla 2.1. Las diferencias en los parámetros ω_{per} se deben a la precesión de la órbita. Además que de hay incertidumbre en e lo cuál explica la diferencia en estos valores.

Las velocidades radiales calculadas en Harrington (2016) y las velocidades calculadas con las ecuaciones de Kepler para los perfiles NOT son mostrados en las gráficas 3.12 y para los perfiles CFHT las velocidades son mostradas en las gráficas 3.13. Podemos observar que en las fases orbitales correspondientes a los perfiles en conjunción las velocidades no se encuentran totalmente calculadas en los datos obtenidos por Harrington (2016). Los velocidades calculadas son semejantes a las velocidades obtenidas por Harrington (2016) para Spica en los años 2000 y 2008.

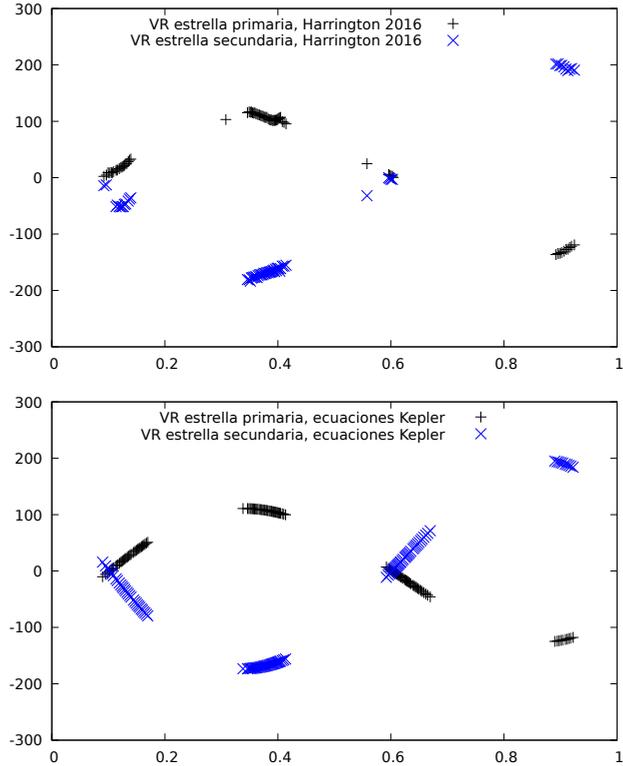


Figura 3.12: Velocidades radiales del sistema SPICA para los espectros NOT obtenidos del artículo Harrington (2016) (Izq). Los valores calculados haciendo uso de la ecuación 2.14. En negro las velocidades radiales de la estrella primaria y en azul las velocidades de la estrella secundaria. La escala horizontal es fase orbital en donde $\phi = 0$ corresponde al periastro. La escala vertical es la velocidad radial en km/s.

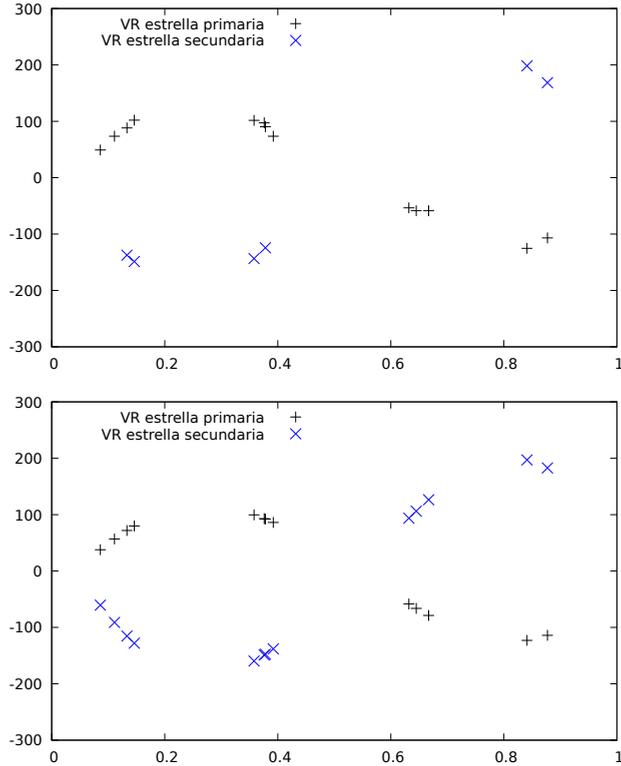


Figura 3.13: Al igual que en la imagen anterior (figura 3.12) solo que ahora con las velocidades radiales de los espectros CFHT.

Una vez obtenida la velocidad radial de la estrella secundaria, sabemos en donde se ubica en cada fase orbital. Ahora bien ¿Qué perfil de la secundaria usar para eliminarla del perfil combinado en todos los espectros? Para poder responder esto, observaremos el comportamiento de las absorciones de la secundaria en las fases en elongación, ya que en estos perfiles es posible observar de manera individual cada una de las absorciones.

Eliminación de la secundaria en los perfiles NOT

En los perfiles NOT existen dos grupos de espectros en fases de elongación (véase la tabla 3.2) y podemos observar que los espectros del grupo uno tienen la absorción de la secundaria a la derecha de la primaria y en los espectros del grupo tres el perfil de la secundaria se encuentra a la izquierda de la primaria. A causa de esta distinción en estos dos grupos, es necesario tratar de responder la siguiente pregunta: ¿Son semejantes los perfiles de la secundaria en el grupo uno y tres? Se promediaron los espectros de cada grupo, excluyendo la absorción de la primaria para así comparar solamente los perfiles promedios de la secundaria de cada grupo (fig. 3.14). Observamos que existe una diferencia significativa entre los perfiles de la secundaria del grupo uno y el grupo tres, por ello utilizaremos ambos promedios para la eliminación de la secundaria.

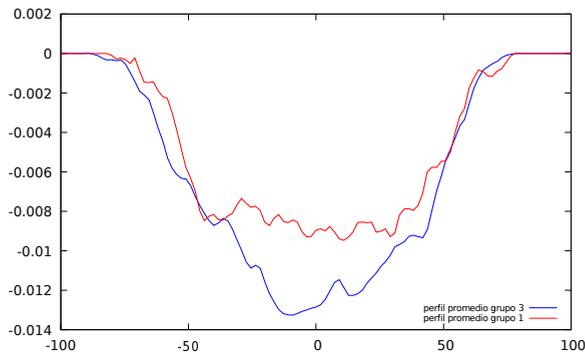


Figura 3.14: Comparación entre el perfil de la secundaria del bloque uno (perfil de color rojo) y el perfil de la secundaria del bloque tres (perfil de color azul).

El método para eliminar la secundaria consiste en utilizar un perfil de línea que represente el perfil de la secundaria y restarlo del espectro observado NOT. Para ello se definieron los siguientes posibles perfiles representativos: el promedio de los perfiles del grupo uno, el promedio de los perfiles del grupo tres y la combinación lineal del promedio del grupo uno y el promedio del grupo tres. La combinación lineal está descrita de la siguiente forma:

$$P_{representativo} = p1 * P_{promediodelgrupo1} + p3 * P_{promediodelgrupo3}, \quad (3.1)$$

donde p_1 y p_3 son pesos que indican la fracción que cada perfil promedio aporta en la combinación lineal. Cabe mencionar que la suma de p_1 y p_3 es uno. Para generar el perfil representativo por la combinación lineal de los perfiles promedios del grupo uno y tres es necesario determinar el peso que se le asignará a cada uno de ellos. Sabemos que el perfil de la primaria abarca desde -200 km/s a 200 km/s. La secundaria tiene un perfil cuyo semi-ancho es de 60 km/s por lo tanto si la velocidad radial de la secundaria es mayor que -260 km/s o menor que 260 km/s, entonces su perfil se traslapa con la primaria. Haciendo uso de esto podemos calcular los pesos usando las ecuaciones 3.2 y 3.3.

$$p_1 = \frac{B - V_{r2}}{B - A} \quad (3.2)$$

$$p_3 = 1 - p_1 \quad (3.3)$$

En dónde V_{r2} es la velocidad radial de la secundaria, B es la velocidad máxima que abarca la absorción de la primaria, A es la mínima velocidad que abarca la absorción de la primaria, es decir, $A = -200$ km/s y $B = 200$ km/s. Para restar el perfil representativo al espectro observado, es necesario determinar cuál utilizar. Para las fases en elongación (grupo 1 y grupo 3) se utilizaron los promedios de los perfiles de cada uno de estos grupos como perfil representativo y para las fases en conjunción (grupo 2 y grupo 4) se utilizó la combinación lineal de los perfiles representativos.

Eliminación de la secundaria en los perfiles CFHT

De todos los espectros obtenidos del CFHT, solo uno de ellos cuenta con absorciones lo suficientemente separadas como para tener un perfil claro de la secundaria, por ello mismo, se utilizó únicamente el perfil de la secundaria del espectro no. 26 para eliminar la secundaria de todos los espectros CFHT.

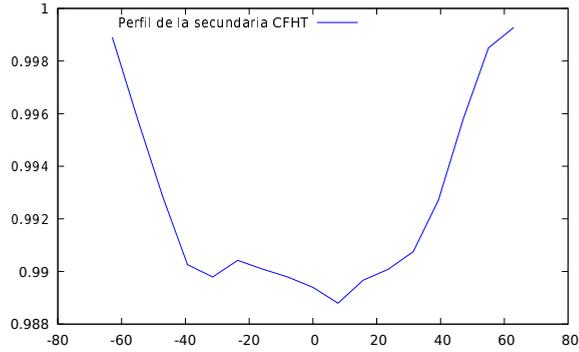


Figura 3.15: Perfil de la secundaria en perfiles espectrales CFHT que será utilizado para eliminar la absorción de la secundaria en todos los espectros CFHT.

El proceso de eliminación consiste en ubicar la absorción de la secundaria en los perfiles CFHT usando la velocidad radial de la secundaria y restarle el perfil de la secundaria del espectro no. 26.

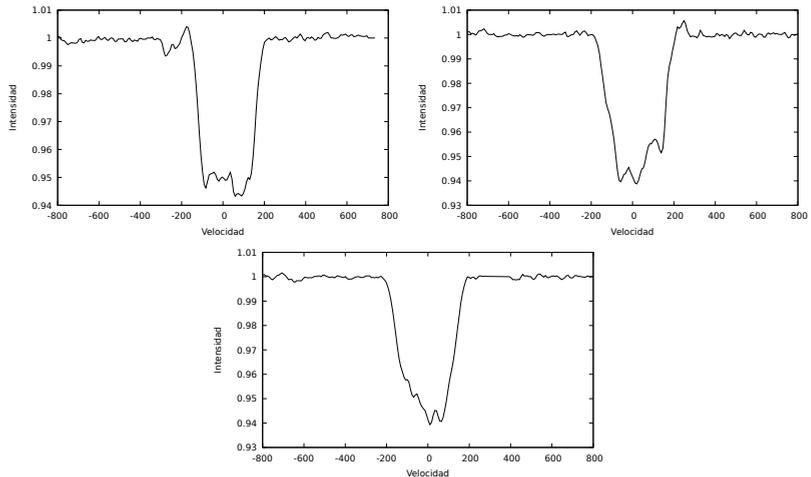


Figura 3.16: Los mismos perfiles de la figura 3.9 con la absorción de la estrella secundaria eliminada.

3.2. Metodología para el procesamiento de datos

3.2.1. Análisis de perfiles usando mapas neuronales

Los mapas neuronales permiten generar un espacio que caracteriza a un conjunto de datos y los agrupa con respecto a algún criterio de similitud. Estos mapas fueron usados con el fin de encontrar patrones entre los siguientes grupos de perfiles:

- a Los perfiles espectrales NOT.
- b Los perfiles espectrales TIDES.
- c Los perfiles espectrales NOT y TIDES.
- d Los perfiles espectrales NOT y CFHT.

Debido a la pequeña cantidad de perfiles espectrales CFHT, éstos no son considerados para un análisis aislado, es decir, no se usarán los perfiles CFHT.

El procedimiento utilizado en el SOM para el reconocimiento de patrones en los perfiles espectrales es similar al utilizado en el GNG. La diferencia radica en el entrenamiento de cada uno de ellos. El procedimiento es el siguiente:

1. Se generan los patrones de entrenamiento y los patrones de prueba; El criterio para generar los patrones se encuentra definido para cada uno de los grupos en la sección 4.1.
2. Se entrena el mapa neuronal con los patrones de entrenamiento.
3. Una vez entrenado el mapa, son presentados los patrones de prueba y los patrones de entrenamiento.
4. Se registra la clasificación obtenida tanto para los patrones de entrenamiento como para los patrones de prueba.

Este proceso es realizado diez veces y con las clasificaciones obtenidas se genera la matriz de confusión para cada mapa neuronal. De esta manera conoceremos el desempeño que tiene cada uno de los mapas para llevar a cabo el reconocimiento de patrones.

3.2.2. Matriz de confusión

Una forma para determinar el desempeño de una red neuronal artificial es mediante el uso de matrices de confusión. En ella se describe de manera porcentual el desempeño al realizar una tarea. Para crear una matriz de confusión se requiere de dos clasificaciones, una de ellas es la clasificación obtenida del mapa neuronal y la otra es una clasificación que denotaremos como "clasificación esperada". Dado que las fuerzas de marea distorsionan a la estrella provocando deformación en los perfiles espectrales, se tiene como expectativa que estas deformaciones cambien como función del tiempo, es decir, que espectros con mismas fases orbitales sean semejantes. Entonces la clasificación esperada no es más que los perfiles espectrales agrupados acorde a su fase orbital.

A continuación describiremos el procedimiento que se llevó a cabo para generar la matriz de confusión que describa el comportamiento de cada mapa neuronal. El proceso llevado a cabo es el mismo para ambos mapas neuronales. Ordenaremos cada una de las clasificaciones obtenidas en la sección 3.2.1 de acuerdo a su fase orbital en un periodo comenzando con el periastro. Ésto para poder comparar los resultados obtenidos en cada una de las clasificaciones. Construiremos las matrices de confusión para cada una de las diez veces que se hizo el proceso descrito en la sección 3.2.1 (la construcción de la matriz de confusión se encuentra descrita en la sección 2.12), en donde la clasificación obtenida del mapa neuronal será la clasificación obtenida de los patrones de prueba y la clasificación deseada será la clasificación obtenida por los patrones de entrenamiento. Una vez obtenidas las diez matrices de confusión, promediaremos los porcentajes y de esta manera tendremos una única matriz de confusión que describa el desempeño para cada mapa neuronal.

4.1. Análisis de perfiles espectrales usando mapas neuronales

4.1.1. Análisis de perfiles usando SOM

Los parámetros utilizados en el SOM para los perfiles espectrales son (Véase en la sección 2.2): $t_{max} = 100$, $n = 16$, $\epsilon_i = 8$, $\epsilon_f = 0,5$, $\alpha_i = 0,3$ y $\alpha_f = 0,1$.

Donde t_{max} es el máximo número de iteraciones que tendrá el SOM para su entrenamiento, n es la cantidad de nodos que posee el SOM, ϵ_i y ϵ_f son el rango de aprendizaje, se eligieron estos valores porque debido a la estructura de anillo del SOM al comenzar el aprendizaje del mapa con un rango de 8 unidades podemos cubrir el mapa e ir reduciendo el rango hasta solo contar con los vecinos cercanos y así asegurarnos de presentar toda la información en todo el mapa en etapas tempranas del entrenamiento. α_i y α_f son los factores de aprendizaje, escogimos valores pequeños porque así cada que se presenta un nuevo espectro, la red no modifica los pesos del mapa tan rápido.

a) Perfiles espectrales NOT

De los 114 perfiles observados obtenidos, fueron seleccionados de manera aleatoria 80 perfiles. Estos fueron usados como patrones de entrenamiento y los perfiles restantes fueron usados como patrones de prueba. El proceso empleado en los mapas neuronales está descrito en la sección 3.2.1.

La matriz de confusión mostrada en el cuadro 4.1, es el resultado de promediar todas las matrices de confusión obtenidas de los resultados del mapa SOM aplicado a los espectros NOT (proceso descrito en la sección 3.2.2). En esta matriz se obtuvo un 94,68% de espectros NOT ubicados de manera correcta, es decir, que los espectros fueron agrupados acorde a su fase orbital o fases orbitales cercanas. Este porcentaje se obtiene al promediar los valores encontrados de la diagonal de la matriz, ya que en la

diagonal se encuentran los espectros que fueron ubicados en el mismo nodo tanto en la clasificación deseada como en la clasificación obtenida del SOM. Existen espectros que no fueron ubicados en los nodos que se esperaban, pero estos fueron ubicados en los nodos que corresponden a los espectros con una fase orbital opuesta a la que estos espectros pertenecen. Esto es justificable por el motivo mostrado en la figura 2.11. Es decir, hay cierto grado de simetría en las deformaciones de la estrella perturbada por fuerzas de marea.

Cuadro 4.1: Matriz de confusión obtenida de haber entrenado el SOM con perfiles NOT y presentado los perfiles NOT para su clasificación.

16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,0	0	0
13	0	0,06	0	0	0	0	0,1	0	0	0	0	0	0,84	0	0	0
12	0,09	0	0	0	0	0	0	0,09	0	0	0	0,82	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0,11	0	0	0	0	0	0	0,89	0	0	0	0
10	0	0	0,1	0,2	0	0	0	0	0	0,94	0	0	0	0	0	0,3
9	0	0	0	0	0	0	0	0	1,0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	1,0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	1,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0,94	0	0	0	0	0	0,4	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0,96	0	0	0	0	0	0	0	0,3	0,1	0	0
4	0	0	0	1,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	1,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0,82	0	0	0	0	0	0	0	0	0,18	0	0	0	0	0
1	0,94	0	0	0	0	0	0	0	0,01	0,05	0	0	0	0	0	0
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

Los espectros ubicados en un mismo nodo, poseen una similitud tanto en las alas del perfil como en el núcleo. Esto se debe a que las fases orbitales los espectros ubicados en un mismo nodo se encuentran dentro de un mismo rango o se encuentran en una fase orbital opuesta. Esto se puede apreciar en la figura 4.1 en donde se muestran los espectros ubicados en algunos de los nodos del mapa SOM.

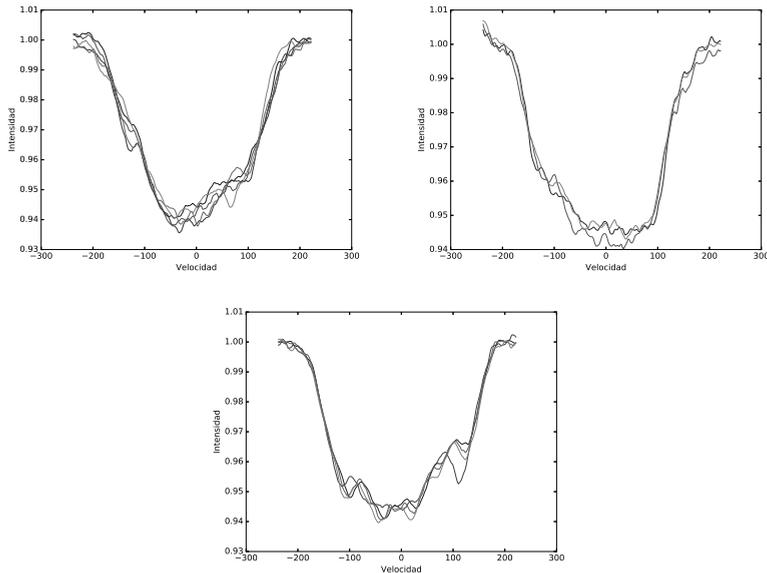


Figura 4.1: En estas figuras se muestran los perfiles espectrales NOT que fueron ubicados en alguno de los nodos del mapa neuronal SOM.

b) Perfiles espectrales TIDES

De los 400 perfiles calculados obtenidos, fueron seleccionados de manera aleatoria 300 perfiles. Estos fueron usados como patrones de entrenamiento y los perfiles restantes fueron usados como patrones de prueba. El proceso empleado en los mapas neuronales esta descrito en la sección 3.2.1.

La matriz de confusión (cuadro 4.2) obtenida promediando las matrices de confusión obtenidas previamente (proceso descrito en la sección 3.2.2) nos indica que en promedio un 90,75 % de los perfiles TIDES fueron ubicados de manera correcta. Este valor es el resultado de promediar los valores de la diagonal de la matriz. De igual manera que sucedió con los espectros NOT, los espectros TIDES que no fueron ubicados de manera esperada, fueron ubicados con los espectros con fase orbital opuesta. Esto también es justificable como en el caso de los espectros NOT.

Cuadro 4.2: Matriz de confusión obtenida de haber entrenado el SOM con perfiles TIDES y presentado los perfiles TIDES para su clasificación.

16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0,13	0	0	0	0	0	0,87	0	0	0	0
12	0,11	0	0	0,01	0	0	0	0	0	0	0,88	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0,01	0	0	0,99	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	1,0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0,03	0	0,96	0,01	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	1,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	1,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0,01	0	0	0	0,94	0	0	0	0	0	0,03	0,02	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0,74	0,1	0	0	0	0,16	0	0	0	0	0	0
4	0,25	0	0	0,65	0,1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0,76	0	0	0	0,4	0,1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	1,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0,73	0	0	0	0	0	0	0,07	0	0	0	0	0	0	0	0,2
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

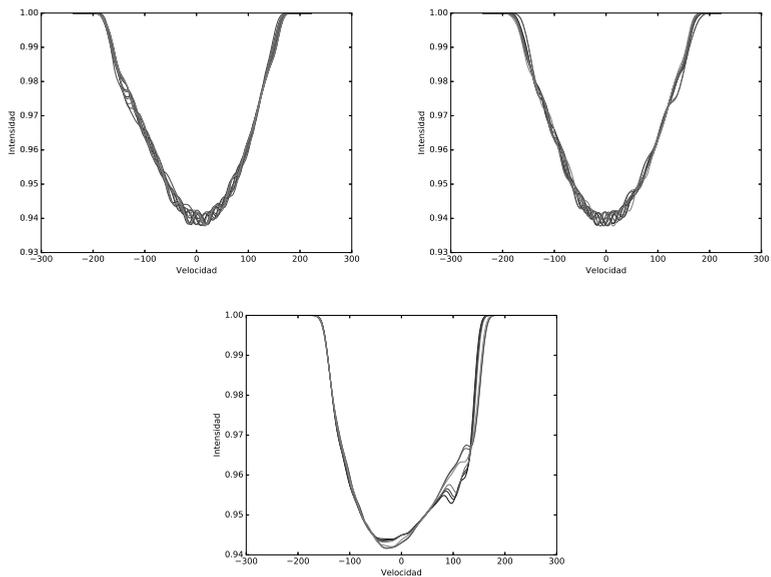


Figura 4.2: En estas figuras se muestran los perfiles espectrales TIDES que fueron ubicados en alguno de los nodos del mapa neuronal SOM.

Igual al caso de los perfiles NOT, los espectros ubicados en un mismo nodo poseen cierta similitud en las alas del espectro como en el núcleo. Esto se debe a que las fases orbitales de los espectros ubicados en un mismo nodo se encuentran dentro de un mismo rango o se encuentran en una fase orbital opuesta. Esto se puede apreciar en la figura 4.2 en donde muestran los espectros ubicados en algunos de los nodos del mapa SOM. Nótese la presencia de las pequeñas oscilaciones en los perfiles de los cuadros de la izquierda y central. Estas también están presentes en la figura 4.1 pero no se perciben con la misma nitidez debido a la peor razón de señal a ruido en los espectros observados.

c) Perfiles espectrales NOT y TIDES

Los perfiles espectrales TIDES fueron utilizados para la fase de entrenamiento del mapa neuronal. Y los perfiles espectrales NOT fueron utilizados como conjunto de prueba. El proceso empleado en los mapas neuronales esta descrito en la sección 3.2.1.

El promedio de las matrices de confusión para el mapa SOM (cuadro 4.3) nos muestra que en promedio un 55,69 % de los perfiles NOT y TIDES fueron ubicados de manera correcta. A diferencia de los resultados obtenidos en los mapas SOM usando de manera aislada los perfiles NOT y los perfiles TIDES, los resultados obtenidos con este conjunto de espectros se encuentran cerca de la media. Nótese que en la matriz existen perfiles ubicados de manera correcta en nodos correspondientes a fases orbitales cercanas al Periastro y después de él. Entonces con esto en cuenta podemos decir que TIDES parece describir bien lo que ocurre en y después del Periastro. Posteriormente, hay otros efectos no incluidos en TIDES.

Cuadro 4.3: Matriz de confusión obtenida de haber entrenado el SOM con perfiles TIDES y presentado los perfiles NOT para su clasificación.

16	0	0	0	0,2	0	0	0	0	0,37	0	0	0	0	0	0	0,43
15	0	0	0	0,3	0,2	0	0	0	0,16	0,1	0	0	0	0	0,34	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0,6	0	0	0	0	0,18	0	0	0	0	0,22	0	0	0
7	0	0,2	0	0	0	0	0,28	0,2	0	0	0,1	0,22	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0,67	0	0	0	0	0	0	0,33	0	0	0
5	0	0	0	0	0,9	0	0	0	0	0	0,1	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0,5	0	0	0	0	0	0	0,5	0	0	0	0	0
3	0	0	0,42	0	0,1	0	0	0	0	0,1	0,38	0	0	0	0	0
2	0	0,33	0	0	0,2	0	0	0,1	0	0,23	0	0,1	0	0	0	0,04
1	0,19	0	0	0	0	0,2	0,1	0,16	0	0	0	0,24	0	0	0	0,11
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

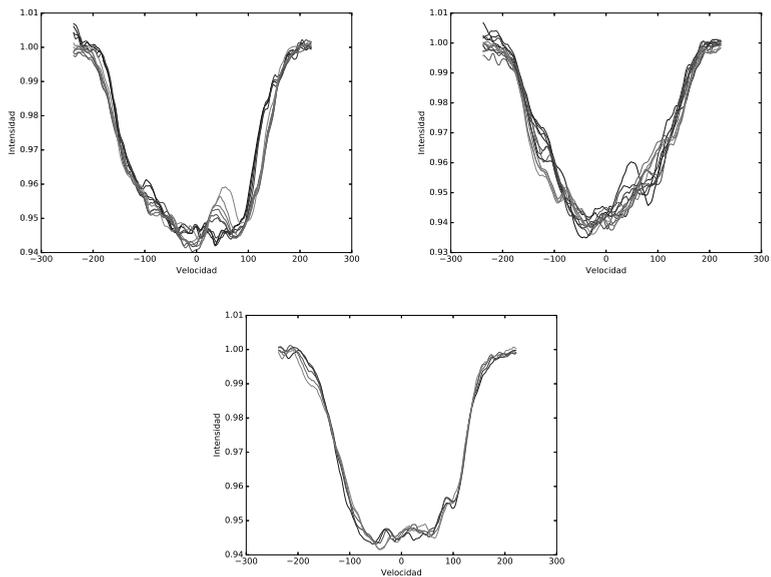


Figura 4.3: En estas figuras se muestran los perfiles espectrales NOT que fueron ubicados en alguno de los nodos del mapa neuronal SOM.

A pesar de que los resultados obtenidos con este conjunto de espectros es menor a los previos, los espectros ubicados en un mismo nodo, poseen cierta similitud en las alas del espectro. Esto se puede apreciar en la figura 4.3 en donde se muestran los espectros ubicados en alguno de los nodos del mapa SOM.

d) Perfiles espectrales NOT y CFHT

Los perfiles espectrales NOT fueron utilizados para la fase de entrenamiento del mapa neuronal. Y los perfiles espectrales CFHT fueron utilizados como conjunto de prueba. El proceso empleado en los mapas neuronales está descrito en la sección 3.2.1.

El promedio de las matrices de confusión para los perfiles de líneas espectrales CFHT se muestra en la tabla 4.4. Esta matriz nos indica que los perfiles fueron ubicados correctamente con un valor promedio de 39,5 %, es decir, que ese es el porcentaje de perfiles CFHT bien ubicados en un mapa neuronal entrenado con perfiles NOT.

Cuadro 4.4: Matriz de confusión obtenida de haber entrenado el SOM con perfiles NOT y presentado los perfiles CFHT para su clasificación.

16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0,33	0	0	0,66	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	1,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	1,0	0	0	0	0	0	0	0
8	0,5	0	0	0	0	0	0	0,5	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	1,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0,66	0	0	0,33	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,0	0	0
3	0	0	1,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

Este porcentaje es bajo comparado contra todos los resultados obtenidos hasta el momento. Debido a esto fue construido el cuadro 4.5. En este cuadro tenemos enumerados los nodos que componen el mapa neuronal SOM (columna 1), la clasificación obtenida al usar los perfiles NOT (que son el

conjunto de entrenamiento) como conjunto de prueba y los perfiles CFHT que son el conjunto de prueba. Esto con la finalidad de ver con mayor detalle las fases orbitales que están en cada nodo después de ser entrenado el SOM. Como podemos observar en la matriz de confusión 4.4 y en el cuadro 4.5, los perfiles que no fueron ubicados en la fase orbital que les correspondía en su mayoría fueron ubicados en los nodos de los perfiles de fase orbital opuesta.

Cuadro 4.5: Clasificación obtenida del SOM usando los perfiles NOT como entrenamiento y los perfiles CFHT como prueba. Mostrando unicamente la fase orbital correspondiente de los perfiles ubicados en cada uno de los nodos del mapa neuronal.

Nodo	NOT	CFHT
1	0.0951-0.1016 , 0.6055-0.6174	
2	0.1088 - 0.1285	
3	0.1043 - 0.1063, 0.1305 - 0.1399	0.146
4	0.1444-0.1536	0.667
5	0.1556-0.1696	0.376, 0.086, 0.111
6	0.3382-0.3606	0.841
7	0.3626-0.3669	
8	0.3691-0.3803	0.378, 0.877
9	0.3818-0.3890	0.358
10	0.3908-0.4015	0.133
11	0.5918 - 0.6037	
12	0.6197 - 0.6351	
13	0.6391-0.6526	
14	0.6551-0.6668	
15	0.8899 - 0.9180	0.632, 0.392, 0.645
16	0.9222-0.899, 0.4030-0.4137	

Alguno de los espectros ubicados en un mismo nodo, poseen cierta similitud como se puede apreciar en la figura 4.4 (izquierda y centro). Sin embargo, el cuadro derecho de la figura 4.4 muestra perfiles que difieren significativamente entre sí.

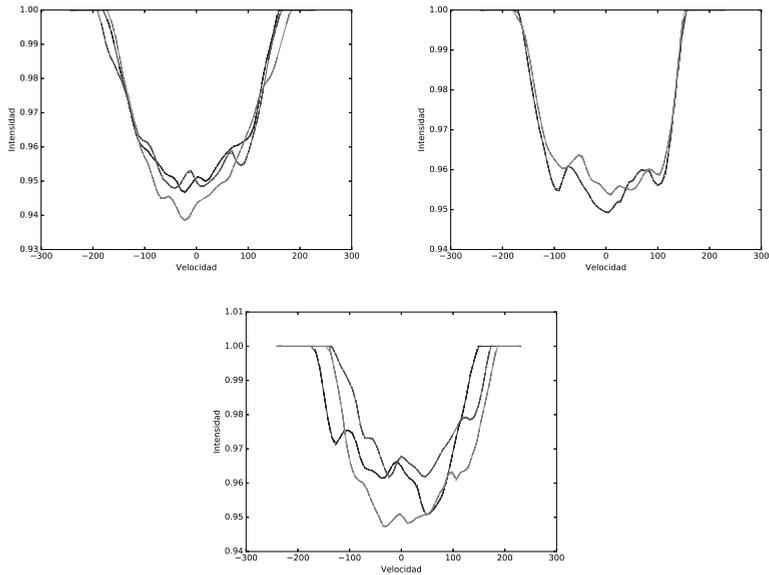


Figura 4.4: En estas figuras se muestran los perfiles espectrales CFHT que fueron ubicados en alguno de los nodos del mapa neuronal SOM.

4.1.2. Análisis de perfiles usando GNG

Los parámetros utilizados en el GNG para los perfiles espectrales son (Véase en la sección 2.3): $n = 16$, $a_{max} = 50$, $\epsilon_b = 0,2$, $\epsilon_n = 0,1$, $\lambda = 100$, $\delta = 0,8$ y $\alpha = 0,8$.

La descripción de los parámetros se encuentra en la sección 2.3. Y el motivo por el cuál se escogieron de tal manera los valores de ϵ_b , ϵ_n , δ y α es porque de esta manera el mapa aprende solo una pequeña fracción de los perfiles permitiendo así caracterizar más perfiles.

a) Perfiles espectrales NOT

De los 114 perfiles observados obtenidos, fueron seleccionados de manera aleatoria 80 perfiles. Estos fueron usados como patrones de entrenamiento y los perfiles restantes fueron usados como patrones de prueba. El proceso empleado en los mapas neuronales está descrito en la sección 3.2.1.

El promedio de las matrices de confusión (tabla 4.6) nos indica que

en promedio un 97,59% de los perfiles NOT fueron ubicados de manera correcta. El resultado obtenido en el mapa GNG es mejor en comparación al obtenido por el SOM. De manera similar al SOM en el mapa GNG los pocos perfiles que no fueron ubicados de manera correcta fueron ubicados con los perfiles con fase orbital opuesta y con los perfiles con fases orbitales cercanas. El GNG utilizó únicamente 15 nodos para llevar a cabo la clasificación de los perfiles espectrales NOT.

Cuadro 4.6: Matriz de confusión obtenida de haber entrenado el GNG con perfiles NOT y presentado los perfiles NOT para su clasificación.

16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0	
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,0	0	
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,0	0	0	
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,2	0	0,78	0	0,02	
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,91	0,09	0	0	
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,0	0	0	0	0	
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,0	0	0	0	0	0	
9	0	0	0	0	0	0	0	0	1,0	0	0	0	0	0	0	
8	0	0	0	0	0	0	0	1,0	0	0	0	0	0	0	0	
7	0	0	0	0	0	0	1,0	0	0	0	0	0	0	0	0	
6	0	0	0	0	0	1,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
5	0	0	0	0	1,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
4	0	0	0	1,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
3	0	0	1,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
2	0	1,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
1	0,95	0	0	0	0	0	0,05	0	0	0	0	0	0	0	0	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

En la figura 4.5 podemos observar los perfiles que fueron ubicados en algunos nodos del GNG. En ellos se ve que los perfiles son muy parecidos entre sí, tanto en las alas como en el núcleo del perfil. Esto corrobora el porcentaje obtenido en la matriz de confusión.

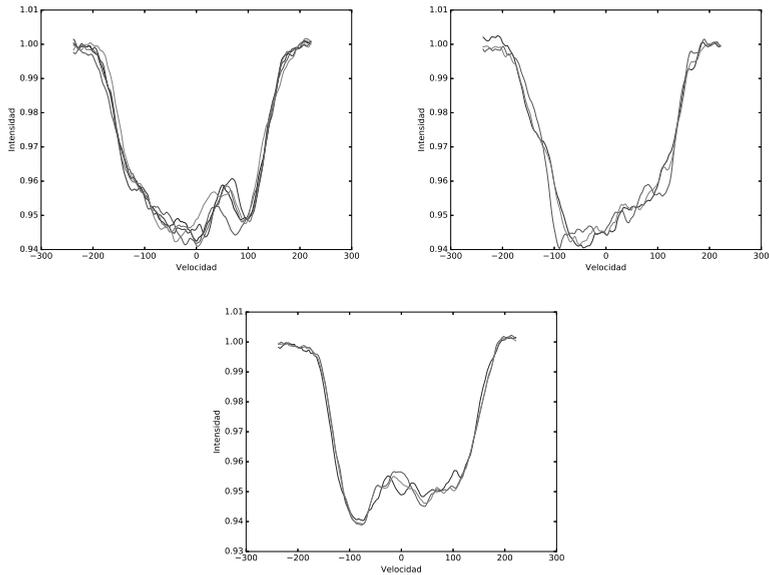


Figura 4.5: En estas figuras se muestran los perfiles espectrales NOT que fueron ubicados en alguno de los nodos del mapa neuronal GNG.

b) Perfiles espectrales TIDES

De los 400 perfiles calculados obtenidos, fueron seleccionados de manera aleatoria 300 perfiles. Estos fueron usados como patrones de entrenamiento y los perfiles restantes fueron usados como patrones de prueba. El proceso empleado en los mapas neuronales está descrito en la sección 3.2.1.

El promedio de las matrices de confusión para el mapa GNG (cuadro 4.7) nos muestra que en promedio un 68,25% de los perfiles TIDES fueron ubicados de manera correcta. Se obtuvieron mejores resultados con el SOM que el obtenido por el mapa GNG con los espectros TIDES. A diferencia de la matriz de confusión del SOM, este mapa nos muestra que existe una mayor cantidad de espectros que fueron ubicados en nodos correspondientes a fases orbitales opuestas. Esto es justificable por las razones ya explicadas en la sección 2.8 que nos explica que hay cierto grado de simetría en las deformaciones de la estrella perturbada por fuerzas de marea. Por los resultados sabemos que al menos el GNG necesita 16 nodos para llevar a cabo la clasificación de los perfiles TIDES.

Cuadro 4.7: Matriz de confusión obtenida de haber entrenado el GNG con perfiles TIDES y presentado los perfiles TIDES para su clasificación.

16	0,2	0,1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,7
15	0	0	0	0	0	0	0,1	0	0	0	0	0	0	0	0,83	0,07
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,13	0	0,87	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0,15	0	0,2	0,65	0	0	0	0
12	0	0	0,04	0	0	0	0	0	0	0,1	0,76	0,1	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0,07	0	0	0,1	0	0	0,83	0	0	0	0	0
10	0	0,25	0	0	0	0	0	0	0	0,65	0	0	0,1	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0,77	0,23	0	0	0	0	0	0
8	0,3	0	0	0	0	0	0	0,5	0	0	0	0	0	0	0	0,2
7	0	0	0	0,1	0,1	0	0,72	0	0	0,08	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0,62	0	0	0	0	0	0,38	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0,53	0	0	0	0	0	0,3	0,2	0	0	0	0,07
4	0	0	0	0,63	0	0,2	0,17	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0,53	0	0	0	0	0	0,2	0,27	0	0	0	0	0	0
2	0	0,73	0	0	0	0	0	0	0	0	0,1	0	0	0	0	0,17
1	0,6	0	0	0	0	0	0	0,2	0,2	0	0	0	0	0	0	0
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

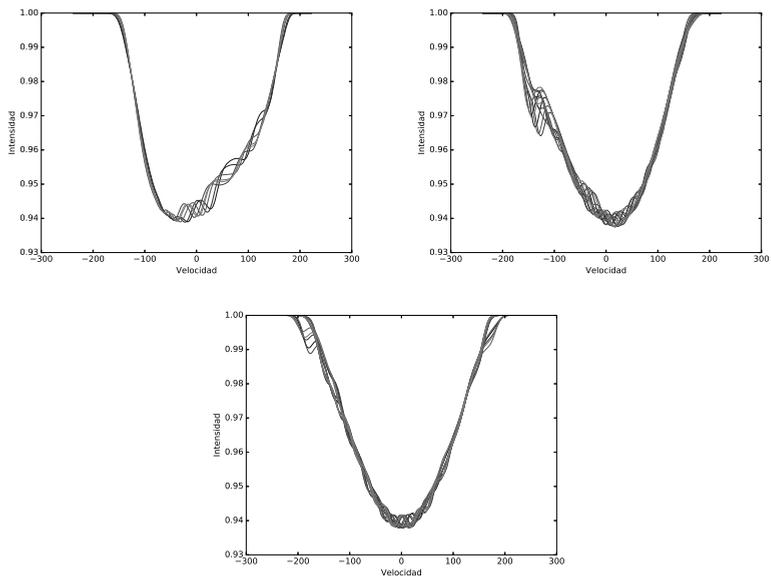


Figura 4.6: En estas figuras se muestran los perfiles espectrales TIDES que fueron ubicados en alguno de los nodos del mapa neuronal GNG.

De manera análoga a la figura 4.5 muestra los perfiles TIDES que fueron ubicados en algunos nodos del GNG, son muy similares tanto en las alas como en el núcleo del perfil. El motivo porque el cual los perfiles son semejantes se encuentra descrito en la sección 2.8.

c) Perfiles espectrales NOT y TIDES

Los perfiles espectrales TIDES fueron utilizados para la fase de entrenamiento del mapa neuronal. Y los perfiles espectrales NOT fueron utilizados como conjunto de prueba. El proceso empleado en los mapas neuronales está descrito en la sección 3.2.1.

El promedio de las matrices de confusión para el mapa GNG (4.8) nos muestra que en promedio un 78,49 % de los perfiles NOT fueron ubicados de manera correcta. En comparación a los resultados obtenidos por el SOM, el GNG se desempeñó de una mejor forma. De igual manera que en los anteriores resultados, existen perfiles que no se ubicaron de manera esperada, estos se encuentran en fases orbitales opuestas. Al igual que los resultados obtenidos usando unicamente los perfiles TIDES, GNG necesita al menos 16 nodos para llevar a cabo la clasificación de los perfiles NOT usando como aprendizaje los perfiles TIDES.

Cuadro 4.8: Matriz de confusión obtenida de haber entrenado el GNG con perfiles TIDES y presentado los perfiles NOT para su clasificación.

16	0	0	0,3	0	0	0	0	0	0,11	0	0	0	0	0	0	0,59
15	0	0	0	0	0,08	0,12	0	0	0	0	0	0	0	0	0,8	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0,2	0,1	0	0	0	0	0,57	0	0	0	0	0	0,13	0
8	0	0	0	0	0	0	0	1,0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0,2	0	0	0	0	0	0,75	0	0	0	0	0	0	0,15	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	1,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	1,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0,57	0	0	0	0	0	0	0,1	0,1	0,2	0,03	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

En la figura 4.7 podemos observar los perfiles que fueron ubicados en algunos nodos del GNG. En comparación a resultados anteriores, los perfiles

mostrados en la figura 4.7 presentan unicamente semejanzas en las alas.

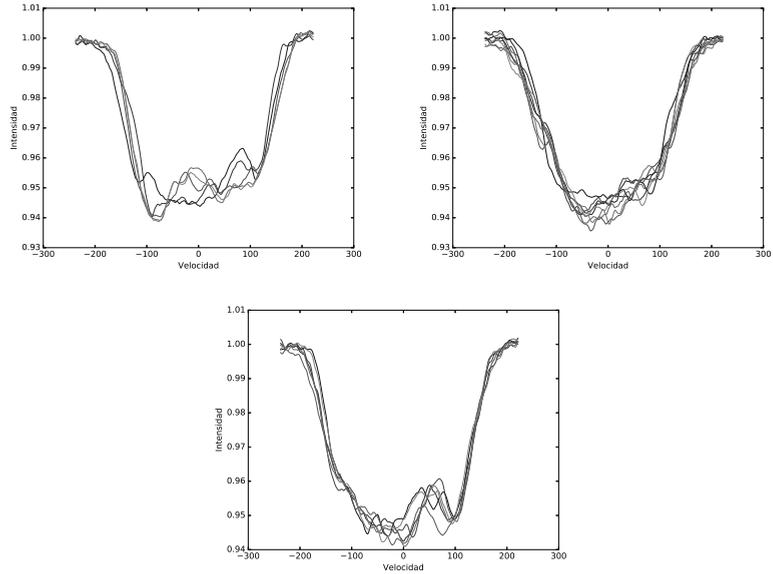


Figura 4.7: En estas figuras se muestran los perfiles espectrales NOT que fueron ubicados en alguno de los nodos del mapa neuronal GNG.

d) Perfiles espectrales NOT y CFHT

Los perfiles espectrales NOT fueron utilizados para la fase de entrenamiento del mapa neuronal. Y los perfiles espectrales CFHT fueron utilizados como conjunto de prueba. El proceso empleado en los mapas neuronales esta descrito en la sección 3.2.1.

El promedio de las matrices de confusión para los perfiles de líneas espectrales CFHT se muestra en la tabla 4.9. Esta matriz nos indica que los perfiles fueron ubicados correctamente con un valor promedio de 42,7%, es decir, que ese es el porcentaje de perfiles CFHT bien ubicados en una mapa neuronal entrenado con perfiles NOT. De igual manera con los resultados obtenidos usando unicamente los perfiles NOT, el GNG solo utilizó 15 nodos para llevar a cabo la clasificación.

Cuadro 4.9: Matriz de confusión obtenida de haber entrenado el GNG con perfiles NOT y presentado los perfiles CFHT para su clasificación.

16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	1,0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0,33	0	0	0	0	0,33	0	0	0	0	0,33	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0,66	0	0	0,34	0	0	0	0	0	0	0	0
4	1,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,0	0
2	0	1,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0	0,5	0	0	0	0	0	0
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

De igual manera a los resultados obtenidos en el SOM, obtenemos un porcentaje bajo. Por ello, también se contruyó el cuadro (4.10). En este cuadro tenemos enumerados los nodos que componen el mapa neuronal SOM (columna 1), la clasificación obtenida al usar los perfiles NOT (que son el conjunto de entrenamiento) como conjunto de prueba y los perfiles CFHT que son el conjunto de prueba. Esto con la finalidad de ver con mayor detalle las fases orbitales que estan en cada nodo después de ser entrenado el GNG. Como podemos observar en la matriz de confusión 4.4 y en el cuadro 4.5, algunos de los perfiles que no fueron ubicados en la fase orbital que les

correspondía fueron ubicados en los nodos de los perfiles de fase orbital opuesta.

Cuadro 4.10: Clasificación obtenida del GNG usando a los perfiles NOT como entrenamiento y los perfiles CFHT como prueba. Mostrando unicamente la fase orbital correspondiente de los perfiles ubicados en cada uno de los nodos del mapa neuronal.

Nodo	NOT	CFHT
1	0.89-0.94, 0.34, 0.38, 0.403,0.404	0.632, 0.392
2	0.104 - 0.14	0.146
3	0.144-0.1516	0.667
4	0.1536 - 0.16	0.877,0.841
5	0.162 -0.17	0.376, 0.086, 0.111
6	0.089, 0.35 -0.352, 0.358, 0.362 - 0.366, 0.407-0.413	
7	0.354, 0.356, 0.362, 0.369-0.373, 0.591 - 0.607, 0.6102, 0.611	
8	0.376-0.386, 0.401	0.378, 0.133, 0.645
9	0.0951 - 0.1016, 0.388 - 0.4	0.358
10	0.608, 0.613 - 0.626	
11	0.628 - 0.635	
12	0.639	
13	0.641 - 0.652	
14	0.655	
15	0.658 - 0.67	
16		

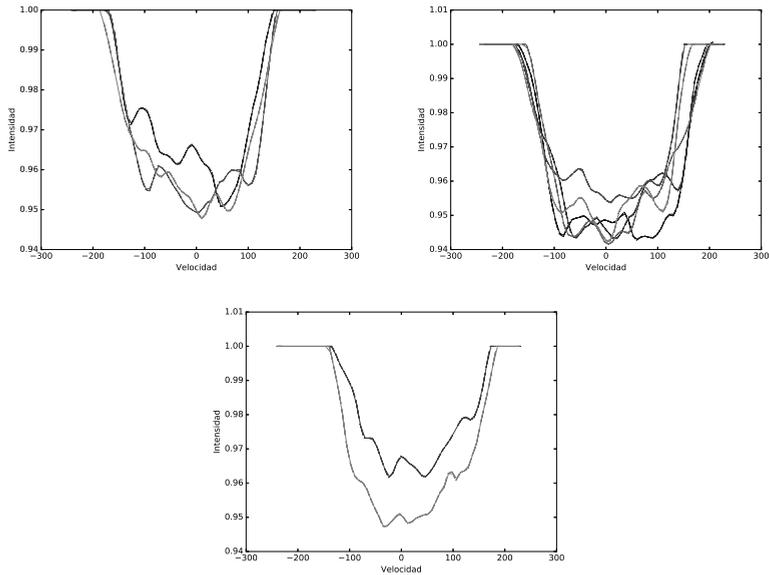


Figura 4.8: En estas figuras se muestran los perfiles espectrales CFHT que fueron ubicados en alguno de los nodos del mapa neuronal GNG.

En la figura 4.8 podemos observar que no hay similitudes en los núcleos y que al menos las figuras de la izquierda y derecha presentan semejanzas en las alas. Es decir, los perfiles no se parecen al menos en estos resultados.

4.2. Matriz de Correlación

Una herramienta muy utilizada para el análisis de datos ha sido el cálculo de correlación, este cálculo estadístico permite conocer de manera cuantitativa la dependencia o la similitud que existe entre dos variables. Es por ello calculamos las matrices de correlación en los perfiles espectrales.

Se calcularon las matrices de correlación de los siguientes conjuntos de datos:

- Perfiles de líneas espectrales TIDES.
- Perfiles de líneas espectrales NOT.
- Perfiles de líneas espectrales NOT y TIDES.

Debido a la cantidad limitada de los perfiles de líneas espectrales CFHT, no se consideraron para este cálculo. La construcción de la matriz se encuentra descrita en la sección 2.12.

4.2.1. Perfiles espectrales TIDES

La matriz de correlación de los perfiles espectrales TIDES es mostrada en la figura 4.9. En ella podemos observar que existe una alta correlación entre los perfiles espectrales TIDES, con un valor mínimo de correlación de 0.88. A pesar de la alta similitud que existe entre estos perfiles, es posible hacer las siguientes observaciones:

1. Los perfiles cercanos a la diagonale de la matriz tienen una alta correlación, es decir, que los perfiles tienen cierta similitud con los perfiles con fases orbitales vecinas.
2. Los perfiles de número i están muy correlacionados con los perfiles $i + 200$, es decir, los perfiles con fases opuestas están muy correlacionados. Esto se explica en la sección 2.8.
3. Aproximadamente los primeros 75 perfiles tienen una alta correlación con aproximadamente los últimos 40 perfiles. Debido a que las fases orbitales de estos perfiles se encuentran después y antes del periastro respectivamente.

Los resultados obtenidos en los mapas neuronales concuerdan con los obtenidos con la matriz de correlación.

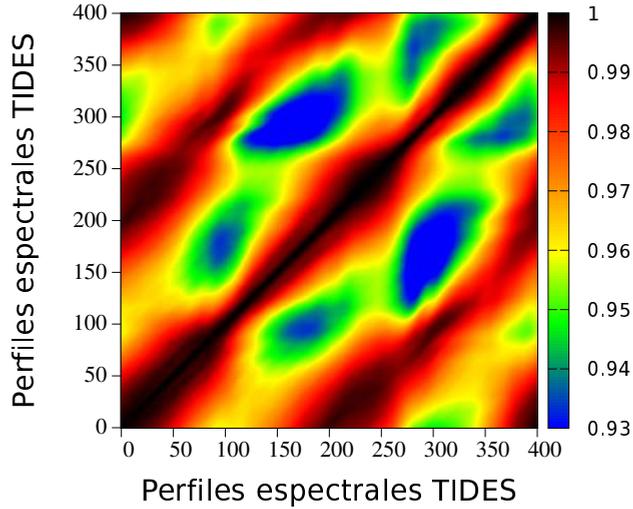


Figura 4.9: Matriz de correlación en perfiles TIDES.

4.2.2. Perfiles espectrales NOT

La matriz de correlación de los perfiles espectrales NOT es mostrada en la figura 4.10. Dado que los perfiles espectrales NOT fueron obtenidos unicamente por la noche, solo tenemos las observaciones correspondientes a ciertos rangos de fases orbitales, a diferencia de los perfiles calculados con TIDES que cubren 4 días las 24 horas al día. Por ello la matriz de correlación aparenta estar seccionada, es decir, que podemos observar la correlación que existe entre cada grupo de perfiles. Al igual que la alta correlación que tienen los perfiles TIDES, los perfiles NOT también tienen una gran correlación entre sí con un valor mínimo de 0.9. Las observaciones sobre la matriz de correlación se enlistan a continuación:

1. Los perfiles cercanos a la diagonal de la matriz tienen una alta correlación, es decir, que los perfiles tienen cierta similitud con los perfiles con fases orbitales vecinas.
2. Existe una alta correlación entre el bloque 3 y bloque 4, debido a que estos perfiles tienen sus fases orbitales muy cerca.

3. Los perfiles espectrales de los bloques 1 y 3 se encuentran muy correlacionados, esto es debido al fenómeno Meridiano sub-binario.

Los resultados obtenidos en los mapas neuronales concuerdan con las observaciones realizadas en esta matriz de correlación.

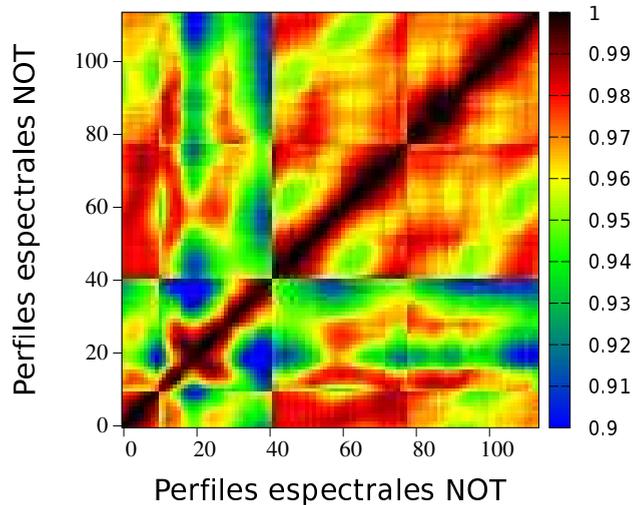


Figura 4.10: Matriz de correlación en perfiles NOT.

4.2.3. Perfiles espectrales NOT y TIDES

La matriz de correlación de los perfiles espectrales NOT y TIDES es mostrada en la figura 4.11. La correlación que existe entre estos dos conjuntos de perfiles también es muy alta, con un valor mínimo de correlación de 0.9. En esta matriz tendremos contenida las matrices anteriores, por lo que solo nos enfocaremos en las secciones correspondientes a la correlación entre los perfiles espectrales NOT y TIDES. Las observaciones de la correlación entre los perfiles espectrales NOT y TIDES fueron las siguientes:

1. El grupo 1 de los perfiles NOT tiene una alta correlación con todos los perfiles TIDES, por lo que esto dificulta la relación entre los perfiles acorde a su fase orbital.
2. La correlación entre los grupos 2 y 4 y los perfiles espectrales TIDES no poseen alguna relevancia significativa.

- Existen algunos perfiles del grupo 3 que tienen una correlación alta con los perfiles espectrales TIDES de la misma fase orbital.

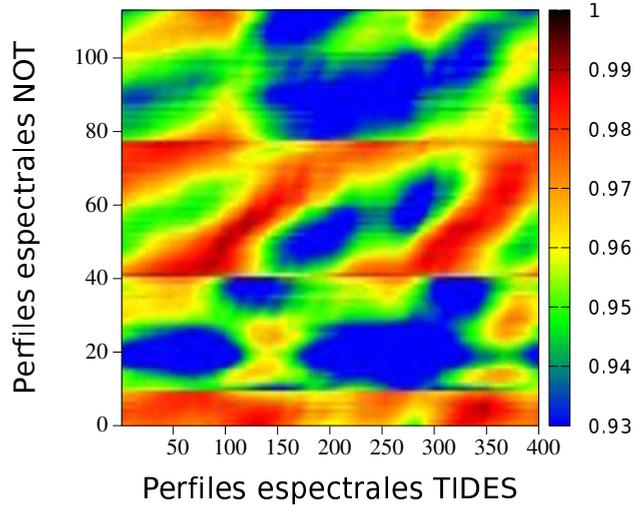


Figura 4.11: Segmento correspondiente a la correlación entre los perfiles NOT y TIDES.

4.3. Análisis de los perfiles con herramientas estadísticas

Dados los resultados obtenidos en los mapas neuronales, las alas de los perfiles agrupados correctamente tienen cierta similitud, tanto en los perfiles espectrales NOT como los perfiles TIDES. Es por ello que analizamos el comportamiento de estas alas con el fin de responder la siguiente pregunta ¿Basta con solo analizar las alas de los perfiles espectrales para relacionar los perfiles NOT y TIDES acorde a su fase orbital? Para responder a esta pregunta usamos las medidas estadísticas de Kurtosis y Skewness. Estas medidas cuantifican la forma en la cual una variable se encuentra distribuida.

Se calcularon los valores de Skewness y Kurtosis para los perfiles espectrales NOT, TIDES y debido a la pequeña cantidad de perfiles espectrales CFHT que contamos decidimos no considerarlos para esta prueba.

4.3.1. Skewness

Skewness es una medida que nos indica la simetría de una distribución, gracias a esta medida podemos saber cómo se encuentra distribuido cada uno de los perfiles NOT y TIDES en un periodo orbital. Recordemos que la medida de Skewness puede tomar valores de negativos a positivos y estos nos indican la inclinación que el espectro tiene (Véase en la sección 2.13). En la figura 4.12 nos muestra el valor de skewness para cada uno de los perfiles NOT y TIDES. Tenemos en el eje horizontal las fases orbitales de los perfiles NOT y TIDES donde 0 y 1 son el Periastro y 0.5 es el Apoaastro. En el eje vertical el valor de Skewness. Podemos observar que en la mayor parte de las fases orbitales los perfiles poseen un valor positivo de Skewness, es decir, la mayoría de los perfiles se encuentran inclinados a la izquierda. También vemos que los perfiles NOT cambian más rápido de inclinación que los perfiles TIDES. Basado en los resultados obtenidos podemos decir que, los comportamientos en cuanto a la simetría de los perfiles no son semejantes.

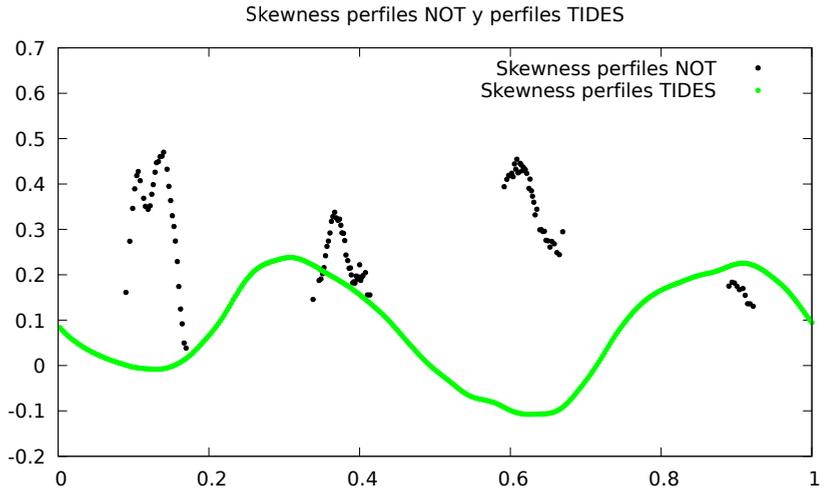


Figura 4.12: Comparación de los valores de Skewness entre los perfiles espectrales NOT y TIDES. El eje horizontal son las fases orbitales y en el eje vertical es el valor de Skewness.

4.3.2. Kurtosis

Kurtosis es una medida que al igual que Skewness nos cuantifica el comportamiento de una distribución, en este caso nos describe la relación entre el pico y la cola (Véase en la sección 2.14). En la figura 4.13 nos muestra el valor de Kurtosis para cada uno de los perfiles espectrales NOT y TIDES. Tenemos en el eje horizontal las fases orbitales de los perfiles NOT y TIDES donde 0 y 1 son el Periastro y 0.5 es el Apoastro. En el eje vertical el valor de Kurtosis. Observamos que todos los valores son negativos, esto se debe a la forma que poseen los espectros que son semejantes a una distribución invertida. De manera similar a la medida de Kurtosis, los perfiles NOT cambian la profundidad del núcleo más rápido que los perfiles TIDES. Se puede ver que en este caso los comportamientos entre los perfiles TIDES y NOT son semejantes en ciertas fases orbitales.

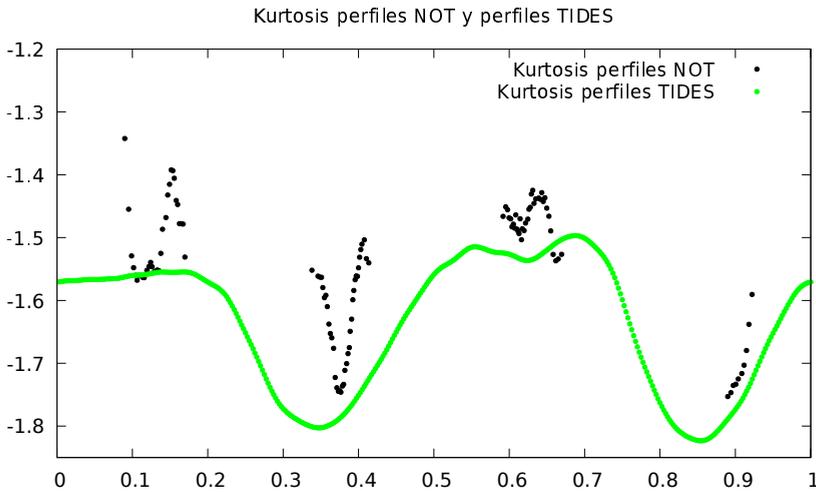


Figura 4.13: Comparación de los valores de kurtosis entre los perfiles espectrales NOT y TIDES. Donde el eje horizontal son las fases orbitales y en el eje vertical los valores de Kurtosis.

CAPÍTULO 5

Conclusiones

En esta tesis se analizaron los perfiles de líneas espectrales perturbadas de la atmósfera de una estrella provocada por la presencia de otra estrella compañera. Los perfiles de líneas espectrales analizados provienen de modelos numéricos de la interacción de fuerzas de marea y de espectros observados de un sistema binario. El objetivo principal es analizar similitudes entre los perfiles observados y los perfiles calculados, así como buscar patrones en los perfiles observados en diferentes tiempos de observación. Para abordar este problema usamos mapas neuronales capaces de agrupar los perfiles acorde a ciertos criterios de similitud, así como también matrices de correlación y de medidas estadísticas para comparar los resultados obtenidos por los mapas neuronales. Este estudio tiene el fin de encontrar una respuesta a estas preguntas:

1. ¿ Los perfiles de líneas espectrales se repiten como función de su fase orbital?
2. ¿ Cómo clasificarlos para poder decir si se repiten o no?
3. ¿En qué medida el código TIDES reproduce los perfiles espectrales obtenidos por el telescopio óptico nordico?
4. ¿ Qué método es mejor para determinar si existe una semejanza entre los perfiles teóricos y los perfiles observados?

Para responder a estas preguntas fue necesario realizar los siguientes procesos:

1. Normalización de los perfiles espectrales NOT y los espectros CFHT.
2. Cálculo de las velocidades radiales de cada uno de los componentes del sistema binario para ambos perfiles espectrales observados.
3. La eliminación de la absorción de energía de la secundaria en todos los perfiles espectrales NOT y perfiles CFHT.

4. El uso de mapas neuronales en espectros teóricos y en espectros observados.
5. El cálculo de matrices de correlación tanto en los espectros teóricos como en los espectros observados.
6. Analisis de los espectros teóricos y observados haciendo uso de los cálculos de Kurtosis y Skewness.

Basado en los resultados obtenidos en este proyecto de tesis se concluye lo siguiente:

1. El mapa SOM fue capaz de organizar los perfiles espectrales NOT acorde a su fase orbital con un 94,68 % de perfiles ubicados correctamente.
2. El mapa SOM fue capaz de organizar los perfiles espectrales TIDES acorde a su fase orbital con un 90,75 % de perfiles ubicados correctamente.
3. El mapa SOM entrenado con los perfiles TIDES y utilizando los perfiles NOT como perfiles de prueba fue capaz de organizar los perfiles acorde a su fase orbital con un 55,69 % de perfiles ubicados de manera correcta.
4. El mapa SOM entrenado con los perfiles NOT y utilizando los perfiles CFHT como perfiles prueba fue capaz de organizar los perfiles acorde a su fase orbital con un 39,5 % de perfiles ubicados de manera correcta.
5. El mapa GNG fue capaz de organizar los perfiles espectrales NOT acorde a su fase orbital con un 97,59 % de perfiles ubicados correctamente.
6. El mapa GNG fue capaz de organizar los perfiles espectrales TIDES acorde a su fase orbital con un 68,25 % de perfiles ubicados correctamente.
7. El mapa GNG entrenado con los perfiles TIDES y utilizando los perfiles NOT como perfiles prueba fue capaz de organizar los perfiles acorde a su fase orbital con un 78,49 % de perfiles ubicados de manera correcta.
8. El mapa GNG entrenado con los perfiles NOT y utilizando los perfiles CFHT como perfiles prueba fue capaz de organizar los perfiles acorde a su fase orbital con un 42,7 % de perfiles ubicados de manera correcta.

9. El mapa GNG se desempeñó mejor al caracterizar los perfiles de líneas espectrales que el mapa SOM.
10. Las matrices de correlación permitieron conocer aproximadamente la clasificación que los mapas neuronales determinarían con los perfiles de líneas espectrales teóricos y observados.
11. Los resultados obtenidos por los cálculos estadísticos Kurtosis y Skewness nos indican que las "alas" de los perfiles observados sufren variabilidad en escalas de tiempo mucho menores que las que se obtienen para los espectros teóricos.

Las preguntas elaboradas en esta tesis se responderán a continuación con base en los resultados obtenidos.

¿ Los perfiles de líneas espectrales se repiten como función de su fase orbital?

En base a los resultados obtenidos, los perfiles de líneas espectrales observados que pertenecen a un mismo rango de fases orbitales se asemejan entre sí. Lamentablemente no se cuenta con espectros suficientes obtenidos en varios ciclos orbitales para analizar la variabilidad de ciclo a ciclo para todas las fases orbitales en un periodo.

¿ Cómo clasificarlos para poder decir si se repiten o no?

Los mapas neuronales demostraron que son capaces de clasificar los perfiles de líneas espectrales acorde a su fase orbital. Teniendo esto en cuenta, podemos usar dos conjuntos de perfiles espectrales observados en distintos periodos orbitales. Usando un conjunto para el entrenamiento y otro para la fase de prueba. Si los perfiles de prueba se encuentran ubicados en las mismas fases orbitales o fases cercanas que los perfiles de entrenamiento podemos asegurar que se repiten.

¿En qué medida el código TIDES reproduce los perfiles espectrales obtenidos por el telescopio óptico nórdico?

Promediando los resultados obtenidos de los mapas neuronales donde los perfiles TIDES fueron utilizados como perfiles de entrenamiento y los perfiles NOT como perfiles de prueba obtenemos un total de 67,09%. Este porcentaje nos indica la cantidad de perfiles NOT que fueron consistentes

con las variaciones presentes en los perfiles TIDES. A pesar de ser un porcentaje relativamente bajo debemos considerar que el modelo TIDES calcula las perturbaciones por fuerzas de marea de una sola capa de la superficie. Es probable que, para que TIDES reproduzca de manera correcta los perfiles, sea necesario contemplar más capas. Además cabe mencionar que a diferencia de los perfiles NOT, los perfiles TIDES no tienen ruido.

¿ Qué método es mejor para determinar si existe una semejanza entre los perfiles teóricos y los perfiles observados?

El problema consiste en encontrar patrones de los perfiles de líneas espectrales en las fases orbitales de un periodo orbital, y ver si estos patrones se repiten en función del tiempo. Determinamos que el mejor método será aquel que logre clasificar los perfiles de líneas espectrales acorde a su fase orbital. Para ello promediamos el desempeño de cada mapa neuronal en cada conjunto de perfiles descritos en este proyecto.

Con un total de 71,75 % de espectros bien ubicados, el mapa GNG obtiene un mejor desempeño. Sin embargo la diferencia de porcentajes obtenidos por los mapas neuronales no es muy grande, ya que el SOM obtuvo un total de 70,15 % de perfiles bien ubicados.

Bibliografía

- Burges, C. J. y. o. (1996). Simplified support vector decision rules. In *ICML*, volume 96, pages 71–77. Citeseer.
- Carroll, B. W. (2006). *An Introduction to Modern Astrophysics*. Addison-Wesley.
- Cleveland, W. S. (1979). Robust locally weighted regression and smoothing scatterplots. *Journal of the American statistical association*, 74(368):829–836.
- Clubb, K. I. (August, 2008). *A detailed derivation of The Radial Velocity Equation*. Department of Physics & Astronomy.
- De La Calleja, Jorge y Fuentes, O. (2004). Machine learning and image analysis for morphological galaxy classification. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 349(1):87–93.
- Dean, Susan y Illowsky, B. (2017). Descriptive statistics: skewness and the mean, median, and mode. *Connexions website <http://www.connexions.org>*. Accessed, 3.
- Fritzke, B. y. o. (1995). A growing neural gas network learns topologies. *Advances in neural information processing systems*, 7:625–632.
- Harrington, David y Koenigsberger, G. y. M. E. y. K. J. (2009). Line-profile variability from tidal flows in alpha virginis (spica). *The Astrophysical Journal*, 704(1):813.
- Harrington, David y Koenigsberger, G. y. O. E. y. I. I. y. B. S. V. y. L. B. y. M. E. (2016). Alpha virginis: line-profile variations and orbital elements. *Astronomy & Astrophysics*, 590:A54.
- Kohonen, T. (1990). The self-organizing map. *Proceedings of the IEEE*, 78(9):1464–1480.
- Ksoll, Victor F y Gouliermis, D. A. y. K. R. S. y. G. E. K. y. S. E. y. A. J. y. L. D. J. y. C. M. y. d. M. G. y. S. L. J. y. o. (2018). Hubble tarantula treasury project–vi. identification of pre–main-sequence stars using machine learning techniques. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*.

- Linde, Yoseph y Buzo, A. y. G. R. M. (1980). An algorithm for vector quantizer design. *Communications, IEEE Transactions on*, 28(1):84–95.
- Martinetz, Thomas y Schulten, K. y. o. (1991). *A "neural-gas" network learns topologies*. University of Illinois at Urbana-Champaign.
- Martinetz, T. (1993). Competitive hebbian learning rule forms perfectly topology preserving maps. In *ICANN'93*, pages 427–434. Springer.
- McCulloch, Warren S y Pitts, W. (1943). A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity. *The bulletin of mathematical biophysics*, 5(4):115–133.
- Moreno, E. y Koenigsberger, G. (1999). A model for tidal interactions in iota orionis. 35:157.
- Moreno, E y Koenigsberger, G. y. H. D. (2011). Eccentric binaries: Tidal flows and periastron events. *arXiv preprint arXiv:1102.4301*.
- Moreno, E. y Koenigsberger, G. y. T. O. (2005). Line profile variability from tidal interactions in binary systems. 437:641–656.
- Palate, Matthieu y Rauw, G. y. K. G. y. M. E. (2013). Spectral modelling of massive binary systems. *Astronomy & Astrophysics*, 552:A39.
- Pfeifer, Rolf y Scheier, C. (1999). *Understanding intelligence*. MIT press.
- Plaut, D. C. y. o. (1986). Experiments on learning by back propagation.
- Powers, D. M. (2011). Evaluation: from precision, recall and f-measure to roc, informedness, markedness and correlation.
- Rohde, David J y Drinkwater, M. y. G. M. y. D. T. y. D. M. (2005). Applying machine learning to catalogue matching in astrophysics. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 360(1):69–75.
- Rosenblatt, F. (1958). The perceptron: a probabilistic model for information storage and organization in the brain. *Psychological review*, 65(6):386.
- Smith, M. (1985). The nonradial oscillations of spica. i-two commensurable modes. ii-a 'quasi-toroidal' mode. *The Astrophysical Journal*, 297:206–232.
- Stehman, S. V. (1997). Selecting and interpreting measures of thematic classification accuracy. *Remote sensing of Environment*, 62(1):77–89.