



**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL  
ESTADO DE MORELOS**

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MORELOS**

**INSTITUTO DE INVESTIGACIÓN EN CIENCIAS BÁSICAS Y APLICADAS**

**CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN INGENIERÍA Y CIENCIAS APLICADAS**

**ESTUDIO DE LA LEY DE FOURIER DE CONDUCCIÓN  
DE CALOR EN MATERIALES VISCOELÁSTICOS.**

**TESIS PARA OBTENER EL GRADO DE:  
MAESTRÍA EN INGENIERÍA Y CIENCIAS APLICADAS**

**FERNANDO ISABEL ALVEAR SALAZAR**

**DIRECTOR(ES): DR. LUIS MANUEL GAGGERO SAGER  
DR. OSCAR SOTOLONGO COSTA**

**NOMBRE DE LOS SINODALES:  
DR. JOSÉ ALFREDO HERNÁNDEZ PÉREZ**

**CUERNAVACA, MORELOS**

**JUNIO 2018**

## RESUMEN

En este trabajo se desarrolló el estudio de la transferencia de calor por conducción en un material viscoelástico, hecho de fécula de maíz, utilizando la ecuación diferencial de Fourier en su orden entero y comparando los resultados frente a la ecuación, pero de orden fraccionario, para analizar el ajuste de los resultados experimentales frente a los teóricos.

La cantidad de fécula de maíz se mantuvo constante en 15 g., variando la cantidad de agua de la red municipal en un intervalo de 10 a 25 ml con una temperatura inicial de 31°C promedio.

Se observaron cuatro fases en función de la concentración (masa/agua) del material viscoelástico, las cuales van desde un material granuloso tipo arena, un material “cuasi viscoelástico”, un material viscoelástico, hasta un material completamente líquido.

Los análisis del ajuste experimental frente a los teóricos con la ecuación de conducción de calor de Fourier tanto de orden entero como de orden fraccionario concluyen que el proceso de transferencia de calor por conducción de un material viscoelástico basado en fécula de maíz se ajusta completamente a la ecuación de conducción antes mencionada de orden entero.

## ABSTRACT

The study of conduction heat transfer in a viscoelastic material (cornstarch) was developed, using the Fourier differential equation in integer order and checking the results with the fractional order equation, for analyzing the adjustment of the experimental results against the theoretical ones.

The mass of cornstarch was constant in 15 grams varying the mass of water from the municipal network from 10 to 25 milliliters with an initial average temperature of 31 °C.

Four phases were observed as a function of the concentration (mass-water) for the viscoelastic material, which are sand-like granular material, "quasi-viscoelastic" material, viscoelastic material, and completely liquid material.

Analyzes of experimental results against theoretical results generated using the Fourier heat conduction equation both integer and fractional order conclude that process of heat transfer by conduction of a viscoelastic material based on cornstarch completely conform to the aforementioned equation of integer order.

## **AGRADECIMIENTOS**

Quiero dejar plasmado mi enorme agradecimiento al Dr. Luis Manuel Gaggero Sager y al Dr. Oscar Gerardo Sotolongo Costa por haber confiado en mí y haberme brindado la oportunidad de trabajar con ellos; tomando en cuenta que mi formación académica es de Licenciado en Informática, los temas relacionados con las áreas de física, matemáticas avanzadas y la experimentación resultaron por así decirlo algo complejo; por lo anteriormente expuesto, estoy convencido que debió haber sido un verdadero reto para ambos el aconsejarme y sobre todo guiarme durante toda la etapa de la maestría para poder presentar los resultados mostrados en esta tesis.

Un enorme agradecimiento también a la familia Martínez Alcántara, en especial al Sr. Nemesio, Sra. Florencia y al Ing. Joseph, pues en los momentos personales más difíciles de mi vida estuvieron siempre ahí, dispuestos a compartir el pan y la sal conmigo y brindarme su apoyo incondicional.

A mi hermana Blanca y mis sobrinos Ramón, Andrea y Susana, por ser parte fundamental en este viaje personal y de superación académica, con todo mi amor y respeto, simplemente gracias.

A mi compañero de vida, hermano postizo, amigo, confidente y tantas cosas más, el M.I José Edy García Espinosa por haber confiado siempre en mí y proporcionarme el aliento y los ánimos de continuar y no desfallecer, aun cuando todo parecía estar en contra mía.

Finalmente, a Nala Hypatia, mi compañera desde hace casi tres años, la cual soportó mis desvelos, enojos, regaños, tristezas y alegrías; a ti simplemente gracias por tu amor incondicional y por decirme muy a tu manera que todo estaría bien.

*“Podrías decirme, por favor, ¿qué camino debo seguir para salir de aquí? –  
Esto depende en gran parte del sitio al que quieras llegar, dijo el Gato.  
No me importa mucho el sitio, respondió Alicia.  
Entonces tampoco importa mucho el camino que tomes, le contestó el Gato.”*

*(Lewis Carroll)*

## ÍNDICE

Capítulo 1 ANTECEDENTES.....	1
1.1 Planteamiento del Problema.....	1
1.2 Objetivo General.....	3
1.3. Objetivos Específicos .....	3
1.4 Alcance.....	3
Capítulo 2 ALMIDÓN DE MAÍZ.....	4
2.1. Introducción. ....	4
2.2. Características organolépticas.....	5
2.3. Propiedades generales.....	6
2.4. Aplicaciones del almidón de maíz.....	6
2.4.1. Principales aplicaciones en la industria alimentaria. ....	7
2.4.2. Principales aplicaciones en otras ramas industriales. ....	7
Capítulo 3 FLUIDOS NO NEWTONIANOS.....	9
3.1. Introducción. ....	9
3.2. Características y clasificación de los fluidos no - newtonianos.....	11
3.2.1 Fluidos No Newtonianos independientes del tiempo:.....	11
3.2.2. Fluidos No Newtonianos dependientes del tiempo.....	13
3.2.3. Fluidos No Newtonianos viscoelásticos.....	16
3.3. Viscoelasticidad.....	18
3.3.1. Modelos reológicos.....	20
3.3.2. Relajación.....	22
3.3.3. Fluencia.....	23
3.3.4 Ecuación constitutiva de los materiales viscoelásticos.....	25
Capítulo 4 LEY DE CONDUCCIÓN DE CALOR.....	26
4.1 Ley de conducción de orden entero.....	26
4.2 Ley de conducción de calor de orden fraccionario. ....	29

Capítulo 5 ARREGLO EXPERIMENTAL .....	32
5.1. Contenedor de acrílico.....	35
5.2. Contenedor de aluminio.....	36
5.3. Módulo NI USB 9162 .....	37
5.2 Termopar Tipo T.....	43
5.3. Software estadístico Origin Pro 8.0 .....	44
Capítulo 6 RESULTADOS .....	45
6.1. Concentrado de las diferentes mezclas.....	45
6.2. Estado de fase del viscoelástico basado en almidón de maíz.....	47
Capítulo 7 CONCLUSIONES.....	52
Capítulo 8 BIBLIOGRAFIA.....	55

## Lista de Tablas

Tabla 2.1. Características organolépticas del almidón de maíz .....	5
Tabla 2.2. Propiedades generales del almidón de maíz .....	6
Tabla 5.1. Características del Termopar tipo T .....	43
Tabla 6.1. Concentrado de mezclas realizadas para obtener material viscoelástico.....	49

## Lista de Figuras

Figura 3.1. Comportamiento de un fluido No Newtoniano.	10
Figura 3.2. Fluidos No Newtonianos independientes del tiempo.	12
Figura 3.3. Tensión contra velocidad de deformación para los fluidos no newtonianos dependientes del tiempo.	14
Figura 3.4. Comportamiento de un fluido reopéctico.	15
Figura 3.5. Modelo reológico de Maxwell.	19
Figura 3.6. Modelo reológico de resorte.	20
Figura 3.7. Modelo reológico del amortiguador.	21
Figura 3.8. Modelo reológico de Maxwell.	22
Figura 3.9. Modelo reológico de Kelvin-Voigt.	24
Figura 5.1. Diagrama del arreglo experimental utilizado en el presente trabajo de investigación.	34
Figura 5.2. Vista frontal de la caja de acrílico.	35
Figura 5.3. Vista superior de la caja de acrílico.	35
Figura 5.4. Vista superior del contenedor de aluminio.	36
Figura 5.5. Vista frontal del contenedor de aluminio.	36
Figura 5.6. Módulo NI USB-9162.	37
Figura 5.7. Asignaciones de terminales del módulo NI 9162.	38
Figura 5.8. Esquema de conexiones del termopar al módulo NI9162.	38
Figura 5.9. Diagrama de bloques para la adquisición de datos en LabView.	39
Figura 5.10. Vista a detalle de la toma de medida de temperatura de los diferentes experimentos.	40
Figura 5.11. Vista frontal de la toma de medida de temperatura de los diferentes experimentos.	40
Figura 5.12. Vista lateral de la toma de medida de temperatura de los diferentes experimentos.	41

Figura 5.13. Vista superior de la toma de medida de temperatura de los diferentes experimentos.	41
Figura 5.14. Adquisición de datos a través del programa de LabView.	42
Figura 5.15. Adquisición de datos a través del programa de LabView.	42
Figura 6.1. Concentrado de las curvas de enfriamiento obtenidas en los diferentes experimentos.	46
Figura 6.2. Estados de fase de la mezcla de fécula de maíz con agua de la red municipal.	48
Figura 6.3. Comportamiento de tres estados de fase de la mezcla de almidón de maíz con agua de la red municipal.	49
Figura 6.4. Comportamiento de las diferentes mezclas para obtener material viscoelástico.	50
Figura 6.5. Comportamiento de las mezclas de fécula de maíz con agua de la red municipal que generaron un material viscoelástico.	51

## CAPÍTULO 1 ANTECEDENTES

### 1.1 Planteamiento del Problema

La termodinámica es la parte de la física que estudia la transferencia de calor mediante el intercambio de energía entre diferentes cuerpos como resultado de una diferencia o gradiente de temperatura entre los mismos o con el medio externo.

De la misma manera, estudia la forma en que la energía térmica se transfiere, así como la rapidez y las condiciones particulares que tendrá lugar esa transferencia. [1]

En la actualidad se ha incrementado el uso de fluidos no newtonianos tanto en la industria alimenticia como de procesos, destacando el uso de los llamados fluidos viscoelásticos.

Uno de estos fluidos viscoelásticos, está hecho de almidón o fécula de maíz, cuyo uso es casi ilimitado dentro de las industrias, pues ningún otro ingrediente proporciona textura al resultado de tantos procesos como el almidón o fécula de maíz.

En general, los fenómenos de transferencia de masa, calor o de momento se expresan de forma diferencial mediante ecuaciones de orden entero, sin embargo, L'Hôpital en el siglo XVI se cuestionó qué sucedía con  $\frac{d^n f}{dx^n}$  si  $n = \frac{1}{2}$ ; surgiendo así el cálculo fraccionario y a partir de entonces, muchos investigadores han generado diversas definiciones para la derivada y la

integral de orden fraccionario, entre los que destacan Riemann, Liouville y Caputo [2].

Actualmente la conducción de calor en un material viscoelástico basado en la fécula de maíz se modela bajo la ley de conducción de calor de orden entero, pero a través de este trabajo de investigación se realizó el estudio del fenómeno, pero mediante la modelación de la ecuación en orden fraccionario.

La motivación de este trabajo está basada en la publicación del artículo denominado *Ley de enfriamiento de Newton de orden fraccionario* cuyos autores son Gómez y Razo, publicado en la Revista Investigación y Ciencia de la Universidad de Aguascalientes en 2017; en dicho artículo los autores presentan una modificación a la ley antes mencionada a través del uso de ecuaciones diferenciales de orden no entero para modelar la transferencia de calor.

Nos resultó llamativo buscar material que presentara un comportamiento estructural no común, para de esta forma validar hasta qué punto podría encontrarse en la práctica algún material en el cuál existan manifestaciones del comportamiento introducido en el artículo de marras.

Por lo anteriormente expuesto es que se decidió verificar si dicho comportamiento se manifiesta en fluidos no newtonianos, específicamente en los denominados viscoelásticos; la razón de esta selección se explica en el próximo capítulo

## **1.2 Objetivo General**

Estudiar la conducción de calor en un fluido no newtoniano mediante la ecuación diferencial convencionalmente utilizada frente a la misma ecuación, pero expresada en orden fraccionario, y analizar el ajuste frente a los resultados experimentales.

## **1.3. Objetivos Específicos**

- Modelar el fenómeno de conducción de calor en un fluido no newtoniano mediante la ecuación diferencial de la ley de Fourier de orden entero y comparar los resultados frente a los experimentales.
- Modelar el fenómeno de conducción de calor en un fluido no newtoniano mediante la ecuación diferencial de orden fraccionario de la ley de Fourier y comparar los resultados frente a los experimentales.

## **1.4 Alcance**

El presente trabajo se centra en determinar a través de la experimentación si la ecuación diferencial de orden fraccionario de la ley de conducción de calor de Fourier aquí propuesta se ajusta de una forma más precisa a un material viscoelástico, basado en almidón o fécula de maíz.

## CAPÍTULO 2 ALMIDÓN DE MAÍZ

### 2.1. Introducción.

El sistema agroindustrial del maíz en nuestro país se clasifica de la siguiente manera [3].

1. Para la fabricación de tortillas para el consumo humano.
2. Fabricación de masa para distintos usos.
3. Producción de féculas, levaduras, almidones y productos similares.
4. Frituras de maíz.
5. Hojuelas de maíz.

El almidón o fécula de maíz, es el principal carbohidrato sintetizado por plantas superiores, por lo cual se considera que es una fuente de energía principalmente para el ser humano, así mismo después de la celulosa, es el segundo carbohidrato más abundante en la tierra.

Así mismo, el almidón o fécula de maíz es una mezcla de polímeros que son producidos por las plantas y que son acumulados como gránulos insolubles de diversas formas y tamaños; los dos polímeros que conforman el almidón o fécula de maíz son la amilopectina y la amilosa. [4]

Es el polímero de la amilosa, la que le concede la propiedad al almidón de poderse gelificar al cocinarse. [5]

El almidón o fécula de maíz es un producto denominado de grado alimenticio, por lo que ofrece una gran diversidad de aplicaciones tanto en la industria de procesos como en la alimentaria que van desde la modificación de texturas, cambio de apariencia, hasta el cambio de consistencia de los materiales a un costo reducido. [5]

## 2.2. Características organolépticas.

Una característica organoléptica como lo describe el diccionario de la Real Academia de la Lengua Española (RAE), se refiere a que ésta puede ser percibida por los órganos de los sentidos.

En este tenor, el almidón de maíz presenta ciertas características organolépticas propias del producto [5], las cuales se muestran dentro de la tabla 2.1.

Característica	Descripción
<b>Aspecto</b>	Polvo fino homogéneo
<b>Color</b>	Blanco a ligeramente amarillo
<b>Olor</b>	Característico
<b>Sabor</b>	Característico no desagradable

Tabla 2.1. Características organolépticas del almidón de maíz [5].

### 2.3. Propiedades generales.

El almidón o fécula de maíz presenta ciertas características generales inherentes al material [6], las cuales se describen en la tabla 2.2.

Propiedades	Unidades	Mínimo	Máximo
<b>Humedad</b>	%		12.5
<b>pH</b>	pH	5.0	6.5
<b>Impurezas</b>	N/A		5
<b>Proteína B.S.</b>	%		0.40
<b>SO<sub>2</sub></b>	ppm		50
<b>Aceite B.S.</b>	%		0.15
<b>Viscosidad</b>	cps	2,000	
<b>B. Mesof. Aerobias</b>	ufc/g		5,000
<b>Hongos</b>	ufc/g		150
<b>Levaduras</b>	ufc/g		150

Tabla 2.2. Propiedades generales del almidón de maíz [6].

### 2.4. Aplicaciones del almidón de maíz.

Como ya se mencionó anteriormente el almidón o fécula de maíz presenta un vasto número de aplicaciones tanto en la industria alimentaria como en la de los procesos industriales, los cuales se mencionan a continuación:

#### **2.4.1. Principales aplicaciones en la industria alimentaria.**

En las últimas décadas el inmensurable crecimiento de la población humana ha obligado a la industria alimentaria mundial a incluir dentro de sus procesos ingredientes que le permitan obtener la mayor cantidad de producto minimizando sus gastos de operación, pero sin modificar sus características organolépticas, ni de calidad nutrimental.

Debido a lo anterior y por sus características químicas, esta industria adoptó al almidón o fécula de maíz dentro de sus procesos, para modificar la textura, apariencia y consistencia de alimentos, así mismo como aglutinante, espesante, estabilizante y gelificante en productos como: mayonesas, salsas, quesos, atoles, galletas, entre otros. [5-6]

#### **2.4.2. Principales aplicaciones en otras ramas industriales.**

En las últimas décadas, la investigación sobre la utilización del almidón o fécula de maíz en las diferentes ramas industriales ha tenido un auge muy importante, a continuación, se mencionan algunas aplicaciones industriales:

En la industria papelera, su uso ha permitido que los pañuelos, servilletas y toallas de papel presenten una mayor resistencia a la rotura, así mismo permite que se pueda aprovechar de una mejor forma el papel reciclado en cartón.

Así mismo, en la industria farmacéutica es ampliamente utilizado como diluyente, agente lubricante, desintegrante y como sustancia inerte;

El uso del almidón o fécula de maíz en la industria del plástico es utilizado para generar películas y hojas de plástico, así como en las fórmulas de fibras naturales que reemplazan a las de plástico.

Su utilización como apresto dentro de la manufactura de hilos y telas en la industria textil, permite evitar rupturas y aumentar la eficiencia de los telares;

En la industria minera su impacto es muy importante, pues suele ser utilizado como agente depresor en los sistemas de flotación para separar minerales, esto debido a su efectividad y bajo costo. [5-6]

Dentro de la industria petrolera un fluido no Newtoniano muy utilizado consiste en una solución de agua con materiales que generan un fluido de muy alta densidad en el que permanecen en suspensión diversos materiales, y que es muy utilizado en la técnica de fractura de pozos petroleros (fracking). [7]

## CAPÍTULO 3 FLUIDOS NO NEWTONIANOS.

### 3.1. Introducción.

La Ley de la viscosidad de Newton establece que cuando se le aplica un esfuerzo cortante a un fluido, éste presentará una resistencia a dicho esfuerzo; conforme el esfuerzo continúa, el fluido tenderá a deformarse. Posteriormente fluirá y aumentará su velocidad proporcionalmente al esfuerzo aplicado; en otras palabras, se puede observar una estrecha relación lineal entre la tensión tangencial y su respectivo gradiente de velocidad.

Dentro de la ley de viscosidad de Newton, se tiene el llamado factor de proporcionalidad, el cual representa la propiedad física presente en todos los fluidos, y que se conoce como viscosidad dinámica o absoluta; la cual se representa con la letra griega “ $\mu$ ”, y que se describe mediante la ecuación 1: [7]

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad (1)$$

Donde:

$\tau$  = Esfuerzo cortante.

$\mu$  = Viscosidad dinámica.

$\frac{du}{dy}$  = Gradiente de velocidad.

Sin embargo, existen algunas sustancias que no se ajustan completamente a esta ley, ya que su viscosidad a cierta temperatura y presión son dependientes del gradiente de velocidad. [7]

A estos fluidos que no siguen una relación de proporcionalidad entre la tensión tangencial y el gradiente de velocidad se les llaman **fluidos No Newtonianos**. [7]

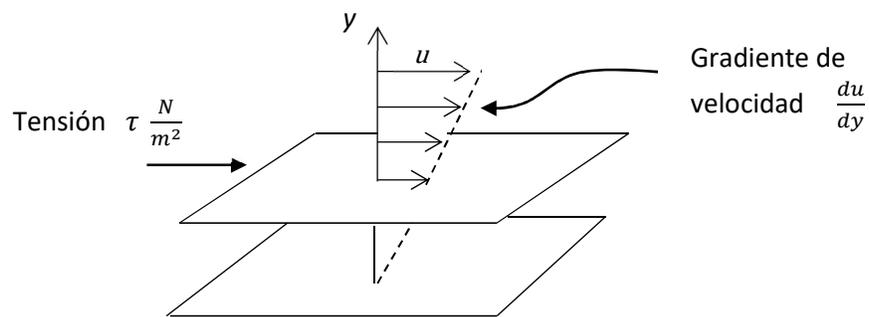


Figura 3.1. Comportamiento de un fluido No Newtoniano. [8]

Dichos fluidos No Newtonianos presentan características complejas, las cuales no pueden ser estudiadas de forma general; por lo cual se torna necesario estudiarlos de forma más específica, y esto se logra a través de una rama de la mecánica de los fluidos, llamada Reología. [7]

La reología se encarga de estudiar y analizar las sustancias o fluidos cuyo comportamiento no se ajusta a la ley de viscosidad de Newton. Por lo tanto, su campo de estudio abarca la región comprendida entre la mecánica de los fluidos Newtonianos hasta la elasticidad de Hooke. [7]

En la actualidad, existe una amplia variedad de fluidos no Newtonianos, algunos de ellos se enlistan a continuación: [7]

- Fluidos biológicos.
- Mermeladas y jaleas,
- Mayonesas
- Miel.
- Pinturas y barnices.
- Salsas
- Soluciones de polímeros
- Almidones de maíz.

### **3.2. Características y clasificación de los fluidos no - newtonianos.**

Los fluidos no Newtonianos se han clasificado en tres grandes grupos, los cuales se describen a continuación: [7]

Es importante mencionar que en este tipo de fluidos es necesario referirse a la derivada con respecto a tiempo mediante el símbolo ( $\dot{\phantom{x}}$ ).

#### **3.2.1 Fluidos No Newtonianos independientes del tiempo:**

Estos fluidos tienen la característica de que sus tensiones tangenciales van a depender únicamente de la velocidad de deformación del material, para tener una mejor comprensión del comportamiento de estos fluidos, es necesario

representarlos dentro de un sistema de coordenadas cartesianas  $(\tau, \dot{\gamma})$  tal y como se muestra en la figura 2. [7]

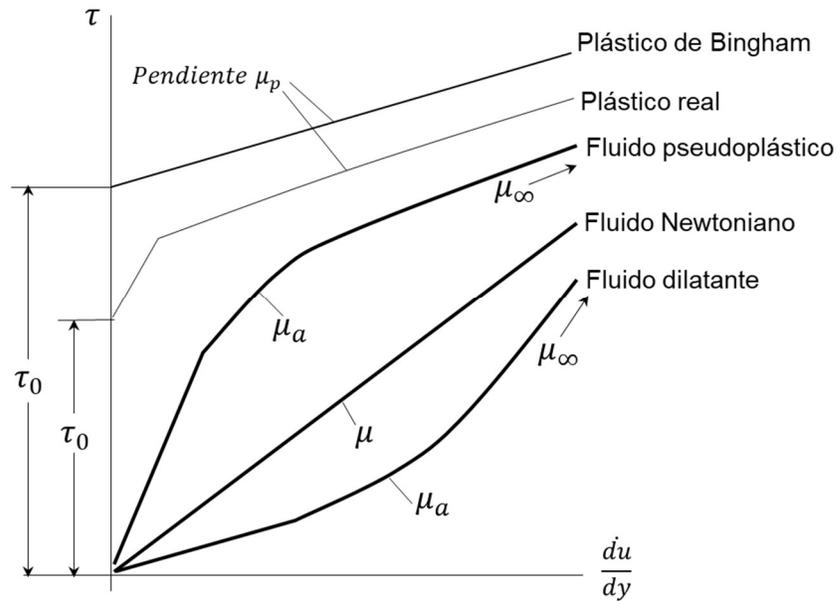


Figura 3.2. Fluidos No Newtonianos independientes del tiempo. [7]

Este comportamiento suele representarse de forma general mediante la ecuación siguiente:

$$\tau = \eta \frac{du}{dy}$$

Donde:

$\tau$  = Tensión tangencial.

$\eta$  = Coeficiente de viscosidad

$\frac{du}{dy}$  = Velocidad de deformación.

### 3.2.2. Fluidos No Newtonianos dependientes del tiempo.

El comportamiento de este tipo de fluido en un momento determinado estará sujeto por su memoria en un pasado reciente, es decir, pareciera que cuentan con una memoria que se desvanece conforme transcurre el tiempo. [8]

Este tipo de fluidos son más complejos aún, ya que su viscosidad depende no solamente de la velocidad de deformación, sino también del tiempo que la tensión tangencial actúo sobre el mismo. [7]

Estos fluidos se clasifican en dos grandes grupos, los cuales son:

1. Fluidos Tixotrópicos.
2. Fluidos Reopéticos.

Así mismo, se pueden representar de forma general a través de la ecuación siguiente: [8]

$$\frac{du}{dy} = f(\text{esfuerzo cortante} \cdot \text{historia pasada del esfuerzo})$$

En la figura No. 3.3 se ejemplifica el comportamiento de los dos fluidos pertenecientes a los No Newtonianos dependientes del tiempo, así como su curva de histéresis correspondiente.

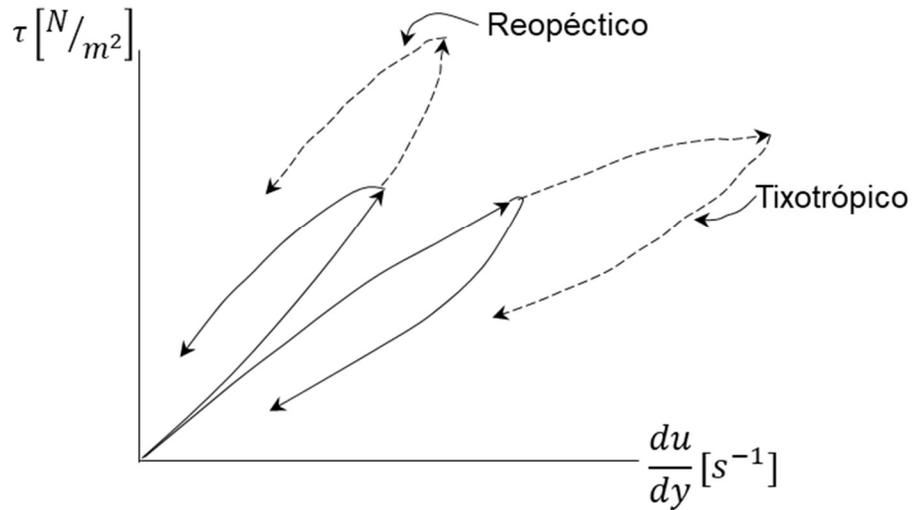


Figura 3.3. Tensión contra velocidad de deformación para los fluidos no newtonianos dependientes del tiempo. [8]

### 3.2.2.1 Fluidos Tixotrópicos.

En este tipo de fluidos, la viscosidad aparente está en función de la tensión tangencial ( $\tau$ ) y de la velocidad de deformación  $\left(\frac{du}{dy}\right)$ .

El comportamiento de estos fluidos se representa a través de la ecuación siguiente: [7]

$$\mu_a = f(\tau, \dot{\gamma})$$

Donde:

$\mu_a$  = Viscosidad absoluta.

$\tau$  = Tensión tangencial.

$\dot{\gamma}$  = Velocidad de deformación

### 3.2.2.2 Fluidos Reopéticos.

Los fluidos reopéticos presentan un comportamiento muy similar a los tixotrópicos; la diferencia radica en que en estos la viscosidad ( $\eta$ ) presenta un comportamiento muy análogo en su fase inicial de deformación a la de un fluido dilatante (se incrementa con la velocidad de deformación  $\dot{\gamma}$ ); hasta el punto donde la tensión tangencial ( $\tau$ ) alcanza un valor límite y comienza a disminuir junto con la velocidad de deformación ( $\dot{\gamma}$ ), tal y como se muestra en la figura No. 3.4. [7]

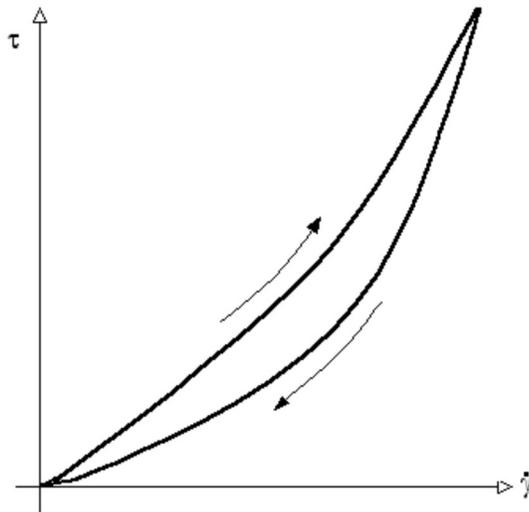


Figura 3.4. Comportamiento de un fluido reopético. [7]

Estos fluidos se pueden representar a través de la ecuación siguiente:

$$\tau = f(\dot{\gamma})$$

Donde:

$\tau$  = Tensión tangencial.

$\dot{\gamma}$  = Velocidad de deformación.

### 3.2.3. Fluidos No Newtonianos viscoelásticos.

Los sólidos elásticos y los fluidos viscosos presentan características de deformación muy diferentes; mientras que los sólidos elásticos deformados vuelven a su estado no deformado una vez que se deja de aplicar tensión, los fluidos viscosos no presentan alguna disposición a recuperarse de la deformación sufrida [9].

Los fluidos que presentan un comportamiento con una combinación de las dos características antes mencionadas se denominan fluidos viscoelásticos, es decir, presentan propiedades elásticas de los sólidos con el comportamiento viscoso de los líquidos.

En este tipo de fluidos su comportamiento es completamente Newtoniano en cuanto a la viscosidad, pero en lo que concierne a la elasticidad, se ajusta a la Ley de Hooke. [7]

Para este tipo de fluidos, la velocidad de deformación se puede representar a través de la ecuación 2: [7]

$$\dot{\gamma} = \frac{\tau}{\mu_0} + \frac{\dot{\epsilon}}{\lambda} \quad (2)$$

Donde:

$\dot{\gamma}$  = Velocidad de deformación.

$\tau$  = Tensión tangencial.

$\mu$  = Viscosidad.

$\lambda$  = Módulo de rigidez.

Como se mencionó anteriormente, el símbolo  $(\dot{\phantom{x}})$  se refiere a la derivada con respecto al tiempo.

Es importante mencionar que tal y como lo menciona [9], los materiales viscoelásticos son sensibles a la temperatura.

Cuando  $\dot{\tau} = 0$ , el fluido viscoelástico se comporta como un fluido Newtoniano, esto debido a que  $\lambda$  al ser el módulo de rigidez se encuentra en un flujo completamente estacionario, sin embargo, si se varia la tensión tangencial sobre el material viscoelástico se presentaran los efectos elásticos en el mismo. [7]

Maxwell propuso la ecuación 3 para los fluidos viscoelásticos, de esta forma los fluidos que cumplen dicha ecuación se llaman *líquidos de Maxwell*, se puede observar la presencia de la constante  $(\mu_0/\lambda)^{-1}$  la cual representa el tiempo de relajación y físicamente representa la constante de tiempo del decremento exponencial de la tensión para la deformación constante [7].

$$\tau + \left(\mu_0/\lambda\right) = \mu_0\dot{\gamma} \quad (3)$$

### **3.3. Viscoelasticidad.**

Una característica general de un material elástico radica en que su estado tensional en un instante y un punto dado dependen únicamente de la deformación en dicho instante y punto. [10]

Generalmente el valor de la deformación anterior en un punto del material y su tasa de deformación generarán una modificación al valor instantáneo de la tensión. [10]

Generalmente, las ecuaciones matemáticas suelen ser bastante complejas para describir un fluido real de forma adecuada.

Sin duda, la característica más importante relacionada con la deformación de un fluido viscoelástico es como ya se mencionó la conceptualización simultánea de las características de un fluido y de un sólido.

Es por este motivo, que no resulta en absoluto sorprendente que los primeros intentos de descripción cuantitativa del comportamiento de un fluido viscoelástico dependían de la noción de una combinación lineal de elasticidad y propiedades viscosas, mediante el uso de análogos mecánicos que involucran resortes (componente elástico) y amortiguadores (acción viscosa).

El modelo de Maxwell representa la pieza fundamental de los llamados modelos lineales viscoelásticos; dicho modelo mecánico se obtiene mediante la combinación en serie de un resorte y un amortiguador, como se muestra en la figura 3.5.



Figura 3.5. Modelo reológico de Maxwell. [11]

Como se puede observar las velocidades de deformación tanto del resorte como del amortiguador, son  $\dot{\gamma}_1$  y  $\dot{\gamma}_2$ , por lo tanto, la deformación total  $\dot{\gamma}$  viene dada por la ecuación siguiente:

$$\dot{\gamma} = \dot{\gamma}_1 + \dot{\gamma}_2 = \frac{d\gamma_1}{dt} + \frac{d\gamma_2}{dt} \quad (4)$$

Donde:

$\dot{\gamma}$  = Deformación total.

$\dot{\gamma}_n$  = Deformación del momento n.

Ahora bien, para tener una ecuación que represente de forma más aproximada un fluido viscoelástico, es necesario realizar una combinación entre la ecuación 4, la Ley de Elasticidad de Hooke y la Ley de Viscosidad de Newton, con lo cual se obtiene: [11]

$$\tau + \lambda \dot{\tau} = \mu \dot{\gamma}$$

Donde:

$\dot{\tau}$  = Derivada con respecto al tiempo de  $\tau$ .

$\mu$  = Viscosidad.

$\lambda$  = Tiempo de relajación.

La viscoelasticidad es una generación de la respuesta de la elasticidad que incorpora los efectos de la velocidad de la deformación y la historia del fluido, dicho efectos son forzosamente necesarios para modelar materiales que poseen dos características fundamentales denominadas relajación y fluencia.

### 3.3.1. Modelos reológicos.

Como se mencionó anteriormente, el comportamiento de los sólidos presenta dos fenómenos fundamentales que son la relajación y la fluencia, dichos fenómenos no pueden ser modelados a través de las leyes clásicas de la elasticidad; para poder estudiar estos dos fenómenos fundamentales de la viscoelasticidad antes mencionados, es indispensable utilizar modelos reológicos, los cuales son sistemas mecánicos que permiten comprender de mejor forma el modelo de resorte y amortiguador.

#### 3.3.1.1 Resorte.

Este modelo reológico también conocido como muelle, es un elemento elástico básico, el cual puede ser representado como se muestra en la figura No. 3.6. [10]

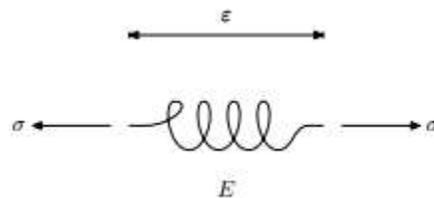


Figura 3.6. Modelo reológico de resorte. [10]

Dicho elemento cuando es sometido a una tensión  $\sigma$  sufre en consecuencia una deformación  $\varepsilon$ , que se puede representar a través de la ecuación 4: [10]

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \quad (4)$$

Donde:

$E$  = Constante de rigidez del resorte.

$\varepsilon$  = Deformación.

$\sigma$  = Tensión aplicada.

### 3.3.1.2 Amortiguador.

Este modelo reológico representa la acción viscosa del fluido y su tensión siempre será proporcional a la velocidad de deformación del fluido, comúnmente se represente de forma gráfica como se muestra en la figura No. 3.7. [10]

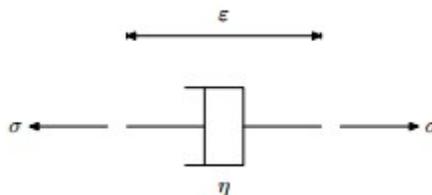


Figura 3.7. Modelo reológico del amortiguador. [10]

Matemáticamente, el modelo reológico del *amortiguador* se puede representar a través de la ecuación 5: [10]

$$\sigma = \eta \dot{\epsilon} \quad (5)$$

Donde:

$\sigma$  = Tensión.

$\eta$  = Viscosidad.

$\dot{\epsilon}$  = Velocidad de deformación con respecto al tiempo.

### 3.3.2. Relajación.

Esta característica fundamental de los materiales viscoelásticos se refiere a la disminución del estado de tensión cuando el material sólido se encuentra sometido a una deformación constante, dicha característica se comprende mejor al analizar el modelo reológico de **Maxwell**, el cual combina en serie un resorte y un amortiguador, tal como se muestra en la figura 3.8. [10]

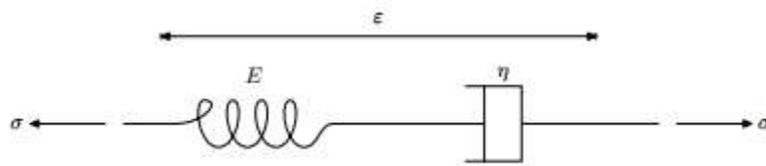


Figura 3.8. Modelo reológico de Maxwell. [10]

Este modelo tiene la característica que cuando la tensión  $\sigma$  se aplica sobre el mismo, es recibida tanto por el resorte como por el amortiguador y en

consecuencia la deformación del conjunto  $\epsilon$  es el resultado de las contribuciones de ambos sistemas, lo anterior se puede expresar mediante la ecuación 6. [10]

$$\dot{\epsilon}(t) = \frac{\dot{\sigma}(t)}{E} + \frac{\sigma(t)}{\eta} \quad (6)$$

Donde:

$\dot{\epsilon}$  = Deformación.

$\sigma$  = Tensión aplicada.

$E$  = Constante de rigidez del resorte.

$\eta$  = Viscosidad del amortiguador.

### 3.3.3. Fluencia

Si un material viscoelástico es sometido a un estado de tensión, su deformación no es constante; al contrario, cambia con el tiempo. En realidad, pareciera que el material fluye, esto como consecuencia que la deformación progresivamente va aumentando como si fuera un fluido. [10]

Para poder entender la característica de la **fluencia** es necesario utilizar el modelo reológico de **Kelvin** o **Kelvin-Voigt**, el cual está compuesto por un resorte y un amortiguador colocados en paralelo, tal y como se muestra en la figura 3.9. [10]

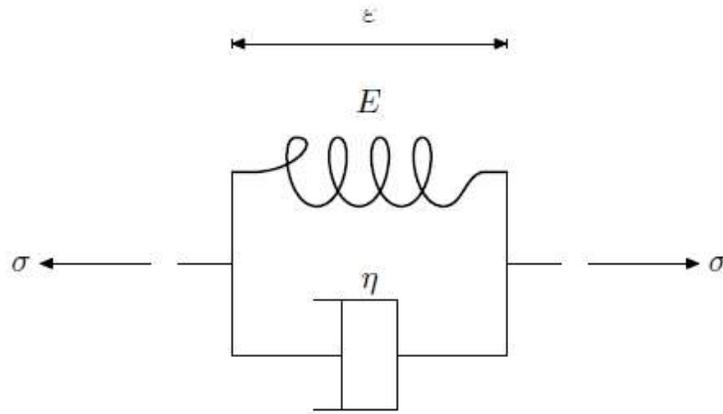


Figura 3.9. Modelo reológico de Kelvin-Voigt. [10]

Cuando se aplica una tensión  $\sigma(t) = \bar{\sigma}$  a un modelo de **Kelvin**, es repartida entre el amortiguador y el resorte de tal forma que se puede verificar la ecuación 7.

$$\bar{\sigma} = E\varepsilon(t) + \eta\dot{\varepsilon}(t) \quad (7)$$

Si aunado se conoce que la deformación del elemento en  $t = 0$  es nula, se integra la ecuación para de esta forma obtener la deformación en todo el instante.

$$\varepsilon(t) = \frac{\bar{\sigma}}{E} \left( 1 - e^{-\frac{E}{\eta}t} \right) \quad (8)$$

Ahora bien, si se define el tiempo de relajación como  $\tau = \eta/E$ , se puede obtener la ecuación 9 de la siguiente manera:

$$\varepsilon(t) = \frac{\bar{\sigma}}{E} \left( 1 - e^{-t/\tau} \right) \quad (9)$$

De esta forma se puede expresar que la deformación en el tiempo inicial es 0 y que se incrementa uniformemente para alcanzar un valor asintótico  $\varepsilon_{\infty} = \frac{\bar{\sigma}}{E}$ , por lo cual toda la tensión recae en el resorte, mientras que el amortiguador permanece sin carga ya que la velocidad de deformación tiende a ser cero. [10]

### 3.3.4 Ecuación constitutiva de los materiales viscoelásticos

Una ecuación constitutiva es utilizada para describir la respuesta de los materiales viscoelásticos a una deformación y ésta puede ser descrita con la ecuación 10.

$$\sigma = \eta \nabla v + G \frac{d}{dt} \nabla \gamma \quad (10)$$

Como se puede observar, dicha ecuación está conformada por dos partes, una que hace referencia a un tensor y otra que hace referencia a la viscosidad; como se sabe, un tensor permite representar de forma matemática muchos fenómenos físicos ya que posee una dirección un sentido y una magnitud; mientras que la viscosidad es de las propiedades más importantes de un fluido, pues es la resistencia que presenta dicho fluido al corte.

## CAPÍTULO 4 LEY DE CONDUCCIÓN DE CALOR

### 4.1 Ley de conducción de orden entero.

La ley de conducción de calor de Fourier establece que “siempre que existe una diferencia de temperaturas entre las partes de un medio, la energía calorífica fluirá desde la región con mayor nivel a la de menor nivel calorífico”[1].

En otras palabras, esta ley nos dice que la energía calorífica que se transfiere por conducción es proporcional a la diferencia de temperatura, así como al área a través de la que se transfiere el calor.

Dicha ley se representa matemáticamente a través de la ecuación No. 11:

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_a) \quad (11)$$

Donde  $k$  es la constante de proporcionalidad o también conocida como conductividad térmica y nos muestra las propiedades conductoras del material; el signo negativo muestra que cuando la temperatura se incrementa la energía calorífica fluirá a las regiones con menor temperatura.

Así mismo el valor de la constante de conductividad térmica va a depender de las características del material que se esté utilizando, así como de las condiciones de la capa límite de la geometría de la superficie, la naturaleza y sobre todo las propiedades termodinámicas del fluido y de transporte.

Actualmente, existen tablas de valores predefinidas para esta constante de conductividad térmica. [12]

Como es conocido, la solución de la ecuación 11, se realiza a través del método de separación de variables; dicho método se desglosa a continuación para una mejor comprensión:

Debemos comenzar agrupando los términos semejantes para poder realizar la integración de los mismos, ecuación 12

$$\int \frac{dT}{T - T_a} = -k \int dt \quad (12)$$

Obteniendo como resultado la ecuación 13.

$$\ln[T - T_a] = -kt + C \quad (13)$$

Se aplica el inverso del logaritmo en ambos términos, tal y como se observa en la ecuación 14.

$$e(\ln[T - T_a]) = e^{-kt} + C \quad (14)$$

De esta forma, se obtiene el resultado que se muestra en la ecuación 15.

$$T - T_a = e^{-kt} C \quad (15)$$

Despejando  $T_a$ , se obtiene el resultado mostrado en la ecuación 16.

$$T = T_a + C e^{-kt} \quad (16)$$

Una vez que se ha hecho todo el procedimiento matemático, se obtiene el resultado que se muestra en la ecuación 17.

$$T = T_a + (T_0 - T_a)e^{-kt} \quad (17)$$

Donde:

- $T_a$  = Temperatura ambiente
- $T_0$  = Temperatura inicial
- $k$  = Coeficiente de conductividad térmica
- $t$  = Tiempo

Es importante mencionar que la temperatura inicial del material es necesario incluirlo debido a que es un factor muy importante para determinar la curva de enfriamiento de los materiales.

## 4.2 Ley de conducción de calor de orden fraccionario.

El uso del cálculo fraccionario como una herramienta para describir fenómenos complejos como la difusión anómala de la transferencia de calor, ha resultado ser de mucha utilidad. Desafortunadamente se ha observado que algunos autores reemplazan de forma puramente matemática la derivada de orden entero por su equivalente fraccionario; sin embargo, desde el punto de vista de la física esto no es posible, ya que se presenta un problema de dimensionalidad [12]

La propuesta de esta investigación consiste en una nueva ecuación de orden fraccionaria de la ley de conducción de calor de Fourier para demostrar si es posible poder obtener un mejor modelamiento del fenómeno en un material viscoelástico con base en la fécula de maíz; dicha propuesta es mostrada en la ecuación 18.

$$\frac{dT}{dt} \rightarrow \frac{1}{\sigma^{\alpha-1}} \frac{d^{\alpha}T}{dt^{\alpha}} \quad (18)$$

Para generar la ecuación 18, se parte de la derivada de orden entero de la ley de conducción de calor de Fourier  $\frac{dT}{dt}$ .

Para poder hacer dicha derivada de orden fraccionario, se hace uso por definición del parámetro  $\alpha$ ; el cual indica que la ecuación es de orden fraccionario, tal y como se muestra en la ecuación 19.

$$\frac{d^\alpha T}{dt^\alpha} = t^{1-\alpha} \frac{dT}{dt} \quad (19)$$

Donde:

$$0 < \alpha < 1$$

Fue necesario introducir el parámetro auxiliar  $\sigma$ , para indicar que se trata de una ecuación de orden fraccionaria, esto como resultado de que la derivada fraccionaria con respecto al tiempo genera un resultado de  $s^{-\alpha}$ ; generando la ecuación que se muestra a continuación.

$$\frac{t^{1-\alpha}}{\sigma^{\alpha-1}} \frac{dT}{dt} = -k (T - T_a) \quad (20)$$

De esta forma, se puede comenzar a integrar por el método de separación de variables, tal como se muestra en la ecuación 21.

$$\int \frac{dT}{T - T_a} = \int -k_\alpha t^{\alpha-1} dt \quad (21)$$

Como resultado de aplicar las diferentes fórmulas de integración, se obtiene la ecuación 22.

$$\ln(T - T_a) = \frac{-k_\alpha t^\alpha}{\alpha} + C \quad (22)$$

Posteriormente, es necesario aplicar el inverso del logaritmo, tal y como se muestra en la ecuación 23.

$$e[\ln(T - T_a)] = e\left(\frac{-k_\alpha t^\alpha}{\alpha}\right) + C \quad (23)$$

Como resultado de haber aplicado el inverso del logaritmo en ambos términos de la ecuación, se obtiene la ecuación 24.

$$T - T_a = C e^{\frac{-k_\alpha t^\alpha}{\alpha}} \quad (24)$$

De la misma manera que la ecuación de orden entero, una vez que se ha hecho todo el procedimiento matemático, se obtiene finalmente la ecuación 25 con la cual se trabajará durante el desarrollo de la investigación:

$$T = T_a + (T_0 - T_a)e^{\frac{-k\sigma^{\alpha-1}t^\alpha}{\alpha}} \quad (25)$$

## CAPÍTULO 5 ARREGLO EXPERIMENTAL

Durante el desarrollo de las pruebas se presentaron diversos obstáculos que se enlistan a continuación:

- Inicialmente se estableció usar un termómetro infrarrojo digital, pero debido a que no se tenía la certeza de la medición en un mismo punto, no representaba una fuente de medición confiable ya que se presentaban variaciones en la medición de hasta 15 %.
- Carencia de información bibliográfica referente a los intervalos de concentración almidón de maíz - agua para generar un material viscoelástico.

Una vez analizados estos obstáculos se tomó la decisión de utilizar termopares; por lo que se fabricaron 2 termopares tipo T para poder medir la temperatura tanto del material viscoelástico como de la placa de hielo.

Así mismo se decidió utilizar el módulo de adquisición de temperatura NI 9162 de National Instruments® para realizar las mediciones de forma automática mediante el desarrollo de un programa informático enlazado a un equipo de cómputo, los cuales serán descritos posteriormente.

Para la comprobación de la hipótesis planteada en esta tesis, se realizaron diversos experimentos mezclando fécula o almidón de maíz con agua de la

red municipal para poder observar el comportamiento de dicha mezcla durante la conducción de calor y graficar los resultados obtenidos los cuales se muestran en el *capítulo 6 Resultados*.

Para la realización de la experimentación se estableció la utilización de los siguientes materiales:

- Fécula de maíz, Maicena ®
- Agua de la red municipal.
- Un bloque de hielo de 20X20 centímetros y de 1.5 kg.
- Recipiente de aluminio, el cual contendrá el material viscoelástico.
- Contenedor de acrílico de 30x30x30 centímetros.
- Módulo NI® USB 9162.
- Termopares tipo T.

Como ya se mencionó anteriormente, se decidió el uso de fécula de maíz, Maicena ®, por su alta utilización dentro de la industria; así como por su bajo costo y su fácil adquisición para las pruebas experimentales.

En la figura No. 5.1, se muestra el diagrama general del arreglo experimental utilizado para este trabajo de investigación.

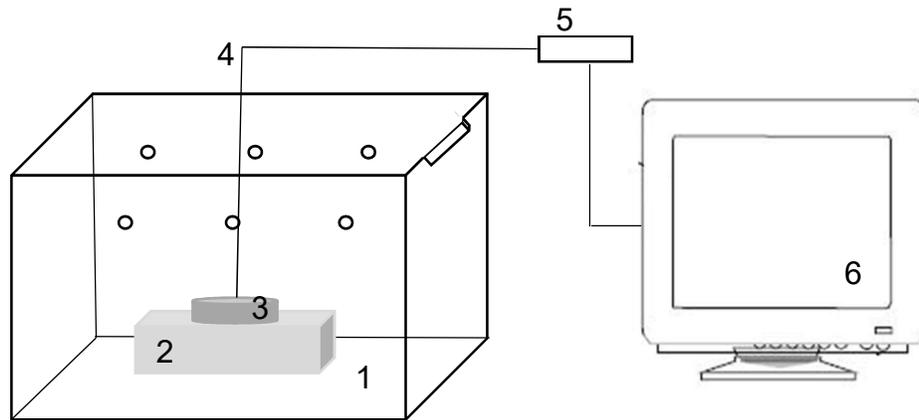


Figura 5.1. Diagrama del arreglo experimental utilizado en el presente trabajo de investigación.

1. Caja de acrílico.
2. Bloque de hielo
3. Contenedor de aluminio.
4. Termopar tipo T
5. Modulo NI USB 9162.
6. Programa de adquisición de datos a través de una computadora.

### 5.1. Contenedor de acrílico

Para la realización de los diferentes experimentos, se decidió utilizar un contenedor de acrílico de 30x30x30 cm, esto con la finalidad de tener un ambiente más controlado que permitiera una lectura más precisa del intercambio de calor entre la mezcla de fécula de maíz y agua de la red municipal con el bloque de hielo; tal y como se muestra en la figura 5.2 y 5.3.



Figura 5.2. Vista frontal de la caja de acrílico.



Figura 5.3. Vista superior de la caja de acrílico.

## 5.2. Contenedor de aluminio.

Para el caso del recipiente que contendría el material viscoelástico, se decidió que fuera de aluminio por sus excelentes propiedades físicas, entre las que destacan: poco peso, precio accesible, excelente resistencia a la corrosión, y una elevada conductividad térmica y eléctrica; dicho recipiente tiene un diámetro de 10 centímetros y una profundidad de 2 centímetros.

En las figuras 5.4 y 5.5 se muestra el contenedor de aluminio utilizado para los diversos experimentos realizados durante el desarrollo del presente trabajo de investigación.



Figura 5.4. Vista superior del contenedor de aluminio.



Figura 5.5. Vista frontal del contenedor de aluminio.

### 5.3. Módulo NI USB 9162

Este módulo mostrado en la figura 5.6, es un dispositivo que permite adquirir las diferentes mediciones de temperaturas a través del uso de termopares, los cuales se conectan al conector removible, con 10 terminales de tornillo, que provee las conexiones para cuatro canales de entrada para termopares.

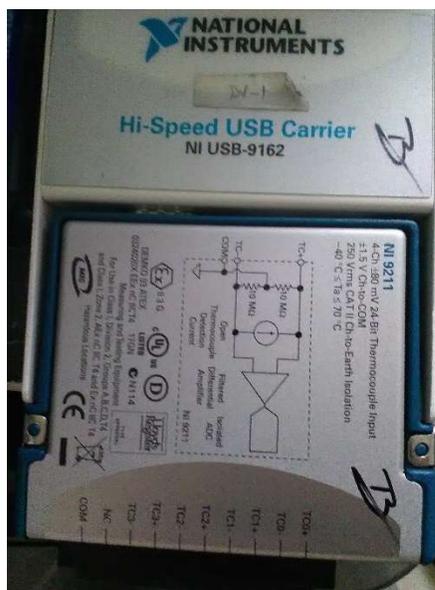


Figura 5.6. Módulo NI USB-9162.

Tiene compatibilidad con termopares tipo J, K, R, S, T, N, E, y B, así mismo cuenta con un canal auto-cero para compensación de desfase.

Cabe mencionar que cada canal posee una terminal la cual se puede conectar el cable positivo del termopar, TC+, y un terminal al cual puede conectar el cable negativo, TC-.

Así mismo también posee una terminal común, COM, el cual está conectado internamente a la tierra aislada de referencia del módulo. En la figura 5.7 se muestran las asignaciones de terminales de cada canal [13].

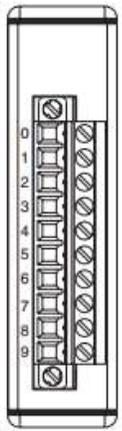
Módulo	Terminal	Señal
	0	AI0+
	1	AI0-
	2	AI1+
	3	AI1-
	4	AI2+
	5	AI2-
	6	AI3+
	7	AI3-
	8	Sin conexión
	9	COM

Figura 5.7. Asignaciones de terminales del módulo NI 9162.

Dicho módulo cuenta con un esquema de conexiones del termopar hacía el módulo de adquisición de datos, el cual se muestra en la figura 5.8. [13]

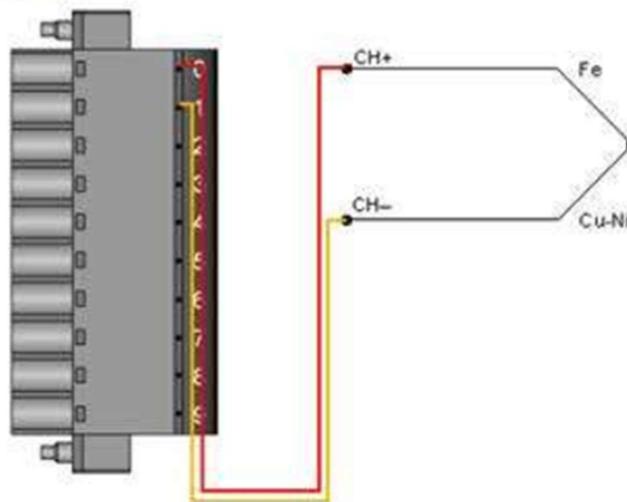


Figura 5.8. Esquema de conexiones del termopar al módulo NI9162.

Para poder adquirir las mediciones de temperatura del material viscoelástico en el módulo NI® 9162 fue necesario realizar por este maestrante un programa en LabView, del cual se muestra en la figura 5.9, que corresponde al diagrama de bloques para la correcta adquisición de datos.

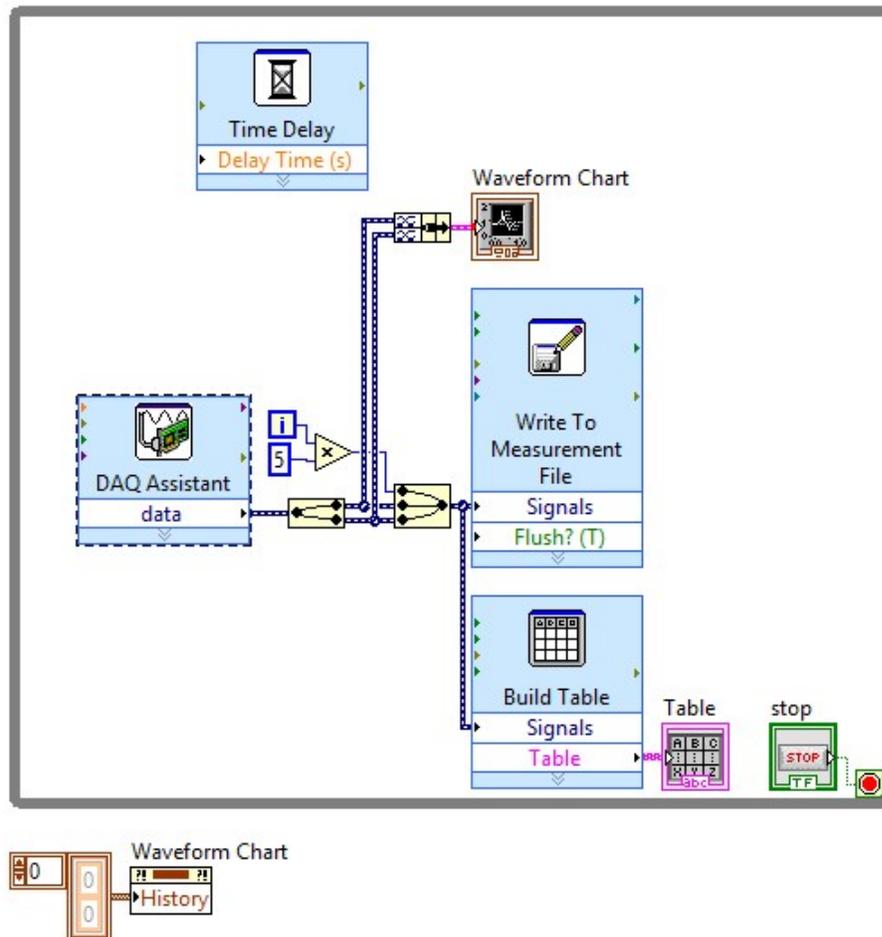


Figura 5.9. Diagrama de bloques para la adquisición de datos en LabView.

Dicho programa fue utilizado para obtener las diferentes mediciones del material viscoelástico durante el proceso de conducción de calor figuras 5.10, 5.11, 5.12 y 5.13, el cual tuvo una duración de 3600 segundos y de esta forma

poder comprobar la hipótesis aquí planteada, tal y como se muestra en las figuras 5.14 y 5.15.



Figura 5.10. Vista a detalle de la toma de medida de temperatura de los diferentes experimentos.



Figura 5.11. Vista frontal de la toma de medida de temperatura de los diferentes experimentos.



Figura 5.12. Vista lateral de la toma de medida de temperatura de los diferentes experimentos.



Figura 5.13. Vista superior de la toma de medida de temperatura de los diferentes experimentos.

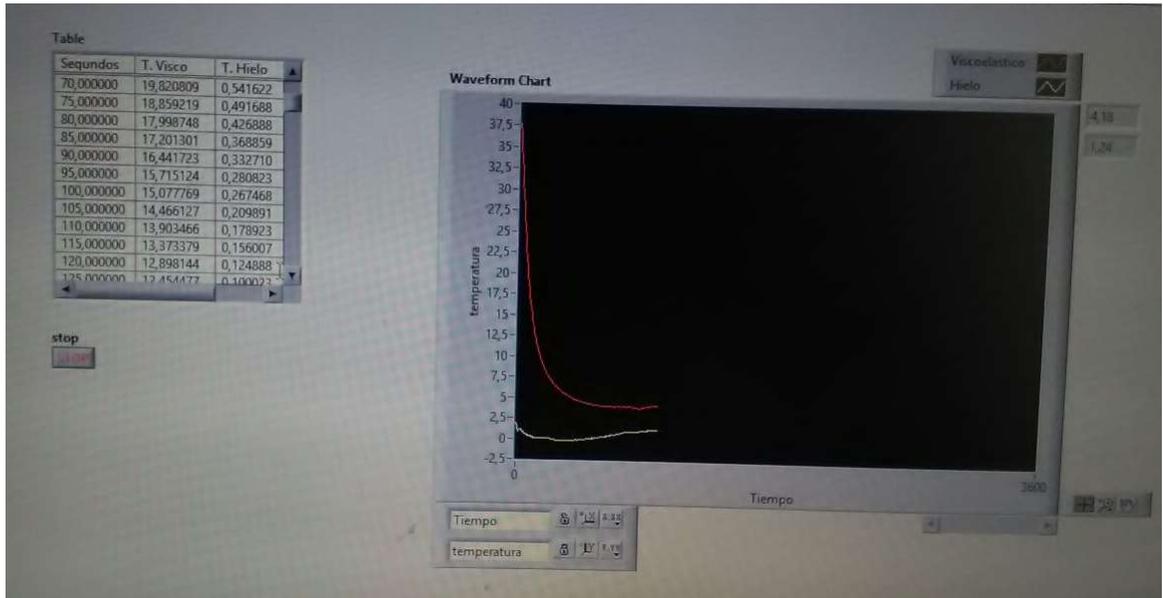


Figura 5.14. Adquisición de datos a través del programa de LabView.

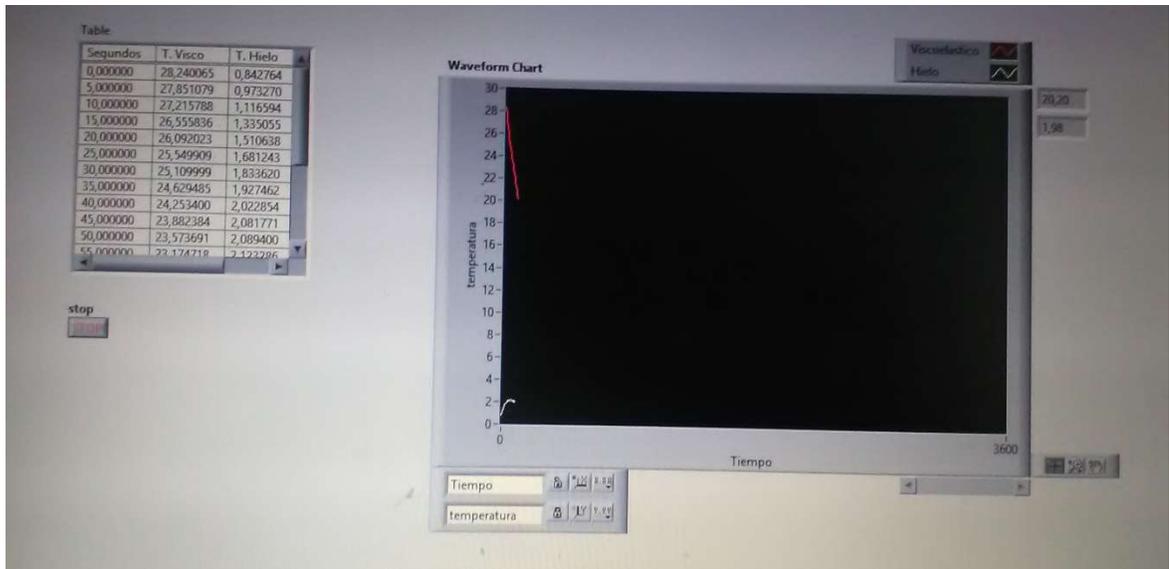


Figura 5.15. Adquisición de datos a través del programa de LabView.

## 5.2 Termopar Tipo T.

Un termopar es un instrumento que permite medir temperatura en diferentes medios, su fabricación consiste en dos metales diferentes, los cuales se encuentran unidos en un extremo, formando una punta; cuando dicha unión del termopar sufre una diferencia de temperatura, ésta se transforma en un voltaje que es correlacionado con una temperatura previamente establecida por convención.

Este tipo de termopares contienen un alambre de cobre como conductor positivo y una aleación de 60% de cobre y 40% de níquel como elemento conductor negativo. Es utilizado normalmente para medir temperaturas de hasta  $-200^{\circ}\text{C}$ . y hasta  $350^{\circ}\text{C}$ , esto debido a que el cobre se oxida violentamente a partir de los  $400^{\circ}\text{C}$ . [14]

Las especificaciones técnicas del termopar tipo T se describen en la tabla 5.1.

Material	intervalo de temperatura	Exactitud	Límite de error
Cobre (+) Constantan (-)	$-200$ a $350^{\circ}\text{C}$	$\pm 1.0^{\circ}\text{C}$	0.75%

Tabla 5.1. Características del Termopar tipo T

### **5.3. Software estadístico Origin Pro 8.0**

Origin® es un software de análisis de datos, el cual es preferido por la mayoría de las entidades académicas y laboratorios gubernamentales de todo el mundo.

Este software ofrece una interfaz gráfica que es muy fácil de usar, la cual combinada con la capacidad de realizar personalizaciones avanzadas proporciona una herramienta muy potente para el análisis estadístico de los datos experimentales. [15]

Debido a esas características antes mencionadas, se decidió utilizar dicho software para realizar los análisis de los datos experimentales obtenidos y las ecuaciones de transferencia de calor de Fourier, tanto de orden entero, como de orden fraccionario

## **CAPÍTULO 6 RESULTADOS**

Se realizaron una serie de pruebas consistentes en mezclar la misma cantidad de fécula de maíz (15 g) y variando los mililitros de agua de la red municipal para obtener diferentes materiales, los cuales serán descritos a continuación; así mismo el análisis de estos resultados del diseño experimental fue realizado a través del uso del software estadístico Origin Pro 8 distribuido por Origin Lab.

Cabe mencionar que la figura representa las temperaturas promedio de las cuatro corridas experimentales realizadas.

### **6.1. Concentrado de las diferentes mezclas.**

La figura 6.1, muestra el resumen de las mezclas realizadas con diferentes concentraciones de fécula de maíz y agua de la red municipal, así como el comportamiento de la curva de enfriamiento generada durante los primeros 600 segundos.

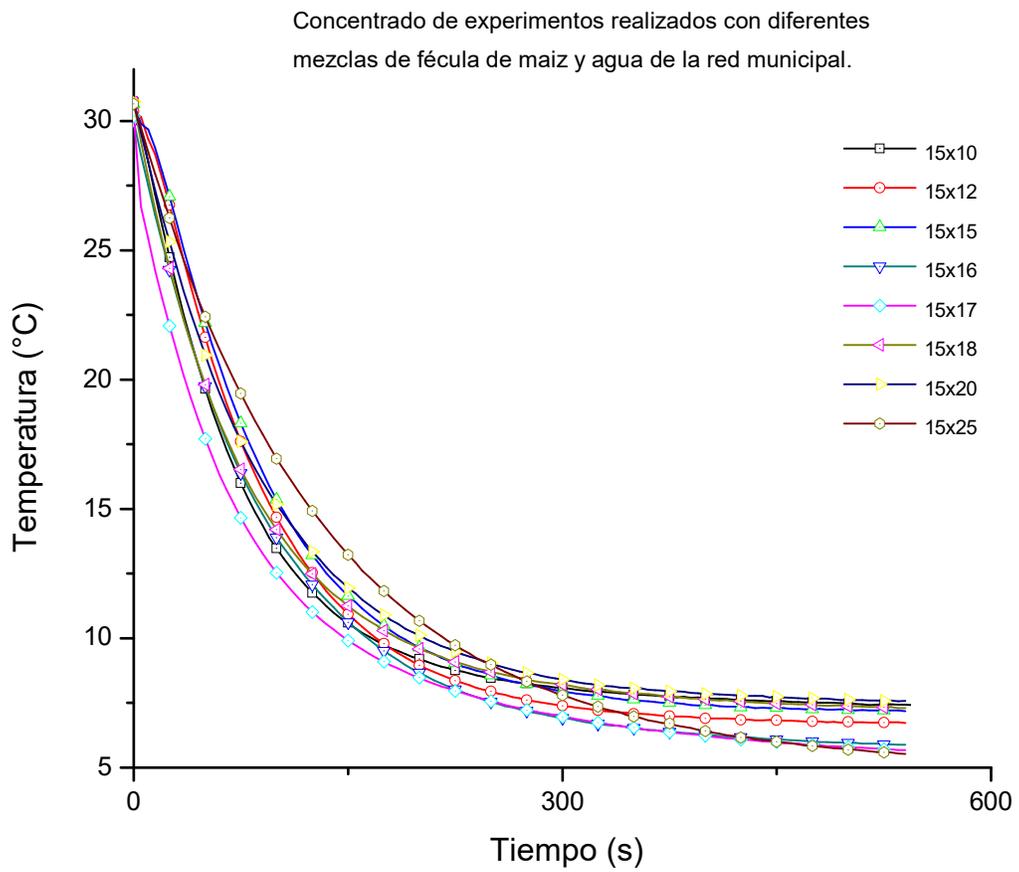


Figura 6.1. Concentrado de las curvas de enfriamiento obtenidas en los diferentes experimentos.

## **6.2. Estado de fase del viscoelástico basado en almidón de maíz.**

Durante el desarrollo de la presente investigación, se procedió a realizar un estudio sobre el cambio de fase que presenta el almidón de maíz cuando es mezclado con agua de la red municipal.

Experimentalmente se comprobó que, para las mezclas realizadas en esta investigación de almidón de maíz con agua de la red municipal, se generaron cuatro estados de fase básicos, los cuales son:

1. Estado arenoso.
2. Estado “Cuasi viscoelástico”
3. Estado Viscoelástico.
4. Estado Líquido.

Así mismo en la figura No. 6.2, se presentan los estados de fase que se generaron al realizar la mezcla de los 15 gramos de fécula de maíz con los diferentes mililitros de agua de la red municipal.

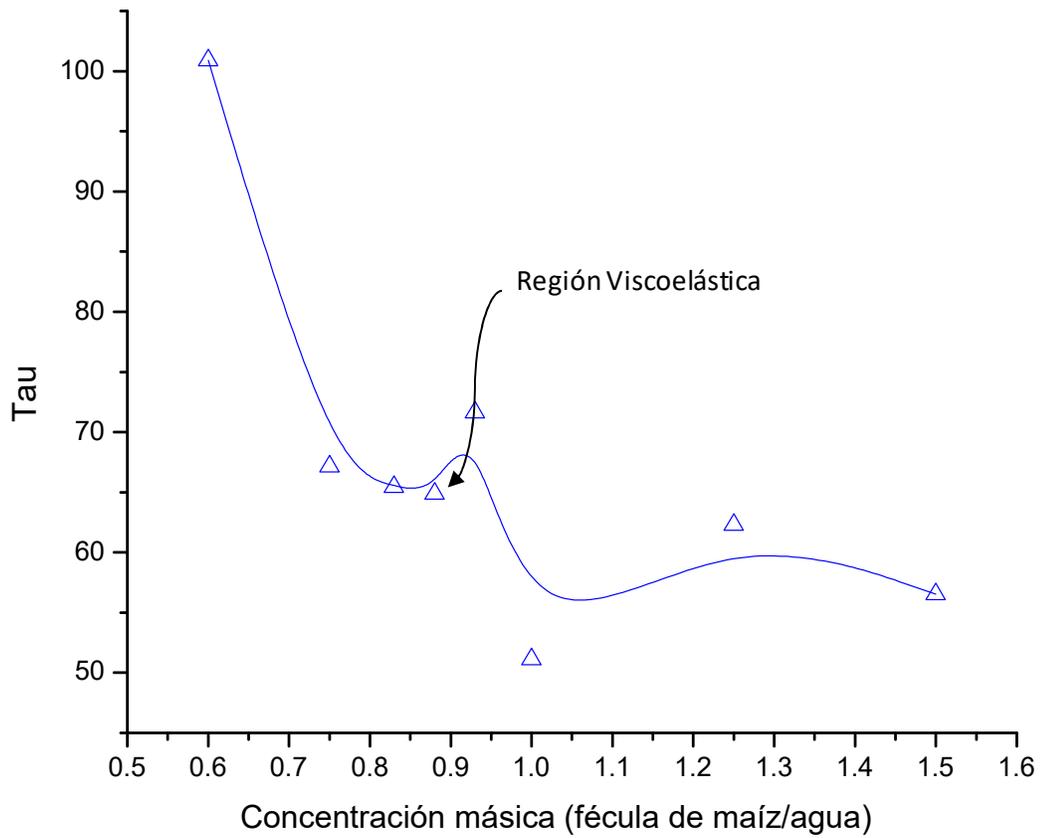


Figura 6.2. Estados de fase de la mezcla de fécula de maíz con agua de la red municipal.

En la figura No. 6.3, se muestra el comportamiento de tres estados de fase de la mezcla del almidón o fécula de maíz con agua de la red municipal; es importante recordar que el agua de la red municipal se calentó a punto de ebullición, así mismo se observa que los cambios de fase presentan un comportamiento complejo característico de este tipo de materiales viscoelásticos.

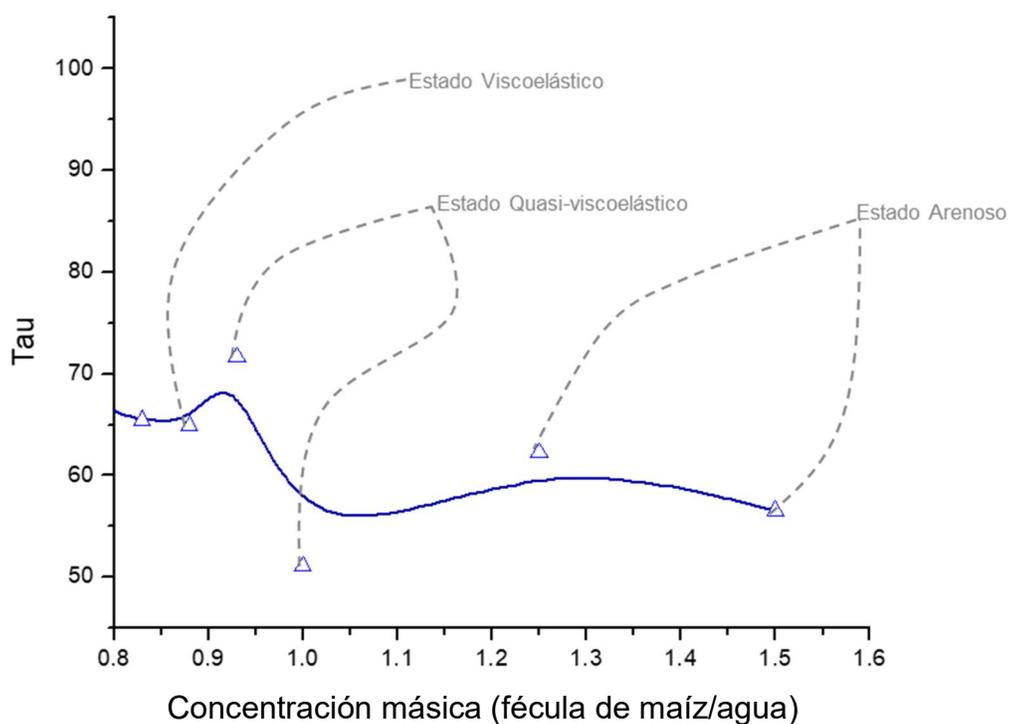


Figura 6.3. Comportamiento de tres estados de fase de la mezcla de almidón de maíz con agua de la red municipal.

Para poder analizar más a detalle el comportamiento del material viscoelástico se procedió a realizar una serie de nuevos experimentos manteniendo como constante los 15 g de fécula de maíz y variando los mililitros de agua de la red municipal, tal y como se muestra en la tabla No.6.1.

15 g/16.1 ml	15 g/16.5 ml	15 g/16.9 ml	15 g/17.3 ml	15 g/17.7 ml
15 g/16.2 ml	15 g/16.6 ml	15 g/17 ml	15 g/17.4 ml	15 g/17.8 ml
15 g/16.3 ml	15 g/16.7 ml	15 g/17.1 ml	15 g/17.5 ml	15 g/17.9 ml
15 g/16.4 ml	15 g/16.8 ml	15 g/17.2 ml	15 g/17.6 ml	15 g/18 ml

Tabla 6.1. Concentrado de mezclas realizadas para obtener material viscoelástico.

En la figura No. 6.4 se muestran el comportamiento de las diferentes mezclas de fécula de maíz y agua de la red municipal realizadas para obtener material viscoelástico. Es decir, se está ampliando la región comprendida entre la concentración másica de 0.84 a 0.92 de la figura anterior. Como se puede observar la tendencia descendente de la variable  $\tau$  desde el estado de fase líquido hacia el estado viscoelástico; dicha tendencia presenta un incremento conforme se acerca al estado de fase “cuasi viscoelástico”.

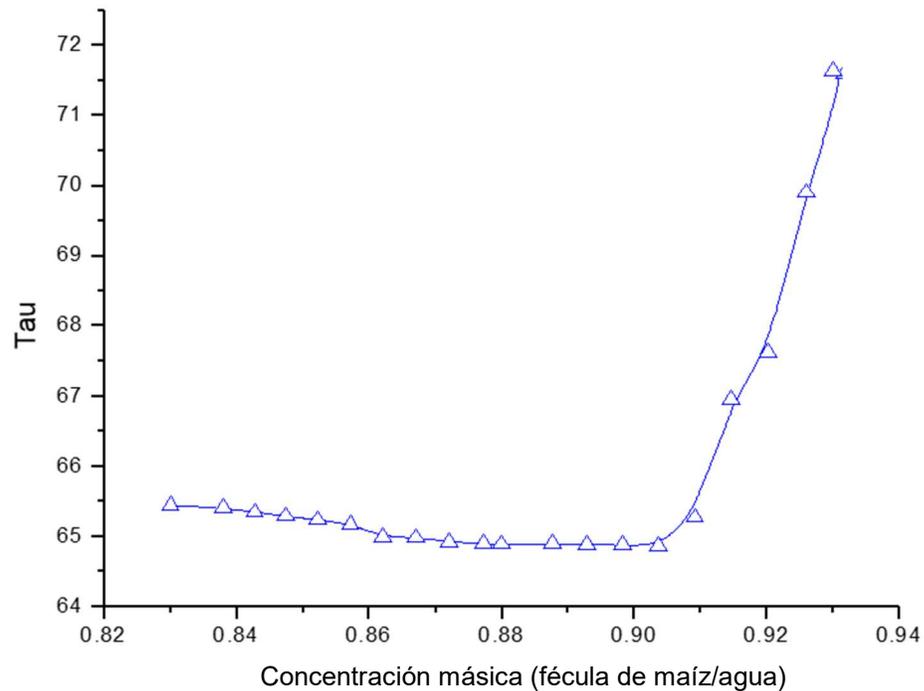


Figura 6.4. Comportamiento de las diferentes mezclas para obtener material viscoelástico.

En la figura No. 6.5 se muestra el detalle de las nueve diferentes mezclas de fécula de maíz con agua de la red municipal, que generaron un material con las características adecuadas de un viscoelástico.

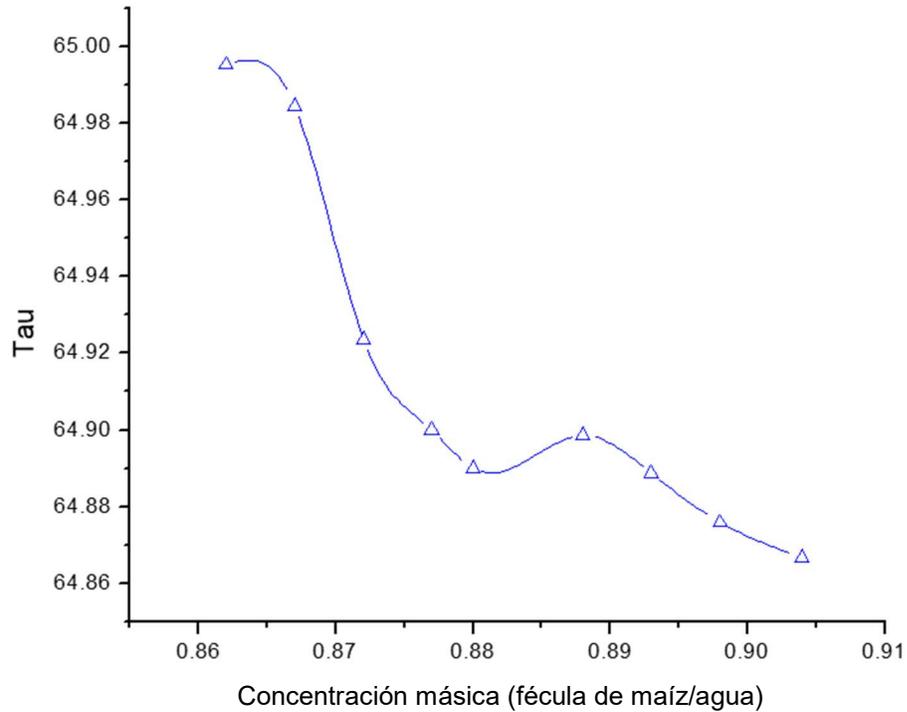


Figura 6.5. Comportamiento de las mezclas de fécula de maíz con agua de la red municipal que generaron un material viscoelástico.

Como se comprobó experimentalmente, la mezcla de 15 g de fécula de maíz con 17 ml de agua de la red municipal, cuya concentración másica es de 0.88, generó el material con las propiedades viscoelásticas más óptimas del conjunto de materiales viscoelásticos obtenidos a través de las diferentes mezclas, así mismo se observa que conforme la mezcla va cambiando de viscoelástica a arenosa existe una caída en el valor de  $\tau$  para incrementarse posteriormente en el estado del material denominado cuasi-viscoelástico.

## **CAPÍTULO 7 CONCLUSIONES.**

La transferencia de calor como se mencionó anteriormente es la parte de la física que pretende pronosticar como se llevará a cabo el intercambio de energía entre diferentes cuerpos derivado de la diferencia de temperaturas, así como será dicha transferencia de calor y la rapidez de la misma.

En este trabajo de investigación se propuso modificar la ecuación diferencial de la ley de Fourier de conducción de calor de orden entero a fraccionario, lo cual se logró de manera satisfactoria como se demostró en el capítulo 4.

De igual forma, el objetivo principal de este trabajo de investigación es comprobar si la ecuación fraccionaria propuesta, que representa la ley de conducción de calor permite modelar con mayor precisión la conducción de calor de un fluido no newtoniano basado en almidón o fécula de maíz.

Para poder realizar dicha comprobación se realizaron ocho experimentos (con cuatro corridas experimentales cada uno) basados en una mezcla de 15 g de fécula de maíz y agua de la red municipal con una variación de 10, 12, 15, 16, 17, 18, 20 y 25 mililitros, así como una temperatura promedio inicial de dicha mezcla de 31°C.

En lo relacionado a los diferentes estados de fase de la fécula o almidón de maíz, se logró generar una figura representado cada uno de los estados de fase que se obtuvieron durante la experimentación, cabe hacer mención que

dicha figura representa la complejidad de un material viscoelástico y su comportamiento durante la transferencia de calor por conducción.

De acuerdo con lo reportado por [12] el uso del cálculo fraccionario permite simplificar el modelado de sistemas complejos como es la transferencia de calor utilizando ecuaciones más simples, así mismo bajo el uso del cálculo fraccionario se puede encontrar una mejor descripción del fenómeno de la transferencia de calor o incluso de fenómenos como el efecto Mpemba [17].

Es importante recalcar que el estudio que presenta [12] en el cual propone una nueva ecuación diferencial fraccionaria que describe la ley de enfriamiento de Newton, muestra resultados basados en simulaciones computacionales sin que se mencione en dicho estudio qué tipo de materiales se consideraron para realizar la simulación antes mencionada; finalmente, es necesario reflexionar que en las áreas de las ciencias básicas no se puede establecer como real una suposición basada en simples simulaciones; siempre será necesario realizar la experimentación basada en el método científico. Lo anterior para poder estar en condiciones de asegurar que lo reportado puede ser validado en cualquier otro momento.

Como resultado de la presente investigación y al comparar los datos experimentales con los simulados a través del software Origin Pro 8 ®; se observó que el enfriamiento de los diferentes materiales (arenosos, casi viscoelásticos, viscoelásticos y líquidos) generados a través de la mezcla de fécula de maíz con agua de la red municipal, se ajustaron en más del 0.99% a la ecuación de conducción de calor de Fourier de orden entero; contrario a lo que algunos autores han expuesto sobre la misma materia en los cuales el

cálculo fraccionario se ha ajustado de manera satisfactoria a la ecuación fraccionaria de la ley de enfriamiento.

Por lo cual se llega a la conclusión, que el modelo matemático propuesto en la presente tesis relacionado con la modificación de la ecuación diferencial de la ley de conducción de calor de Fourier en su orden fraccionario, no se ajusta a los diferentes materiales resultantes de la mezcla de la concentración de fécula de maíz y agua de la red municipal; ya que estos quedan representados completamente, a través de la ecuación de orden entero de la ley de conducción de calor de Fourier.

## CAPÍTULO 8 BIBLIOGRAFIA

- [1] Holman, J.P., 1998, Transferencia de calor, Mc Graw Hill, 1-16.
- [2] R. Khalil, M. Al Horani, A. Yousef, M. Sababheh, 2014 A new definition of fractional derivative, Journal of Computational and Applied Mathematics, Elsevier.
- [3] Portillo-González JI, López-Presa JO, Casco-Flores JA y Gutiérrez-Tapia R.,1995, Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos: La producción de maíz en México. Claridades Agropecuarias, 10: 1-6.
- [4] Bernal L y Martínez BE., 2006, Una nueva visión de la degradación del almidón. Revista del centro de investigación de la Universidad La Salle. 7 (25): 77-90.
- [5] Almidones y desarrollos industriales, ADISA, Nifrastarch 05 B, Sin año, Almidón nativo de maíz. Hoja técnica.
- [6] Almidones mexicanos, S.A. de C.V., 2006, Fécula de maíz. Hoja técnica.
- [7] E. L. Ibarrola, 2009, Introducción a los fluidos No-Newtonianos, Cátedra de Mecánica de los Fluidos- UNCor.
- [8] O. Levenspiel, 1993, Flujo de Fluidos e Intercambio de calor. Reverté.
- [9] G. E. Mase,1978, Mecánica del medio continuo, Mc Graw Hill. 219-241

[10] Romero O. I., 2016, Mecánica de sólidos. Dpto. Ingeniería Mecánica. Universidad Politécnica de Madrid, 137 – 155

[11] R.P. Chhabra et J.F. Richardson, 2008, Non-Newtonian Flow and Applied Rheology BH.

[12] Gómez y Razo, Enero-Abril 2017, Ley de enfriamiento de Newton de orden fraccionario, Revista Investigación y Ciencia de la Universidad de Aguascalientes, 61: 12-18.

[13] National Instruments. USB-9215 Series, SA, User Guide and Specifications.

[14] [http://jesuitaseduca.com/pluginfile.php/3499/mod\\_resource/content/1/Termopares.pdf](http://jesuitaseduca.com/pluginfile.php/3499/mod_resource/content/1/Termopares.pdf) (Septiembre 2016)

[15] <https://www.originlab.com/index.aspx?go=PRODUCTS/Origin> (Mayo 2017)

[16] Monwhea, J., 2006, The Mpemba effect: When can hot water freeze faster than cold? American Journal of Physics, 74(6): 514-522.

[17] Nhan Phan-Thien, 2002, Understanding viscoelasticity. Basis of rheology. Springer.