# Eficiencia de una red neuronal para detectar la transición de fase en sistemas 2D con percolación

## Efficiency of a neural network to detect phase transition in percolating 2D systems

Gustavo Medina-Ángel<sup>1, 2\*</sup> y Gennadiy Burlak<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Centro de Investigación en Ingeniería y Ciencias Aplicadas, Universidad Autónoma del Estado de Morelos. Avenida Universidad 1001, Colonia Chamilpa, Cuernavaca, Morelos, México, C.P. 62209. <sup>2</sup>Facultad de Contaduría, Administración e Informática, Universidad Autónoma del Estado Morelos, Av. Universidad 1001, Col. Chamilpa, Cuernavaca, Morelos, C.P. 62210, México. \*Correo-e: gustavo.isc@hotmail.com

PALABRAS CLAVE: fase, bidimensional, percolación.

RN, transición de Construimos una red neuronal (RN) que simula el efecto de percolación para el caso de sistemas 2D utilizando una red neuronal supervisada. Creamos una base de datos (DB) donde asignamos los valores de los poros con radio aleatorio que componen el sistema bidimensional para entrenar nuestra red, una vez entrenada, la RN fue capaz de detectar si había o no una transición de fase en sistemas 2D con las que se probó nuestra red. Realizamos varias pruebas introduciendo ruido en los radios de los poros en los sistemas de prueba y obtuvimos buenos resultados de predicción cuando el ruido era pequeño, mientras que para ruidos superiores a 0.3 la precisión de predicción tendía a disminuir.

#### **KEYWORDS:** ABSTRACT

RESUMEN

NN, phase transition, twodimensional, percolation

We construct a neural network (NN) that simulates the percolation effect for the case of 2D systems using a supervised neural network. We created a database (DB) where we assigned the values of the pores with random radius that make up the two-dimensional system to train our network, once trained the NN was able to detect whether or not there was a phase transition in 2D systems with which our network was tested. We performed several tests introducing noise at the pore radii in the test systems and obtained good prediction results when the noise was small, whereas for noises greater than 0.3 the prediction accuracy tended to decrease.

• Recibido: 16 de julio 2021 • Aceptado: 11 de marzo 2022 • Publicado en línea: 30 de noviembre 2022

## 1 INTRODUCCIÓN

La filtración en materiales porosos es un fenómeno ampliamente estudiado, comprender la transición de fase asociado directamente a su probabilidad critica (Pc) en dichos materiales tiene gran importancia cuando se trata de optimizar materiales a gran escala, es por ello que el estudio en el ahorro de materiales se vuelve atractiva para investigaciones en el campo de la ingeniería [1,2,3,4]. En este artículo abordaremos el fenómeno de percolación para dimensiones 2D [5], utilizando una red neuronal supervisada [6,7].

La red se entrena con datos de entrada que se generan en una base de datos a partir de soluciones numéricas del fenómeno, para ello utilizamos dos tipos de distribuciones para los radios de los poros que conforman el material; la distribución uniforme y la distribución normal (Gauss), distribuciones analógicas más apegadas al fenómeno de filtración.

Una vez entrenada la red descubrimos que es capaz de predecir correctamente el resultado de percolación para un conjunto de datos prueba [8], aun sin importar que los datos de las pruebas sean diferentes a la de la BD con la que se entrenó la red [9]. Este artículo está organizado en las siguientes secciones: Clústeres y distribuciones en la sección 2, Metodología en la sección 3, Pruebas y resultados en la sección 4 y nuestras conclusiones en la sección 5.

## 2 CLÚSTERES Y DISTRIBUCIONES

Para poder generar clústeres dentro de los sistemas bidimensionales tenemos el enfoque del vecino más cercano en donde un clúster se forma si un poro tiene contacto con otro poro vecino, este enfoque se traduce a medir los radios r de cada poro de tal modo que si sus radios forman una distancia d suficientemente grande para poder unir al menos dos poros, entonces el clúster existe [10] [11]. Para simular el efecto de un clúster dentro del sistema 2D utilizamos la siguiente ecuación:

$$\psi_{ij} = d_{ij} - (r_i + r_j) \tag{1}$$

Donde  $d_{ij}$  es la distancia entre i y j poros, r<sub>i</sub> es el radio del poro i y los índices i, j son las dimensiones x;

y. Por consideraciones geométricas, está claro que  $\psi_{ij} < 0$  i y j son objetos acoplados, de lo contrario,  $\psi_{ij} \ge 0$  los poros están desacoplados.

El enfoque utilizado para crear los radios de los poros está centrado en las distribuciones más comúnmente utilizadas para simular poros de tamaño aleatorio y que frecuentemente son existenciales en la física general de los materiales porosos [11]. Por una parte, tenemos la distribución uniforme que sigue un promedio frecuente para los radios de los poros y la distribución normal o distribución Gaussiana, método con el cual se consiguen radios de tamaño que también son aleatorios pero con una distribución de los radios que van desde los poros más pequeños hasta poros más grandes, pasando por el promedio donde la frecuencia de los radios tiende a generar poros con radios similares [12].

En la Figura 1 podemos observar las distribuciones utilizadas en este trabajo, la Figura 1(a) muestra la distribución uniforme de poros en un sistema 2D, en donde también observamos las agrupaciones de clústeres que están determinados por la ecuación (1), se puede apreciar un color diferente para cada clúster o agrupación de poros en el sistema.

En la Figura 1(b) observamos el histograma de la frecuencia de los tamaños con las que son creados los radios de los poros, cada barra corresponde a un tamaño de radio y la altura de la barra corresponde al número de poros que tienen ese radio.



Programación Matemática y Software (2022) 14(3): 1-9. ISSN: 2007-3283



28

24

22

20

18

16

**Figura 1.** La imagen (a) muestra una distribución uniforme de porosidad en los radios de los poros, se observan también clústeres de poros agrupados y etiquetados con diferente color, en la imagen (b) se observa el histograma para la frecuencias de los radios que se repiten por cada tamaño de radio en el sistema.

Por otra parte, en la Figura 2(a) observamos los clústeres que forman el sistema 2D con un comportamiento o distribución Normal/Gauss donde se observan al igual que la distribución uniforme clústeres con diferentes colores agrupados.

En la Figura 2(b) tenemos el histograma para la distribución normal, misma que tiene la forma típica de distribución en forma de campana, en la que observamos una frecuencia de radios que más se repite en el centro. Cada barra corresponde a un tamaño de radio y la altura de la barra corresponde al número de poros que tienen ese radio.



**Figura 2.** La imagen (a) y (b), muestran lo mismo que en las Figuras 1(a, b) pero con distribución normal (Gauss), para el caso de la imagen (b), observamos un histograma típico en forma de campana Gaussiana.

### **3 METODOLOGÍA**

Para poder generar los datos para entrenar nuestra red neuronal es necesario considerar todo el umbral de porosidad del material [13], es decir desde una probabilidad (p) pequeña, hasta una probabilidad de ocupación total del material, es por ello que generamos numerosos datos para abastecer el espectro completo de nuestro fenómeno, la Figura 3 esquematiza las probabilidades de ocupación en 4 momentos, cuando la probabilidad es muy pequeña con p=0.3, ver Figura

3(a), en la cual observamos poros con radios aleatorios y distribuidos por toda la matriz y alejados uno del otro, en la Figura 3(b) la probabilidad aumenta a p=0.5, podemos distinguir la formación de pequeños clústeres formados por sus poros vecinos, cada clúster formado está etiquetado por un color diferente, en la Figura 3(c) tenemos una matriz con una probabilidad de p=0.62, en la cual observamos clústeres bien definidos con mayor agrupación de poros vecinos, podemos observar que en este punto del espectro para el intervalo p, ya existe un clúster que atraviesa el sistema bidimensional, dicho clúster se encuentra etiquetado de color verde limón. Finalmente tenemos la Figura 3(d) con probabilidad de ocupación de p=0.71 en el cual la mayor parte de los poros están unidos (clúster de color verde olivo) dado que la probabilidad es grande y considerando que la probabilidad critica para sistema bidimensionales es aproximadamente de pc=0.59 [14] para poros con radio fijo, relación que es marcada/trazada por la línea azul de nuestro esquema, en el que podamos darnos cuenta que a partir de p=0.59 comienza a presentarse la transición de fase y los valores de ocupación de la probabilidad P(p) aumentan abruptamente, podemos observar también el comportamiento de la probabilidad cuando los radios de los poros son de tamaño variable, esta relación es señalada por una línea verde con compartimento de zic zac que aumenta mientras avanzamos sobre intervalo ordenado p de nuestro esquema.



**Figura 3.** Muestra las ocupaciones en distribución de porosidad en 4 momentos para matrices bidimensionales  $L \times L$  o  $L^2$ , donde L es la longitud de las laterales de la matriz con valor L=30, dichos momentos tienen una ocupación de probabilidad p=0.3, 0.5, 0.62 y

0.72 para los casos (a-d) de las imágenes en nuestro esquema. Se muestra también el comportamiento de transición de fase con una línea y círculos azules cuando los radios de los poros son uniformes y una línea verde con asterisco cuando los poros en el sistema simulado son de radio aleatorio.

Entendiendo el concepto anterior procedemos a generar los arreglos 2D o matrices que contienen los radios aleatorios con su respectiva distribución, estos datos son generados numéricamente mediante algoritmos independientes de la RN [15,16], cabe mencionar que para este estudio convertimos la matriz a un vector 1D pues es mucho más cómodo para la red leer un vector que una matriz, este procedimiento es reflejado en la Figura 4, donde se muestra la matriz original convertido su vector unidimensional.

		2	D											
0.25	0.71	0	0.56	0.78	0									
0.69	0	0.44	0.37	0	0.8									
0	0.09	0	0.54	0.32	0.11									
0.74	0	0.92	0	0.19	0		$\mathcal{I}$			1D				
0.12	0	0.21	0.61	0	0.32	0.25	0.71	0	0.56	 0.46	0	0.16	0.71	1/0
0	0.38	0.46	0	0.16	0.71									

**Figura 4.** Muestra la matriz con datos de los radios aleatorios que posteriormente se convierte a su forma de vector, se agrega una posición al final del vector para indicar a la red neuronal que para esta ocupación p existe o no una transición de fase.

Como mencionamos anteriormente se necesita estudiar todo el espectro de ocupación p, es por ello que analizamos 1000 casos distribuidos en el intervalo p, iniciando desde un probabilidad mínima con valor p=0.01 hasta un valor de ocupación total de p=1, para numéricos realizamos estos datos el mismo procedimiento de conversión 2D a 1D tal como se muestra en la Figura 5, donde observamos los vectores con tamaño original de L<sup>2</sup>, que van desde una probabilidad p=0.01 hasta p=1 que constituyen la BD de nuestros patrones prueba, entidad que será utilizada para capacitar y entrenar la red neuronal. Dichos vectores se utilizan como entrada para el entrenamiento de la red neuronal supervisada. Los últimos elementos de cada vector 1D (etiqueta de la última columna) tienen valores 0 o 1 dependiendo de la existencia de la transición de fase de filtración en el sistema para la probabilidad dada [17].

(											
	0.25	0	0	0		0.46	0	0	0	0	p=0.01
	0	0.24	0	0.31		0.12	0	0	0.64	0	p=0.02
	0.61	0	0	0.65		0	0.47	0.51	0.85	0	p=0.03
					•						
BD=											
					•						
	0.33	0.15	0.71	0		0.63	0.41	0	0.16	1	p=0.61
	0.21	0.41	0	0.25		0.49	0.55	0.14	0.17	1	p=0.98
	0.44	0.18	0.64	0.37		0.51	0.38	0	0.14	1	p=0.99
	0.44	0.18	0.64	0.37		0.51	0.38	0.22	0.14	1	p=1

**Figura 5.** Se muestran varios vectores (Anteriormente matrices) para cada valor de probabilidad p, formando la base de datos para el entrenamiento de la red neuronal.

Podemos observar de la Figura 5 una BD, constituida por varios vectores con una probabilidad p diferente para cada vector, cuando los valores de p son pequeños, los valores boléanos del último valor del vector es 0 y naturalmente no existe percolación ni transición de fase (debido a bajas aglomeraciones de poros y ausencia de clústeres) pero conforme los valores de p incrementan los valores boléanos de la última columna tienen un valor de 1, ya que para valores altos de probabilidad p y por arriba del valor 0.59 existen más clústeres que pueden atravesar la matriz bidimensional y generar percolación.

El número de neuronas en la capa de entrada de nuestra red neuronal es de IL (Input de L) y depende del tamaño L de la matriz, para sistemas con arreglos cuadros los valores de entrada fueron de L=30, 32, 34, 36, 38 y 40 (rango de tamaños de rejillas estudiados en este trabajo) esto se traduce a IL= 900, 1024, 1156, 1296, 1444 y 1600 respectivamente, con una neurona binaria en la capa de salida.

### **4 PRUEBAS Y RESULTADOS**

### 4.1 EXPECTATIVA VS PREDICCIÓN

Una vez entrenada la red neuronal realizamos algunas pruebas probando los datos de los resultados reales con el resultado de la predicción de la red neuronal, si la red neuronal está bien entrenada los datos predichos deberían de ser iguales a los datos de la prueba maestra, cuando no existe ruido (conocida como amplitud de noise) que alteren los resultados. Cuando hablamos de ruido nos referimos a una pequeña desviación en los datos generados para las pruebas aleatorias (En nuestro caso el ruido lo aplicamos a los radios de los poros). En la figura 6 se muestra el resultado de la predicción de la red para la distribución uniforme, cuando el sistema de prueba tiene un ruido o defecto en sus radios de 0.1, se realizaron un número total de pruebas de n=20 y para cada una de ellas la expectativa (datos numéricos reales) con el cálculo de la predicción (etiquetadas como Exp/Pred) de nuestra red neuronal son idénticas, no así cuando el ruido incrementa como en el caso de la figura 7, donde aplicamos un nivel de ruido mayor de 0.5 observamos que la red tienen un fallo en sus predicciones cuando se prueba 20 iteraciones. Los puntos morados con línea azul representan las corridas de la expectativa (expec), mientras que los puntos verdes con línea roja presentan la predicción (pred) calculada de nuestra red neuronal, claramente vemos que para la figura 7 existe una desalineación entre la expectativa y la predicción cerca de la iteración n=4.

#### Figura 6. Pruebas de la red neuronal posteriormente



a su entrenamiento con la base de datos, las pruebas realizadas incluyen un nivel de ruido pequeño incorporado al radio r de 0.1 y todas las predicciones de la red neuronal coinciden con la expectativa (Donde n es el número de iteración).



**Figura 7.** Tenemos lo mismo que en la Figura 6, pero con un ruido de 0.5, más grande al de la prueba anterior, observamos que para este ruido, la predicción de nuestra red neuronal comete errores en su exactitud para predecir los resultados.

Como podemos darnos cuenta el valor del ruido afecta a las predicciones de nuestra red neuronal, esto despierta nuestra inquietud para estudiar el efecto que produce para diferentes niveles de ruido y el efecto que tiene en las predicciones de nuestra red neuronal cuando la Amplitud de Noise o ruido aumenta. Para dar respuesta a nuestra inquietud estudiamos un rango de ruido que va desde el valor 10<sup>-1</sup>, aproximadamente de 0.1 hasta un valor exagerado de  $10(10^1)$  con el fin de observar el fenómeno producido utilizando una distribución uniforme con tamaños de rejilla L=30 Los resultados de estas pruebas los podemos observar en la figura 8, en donde podemos darnos cuenta que a partir del valor 0.3 los valores de predicción son muy buenos, pero después de este punto nuestra red neuronal comienza a cometer errores en su exactitud de predicción y mientras la amplitud de Noise crece la exactitud de predicción decae.



**Figura 8.** Amplitud del ruido vs la precisión de la red neuronal con respecto a su predicción. Observamos que esta red soporta ruidos menores o iguales a 0.3, después la eficiencia de la red decrece si el ruido aumenta. La flecha con el valor 0.3 indica el límite de la eficiencia de la red. La etiqueta accuracy indica el nivel de precisión mientras que L=30 es el tamaño de la matriz 2D de percolación en la cual se aplicaron las pruebas

### 4.2 AMPLITUD DE NOISE, RUIDO EN LOS RADIOS DE LOS POROS

Es interesante ver como el ruido aplicado a los radios de los poros en los sistemas 2D afecta la predicción de la red neuronal cuando el tamaño de la matriz es de L=30, es por eso que también nos dimos a la tarea de investigar afectaciones de ruido para otros tamaños de rejilla. Estudiamos los tamaños de rejilla para dimensiones L=30, 32, 34, 36, 38 y 40 con distribuciones uniformes, y nos dimos cuentas que el comportamiento para este rango de rejillas aplicando un incremento de ruido (Amplitud de noise) el grupo de rejillas con tamaño L también se ven afectadas en su mayoría cuando el ruido sobrepasa el valor de 0.3, mientras que otras rejillas como lo es el del valor de L=34 soporta un ruido mayor a 0.4. Otra rejilla con comportamiento distinto al de la mayoría es el de tamaño L=38, que sube su precisión de predicción con un ruido más grande después de haber disminuidos su exactitud con ruidos más pequeños, comportamiento que comparte también la rejilla con tamaño L=36, sin embargo, todos los sistemas incluso aquellas que bajaron y subieron al final tienden a decaer mientras el ruido se vuelve más grande. En la figura 9 podemos ver la relación antes mencionada, del lado derecho podemos observar un zoom del recuadro naranja de la imagen izquierda, en donde se aprecian los detalles y los cambios para cada punto de ruido calculado.



**Figura 9.** Precisión de la red neuronal para una amplitud de ruido de 0.1 a 20 que se muestran en recuadro del lado izquierdo, se registra la eficiencia de la red para varios tamaños L de la rejilla del sistema con distribución de poros uniformes, se observan fluctuaciones de precisión que bajan y suben, pero al final tienden a caer mientras el ruido aumenta. La imagen del lado derecho es una ampliación en modo zoom del recuadro naranja de la imagen izquierda, en donde se aprecian con mejor detalle los cambios de precisión de precisión de la red por cada rejilla. La etiqueta accuracy indica el nivel de precisión mientras que la etiqueta Amp-noise alude al ruido que se aplica a los radios de los poros.

Como podemos darnos cuenta existen pequeñas diferencias para cada tamaño de rejilla, pero tras aumentar el ruido en los radios de los poros naturalmente la precisión de la red es forzada a disminuir, esto para el caso de distribuciones uniformes. Realizamos las mismas pruebas para distribuciones normales con los mismos tamaños de rejilla que en la distribución uniforme y observamos que también existen pequeñas variaciones en la precisión de las predicciones de la red neuronal, para este ejemplo podemos observar que la mayor parte de las rejillas tiene una precisión de predicción promedio cuando el valor del ruido es cercano a 0.3, exceptuando el valor de la rejilla L=36 que tiene una falla más temprana a comparación de los demás casos.



**Figura 10**. Muestra lo mismo que en la figura 9, pero con distribución normal en sus poros. La tendencia para esta grafica es frecuente para la mayor parte de las rejillas donde la mayoría de los casos tiene una precisión de predicción muy buena cuando el valor del ruido es igual o menor a 0.3.

### **5 CONCLUSIONES Y TRABAJO A FUTURO**

La red neuronal entrenada mostro ser eficiente para el cálculo de la predicción de transición de fase para sistemas en 2 dimensiones, los cálculos de predicción fueron precisos cuando el ruido conocido como amplitud de noise que se aplicó a los radios de los poros no sobrepasaba el valor de 0.3, para los casos mayores a este valor la precisión de la red neuronal tiende a disminuir. En este trabajo se abordó el caso para sistemas 2D, no obstante, los sistemas de filtración complejos existentes en la naturaleza en su mayoría son en 3 dimensiones, si bien este estudio logra un gran avance en el estudio del fenómeno de percolación utilizando redes neuronales, se tiene la intención de trabajar y escalar este trajo a sistemas de 3 dimensiones con tamaños de rejilla grandes como se muestra en la Figura 11.



**Figura 11.** Sistema 3D de percolación con un color diferente para cada clúster con distribución uniforme, el tamaño del sistema es de L= $40 \times L=45$ , no investigados hasta el momento.

### AGRADECIMIENTOS

This work was supported in part by CONACYT México under the grant No. A1-S-9201 and No. A1-S-8793.G. M-A recognizes scholarship granted by CONACyT-Mexico under the EPC call (2022).

### REFERENCIAS

- [1] Del Coso, R., Requejo-Isidro, J., Solis, J., Gonzalo, J., Afonso C.N. Third order nonlinear optical susceptibility of Cu: Al 2 O 3 nanocomposites: from spherical nanoparticles to the percolation threshold. *Journal of applied physics*. 2004, 95(5), 2755-2762.
- [2] Medina, G., Calderón, Y.Y., Burlak, G., Hernández, J. A. Study of the critical probability of percolation in a 3D system with pores of random radius for variable grids. *Revista Mexicana de Física*. 2020, 66(3), 315-321.
- [3] Li, J., Kim, J.K. Percolation threshold of conducting polymer composites containing 3D randomly distributed graphite nanoplatelets. *Composites science and technology*. 2007, 67(10), 2114-2120.
- [4] Davis, S., Trapman, P., Leirs, H., Begon, M., Heesterbeek, J A.P. The abundance threshold for plague as a critical percolation phenomenon. *Nature*. 2008, 454(7204), 634-637.
- [5] S. Nakaya and K. Nakamura, "Percolation conditions in fractured hard rocks: A numerical approach using the three-dimensional binary fractal fracture network (3D BFFN) model. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*. 2007, *112*(B12).
- [6] Li, L., Yang, Y., Zhang, D., Ye, Z.G., Jesse, S., Kalinin, S.V., Vasudevan, R.K. Machine learning–enabled identification of material phase transitions based on experimental data: Exploring collective dynamics in ferroelectric relaxors. *Science advances*. 2018, 4(3), eaap8672.
- [7] Carrasquilla, J., Melko, R.G. Machine learning phases of matter. *Nature Physics*. 2017, 13(5), 431-434

- [8] Tanaka, A., Tomiya, A. Detection of phase transition via convolutional neural networks. *Journal of the Physical Society of Japan.* 2017, 86(6), 063001.
- [9] Burlak G. Evaluation of the spectrum of a quantum system using machine learning based on incomplete information about the wavefunctions. *Applied Physics Letters*. 2020, 116(2), 024101.
- [10] Salvail, J.Z., Agnew, M., Johnson, A.S., Bolduc, E., Leach, J., Boyd, R.W. Full characterization of polarization states of light via direct measurement. *Nature Photonics*. 2013, 7(4), 316-321, 2013.
- [11] Burlak, G., Calderón-Segura, Y. Percolation andlasing in real 3D crystals with inhomogeneous distributed random pores. *Physica B*. 2014, 453, 8-13.
- [12] Burlak, G., Medina-Ángel, G. Applications of a neural network to detect the percolating transitions in a system with variable radius of defects. *chaos*. 2020, 30(8), 083145.
- [13] Vogel, K., & Risken, H. Determination of quasiprobability distributions in terms of probability distributions. *Physical Review A*. 1989, 40(5), 2847.
- [14] Grimmett, G. The random-cluster model. In: *Probability on discrete structures*. Berlin: Springer, 1999.
- [15] Cunillera, A., Soriano, M.C., Fischer, I. Crosspredicting the dynamics of an optically injected single-mode semiconductor laser using reservoir computing. *Chaos.* 2019, 29(11), 113113.
- [16] Burlak, G., Rubo, Y.G. Mirrorless lasing from light emitters in percolating clusters. *Physical Review A*. 2015, 92(1), 013812.
- [17] Kelleher, J.D., Mac Namee, B., D'arcy, A. Fundamentals of Machine Learning for Predictive Data Analytics: Algorithms, Worked Examples, and Case Studies: The MIT Press, 2020.

### Acerca de los autores



**Gennadiy Burlak.** El Dr. Gennadiy Burlak ha trabajado como catedrático en la Universidad Nacional de Kiev (KNU), en el Departamento de Física Teórica. Tiene los grados de doctor en: Ph. D. y D. of Sc.

Desde 1998 y es Profesor-Investigador Titular "C" del Centro de Investigaciones en Ingeniería y Ciencias Aplicadas (CIICAp) de la Universidad Autónoma del Estado de Morelos (UAEM). Es miembro del SIN desde 2000 y actualmente tiene el nivel III.

El Dr. Burlak es autor y coautor de cuatro libros y más de 160 artículos en revistas internacionales. Ha participado en más de 170 ponencias en Congresos Nacionales e Internacionales. Bajo de su dirección se han graduado: 16 tesis de doctorado, maestría y licenciatura. Ha impartido cursos de electromagnetismo, ecuaciones derivadas parciales y métodos numéricos en el posgrado y licenciatura del CIICAp de la UAEM.

Es miembro de la Academia de Ciencias de Morelos (ACMOR) de American Physical Society. Se ha desempeñado como evaluador, árbitro del CONACyT y como referí de varias revistas internacionales como lo son: Physical Review Letters., Physical Review A, B, E, entre otros.

Sus temas principales de investigación son: Microesféricas multicapas, Optimización de radiación óptica en nanoestructuras, Dinámica no-lineal del Bose-Einstein condénsate, Aplicaciones de redes neuronales en física cuántica y transición de fases en sistemas sólidos.



### Gustavo Medina Ángel.

El Dr. Gustavo Medina Ángel, En 2008 estudio la Ingeniería en Sistemas Computacionales, egresado de Instituto Tecnológico de Zacatepec, en el 2016 se tituló como Maestro en Ingeniería y Ciencias Aplicadas de la Universidad

Autónoma del Estado de Morelos y en el año 2020 obtuvo el título de Doctor en Ingeniería y Ciencias Aplicadas en la misma institución.

Actualmente es docente de la Facultad de Contaduría, Administración e Informática, así como en la escuela de Estudios Superiores de Mazatepec. Es desarrollador de Software Independiente, ha impartido programación avanzada talleres de en Java. Programación en Arduino y programación móvil. Ha publicado artículos nacionales e internacionales y se ha desempeñado como árbitro en revistas científicas. Las líneas de investigación a las que se dedica son; la simulación de fenómenos físicos, los métodos numéricos aplicados a la computación, la optimización de procesos y el procesamiento digital de imágenes.