



Universidad Autónoma del Estado de Morelos

Instituto de Investigación en Ciencias Básicas y Aplicadas

Centro de Investigación en Ciencias

Sincronización de fase de cintas
giratorias de alcanfor

T E S I S

PARA OBTENER EL GRADO DE:

Licenciatura en Ciencias con área terminal en Física

P R E S E N T A :

Santiago Piñón Juárez

DIRECTOR DE TESIS:

Dr. Marco Antonio Rivera Islas

Cuernavaca, Morelos, 2023.



Datos del alumno

Santiago
Piñón Juárez
7777875708
Universidad Autónoma del Estado de Morelos
Centro de Investigación en Ciencias
Licenciatura en Ciencias con área terminal en Física
10003155

Datos del vocal

Dr.
Marco Antonio
Rivera Islas

Datos del presidente

Dr.
Joaquín
Escalona Segura

Datos del secretario

Dr.
Raúl
Salgado García

Datos del suplente 1

Dra.
Elizeth
Ramírez Álvarez

Datos del suplente 2

Dr.
Gustavo
Martínez Mekler

Datos del trabajo escrito

Sincronización de fase de cintas giratorias de alcanfor
74 p.
2023

Agradecimientos

Agradezco el inmenso apoyo y tiempo por parte del Dr. Marco Rivera, a mis compañeros de laboratorio, a mi comité revisor y a CONACyT a través del proyecto de investigación (CF-140606), por el apoyo durante este proyecto.

Dedicatoria

A mis padres, a mi hermana y amigos más cercanos, por siempre haberme apoyado
y escuchado más de lo que jamás pudiese haberles pedido.

Resumen

- Título:** Sincronización de fase de cintas giratorias de alcanfor.
- Autor:** Santiago Piñón Juárez.
- Asesor:** Dr. Marco Antonio Rivera Islas.
- Programa:** Licenciatura en Ciencias con área terminal en Física.
- Institución:** Instituto de Investigación en Ciencias Básicas y Aplicadas, UAEM.

En esta Tesis de Licenciatura se presentan resultados experimentales (y numéricos) sobre la sincronización de fase de dinámicas *explosivas* para un sistema de dos cintas de papel impregnadas de alcanfor (rotores) que giran sobre una superficie de agua. Dichas dinámicas son características de un oscilador de relajación (Sección 2.2), que se consiguen bajo ciertos parámetros propios del sistema experimental. El trabajo se divide en dos partes principales: la primera consiste en la recreación del sistema experimental base; y la segunda parte se enfoca en el análisis cualitativo y cuantitativo de las dinámicas de dos rotores y las diferentes regiones de sincronización observadas. Construido completamente en nuestras instalaciones de laboratorio, el sistema experimental descrito de manera general consiste en un gabinete cerrado dentro del cual se instala un recipiente con agua que contiene los rotores de alcanfor. Para efecto del análisis de imágenes/datos se monta una cámara de video que sirve para observar al sistema sin contaminarlo y/o perturbarlo. Las series de datos obtenidas de los videos se analizan posteriormente con software especializado para detectar indicios de la presencia del fenómeno de sincronización considerando diferentes intensidades en el acoplamiento de las unidades oscilatorias.

Finalmente, se proponen enfoques futuros del sistema, tales como la sincronización caótica y posibles implicaciones de la similitud entre la serie de tiempo del sistema experimental y un potencial de acción neuronal.

Índice general

1. Introducción	1
2. Sistemas dinámicos	4
2.1. Osciladores autosostenibles	5
2.2. Osciladores de relajación	7
2.2.1. Dinámicas excitables	7
2.2.2. Potencial de acción de una neurona y fase de un <i>tren de disparos</i>	9
2.3. Sincronización	12
2.3.1. Sincronización de fase	12
2.3.2. Sincronización de orden superior $n:m$ (entrainment)	15
2.3.3. Experimentos <i>pasivos</i> y <i>activos</i>	18
3. Autopropulsión inducida por tensoactivos	20
3.1. Tensión superficial y efecto Marangoni	21
3.2. Alcanfor en sistemas autopropulsados	22
4. Sistema experimental	27
4.1. Entorno	28
4.2. Software y su funcionalidad	30
4.3. Protocolo experimental	32
4.3.1. Un rotor en una superficie acuosa	33
4.3.2. Dos rotores en una superficie acuosa	34

5. Análisis y resultados	36
5.1. Procesamiento de video y serie de tiempo	37
5.1.1. Construcción de la serie de tiempo	37
5.2. Serie de tiempo de una cinta de alcanfor	41
5.2.1. Velocidad tangencial de un rotor	41
5.2.2. Tren de disparos (spiketrain) de un rotor	43
5.3. Indicios de sincronización entre dos rotores	46
5.3.1. <i>Plateaus</i> en la diferencia de fase $\varphi_{n,m}(t)$	48
6. Conclusiones	59
Referencias	61

Capítulo 1

Introducción

La palabra *sincronización* fue usada por primera vez por el físico holandés Christiaan Huygens en el año 1665 en una carta a su padre. Debido a una enfermedad, Huygens tuvo que pasar algunos meses en cama, y fue durante este tiempo que inventó el reloj de péndulo y observó que al colgar dos de estos en la pared (estando cerca uno del otro), el movimiento de cada péndulo se volvía idéntico después de cierto tiempo, lo cual sucedía incluso después de perturbar uno de los péndulos de los relojes. Fue hasta siglos después que la comunidad científica se adentró en el estudio del fenómeno de sincronización, el cual se interpreta como un ajuste en los ritmos de cada sistema debido a la interacción que existe entre ellos, la cual se conoce como acoplamiento [1].

Esta rama (sistemas dinámicos) tomó importancia por la necesidad de estudiar algunos artefactos u osciladores mecánicos o electrónicos hechos por el hombre, y su conexión con fenómenos más complejos que han sido observados en la naturaleza. En las últimas décadas, el foco de estudio de esta área de la física han sido los sistemas biológicos [2-6], físicos [7-8] y químicos [9-10], que presentan dinámicas oscilatorias en las que se han descubierto indicios de diversos tipos de sincronización. Dentro del contexto del estudio de sistemas oscilatorios, el estudio de la sincronización de

osciladores caóticos y sus aplicaciones en problemas de comunicaciones impulsó aún más el estudio de este tipo de fenómenos [11].

Experimentalmente podemos encontrar *osciladores* en un gran conjunto de sistemas, que, por lo general, consisten en osciladores que interactúan hasta cierto grado a través del medio en el que se encuentran. A pesar de que estas interacciones pudieran ser débiles, las unidades oscilatorias logran interactuar, lo que les permite en ciertas situaciones ajustar su ritmo con el de los demás elementos que lo rodean. La gran mayoría de los sistemas oscilatorios que ocurren en la naturaleza se les conoce en física como *activos*, lo que significa que tienen una fuente de energía interna que es convertida en movimientos rítmicos, los cuales están determinados por completo por los parámetros internos del sistema. Una característica importante que tienen estos osciladores es su habilidad de sincronizarse, ya sea unidireccional o bidireccionalmente con otro sistema, la primera siendo el caso de sincronización mediante un forzamiento externo, no influenciado por el oscilador receptor de la información; y el segundo caso se refiere a un acoplamiento mutuo, en donde no hay un par *maestro-esclavo*, sino que hay un intercambio de señales de ambas partes.

De manera general, los sistemas oscilatorios autosostenibles que ocurren en la naturaleza en sistemas biológicos, químicos y físicos pueden contener múltiples componentes armónicas, en el espectro de Fourier, ya sea que hablemos de sistemas periódicos o más complejos (como los caóticos) por lo que el perfil de onda resulta bastante más complejo que una señal senoidal simple. Un caso particular son las neuronas, en las que el perfil de las dinámicas que producen se le conoce como *potencial de acción*, dinámicas que en inglés toman el nombre de *bursting dynamics* (dinámicas de metralla), las cuales se caracterizan por asemejarse a *pulsos* temporales. El estudio de los sistemas dinámicos nos permite emular y modelar sistemas complejos como el antes mencionado, haciendo uso de modelos matemáticos

y sistemas experimentales más *sencillos* que el sistema original. Uno de los retos en el estudio de sincronización es probar la existencia de indicios del fenómeno de sincronización en dichos sistemas experimentales que producen dinámicas tipo *bursting*; se ha encontrado una gran cantidad de evidencia que respalda que la *sincronización neuronal* está altamente relacionada con la cognición. [18-19]

En este trabajo de tesis, sección por sección se ahonda en cada uno de los temas y herramientas necesarias para entender el funcionamiento y análisis del sistema experimental. Los capítulos 2 y 3 plantean la teoría y el contexto histórico detrás de los indicios de sincronización observados en osciladores de relajación autopropulsados. En el capítulo 4 se describe con detalle el sistema experimental y el protocolo utilizado para las mediciones. En el capítulo 5 se muestra a detalle un análisis de los resultados obtenidos para el procesamiento de imágenes; y finalmente en el capítulo 6 se presenta la correspondiente discusión, conclusiones y las perspectivas derivadas de la presente investigación.

Capítulo 2

Sistemas dinámicos

El estudio de los sistemas dinámicos nos permite analizar modelos matemáticos y sistemas experimentales que exhiben dinámicas simples y complejas, lo cual nos permite mejorar nuestro entendimiento sobre la manera en como éstas interactúan. La primera sección de este capítulo plantea una parte fundamental en el estudio de sincronización: el oscilador autosostenible. La segunda sección se enfoca en las dinámicas de los osciladores de relajación y ejemplos importantes en donde podemos encontrarlos. Finalmente, en la tercera sección de este capítulo se plantean herramientas matemáticas que nos ayudan a identificar y confirmar indicios de sincronización, principalmente en los osciladores que se mencionan en la segunda sección.

2.1 Osciladores autosostenibles

En el estudio de sistemas dinámicos, existe una clase de osciladores muy importantes denominados *autosostenibles*. Se les atribuye este nombre debido a que estos tienen una fuente de energía interna que se transforma en dinámicas oscilatorias, las cuales se producen incluso aislando al sistema. En física a este tipo de oscilador se le daría el nombre de *sistema activo*, y una propiedad fundamental de estos sistemas es que la forma característica de su oscilación depende únicamente de los parámetros propios del sistema, por lo que no depende de cómo se provocó la oscilación. Esto es particularmente importante al realizar pruebas experimentales ya que, al ser un sistema físico, por mucho rigor que se tenga al operar el sistema, las condiciones iniciales de éste siempre serán diferentes entre un experimento y otro. Otra característica de dichos sistemas que nos beneficia es el hecho de que, al ser sometidos a una perturbación (dígase *ruido* en el entorno de éste) estos regresan de manera natural a sus dinámicas naturales no perturbadas.

Estos sistemas pueden presentar una gran variedad de dinámicas oscilatorias y de punto fijo, al variar sus parámetros, y si estas son recurrentes en el tiempo se les llama *periódicas* y se les asigna un periodo específico T , que es el tiempo que le toma al sistema completar una oscilación. A este periodo se le asocia una frecuencia $f = \frac{1}{T}$, la cual denota los ciclos del sistema por unidad de tiempo; aunque para nuestros fines de estudio, la frecuencia angular $\omega = 2\pi \cdot f$ es más práctica ya que nos ayuda a trabajar con una propiedad muy importante del sistema, la fase ϕ .

La fase se entiende como una cantidad que incrementa en 2π cada que se completa una oscilación en el sistema. Es una variable monótonamente creciente que nos ayuda a determinar el estado en el que se encuentra el sistema a lo largo de su oscilación, parametrizándola en el círculo. La complejidad de extraer este valor de nuestro sistema va a depender del tipo de dinámicas que éste presente.

2.2 Osciladores de relajación

Dentro de los sistemas activos, es normal encontrar dinámicas de *relajación*. Un oscilador se le llama de relajación, cuando al menos una de sus variables experimenta temporalmente dos etapas distintas, es decir, tiene un largo periodo donde la razón de cambio en dicha variable es poco o nulo, y otro periodo corto en el que se observa una gran incursión en alguna de las variables del sistema.

Estos sistemas han sido ampliamente estudiados, pero fueron definidos por primera vez por Balthazar Van der Pol en 1926 [12] al estudiar configuraciones de circuitos electrónicos RLC [12-13]. Fue apenas dos años después de esta publicación que Van der Pol mostró la aplicación de sus descubrimientos al reproducir el pulso de un corazón con un arreglo de tres circuitos interconectados [14]. Este es uno de muchos ejemplos en la naturaleza en donde se pueden observar dinámicas de relajación, como, por ejemplo: la liberación de energía potencial entre placas tectónicas, la cual es causante de sismos [15], el sonido de una puerta al rechinar [16], el destello de un enjambre de luciérnagas [2] y el potencial de acción de una neurona. [17]

2.2.1 Dinámicas excitables

Como se menciona en los ejemplos anteriores, en la neurofisiología las dinámicas neuronales exhiben dinámicas excitables, que se caracterizan por ser casi inactivas, pero al perturbar una de sus variables, si ésta cruza cierto umbral, el sistema responde con una gran amplitud en su dinámica; mientras que si la perturbación es sub-umbral, el sistema regresará a su estado relajado sin un gran cambio en sus dinámicas, tal

como se muestra en la Figura 2.1. Es importante mencionar que dicho umbral puede o no estar bien definido.

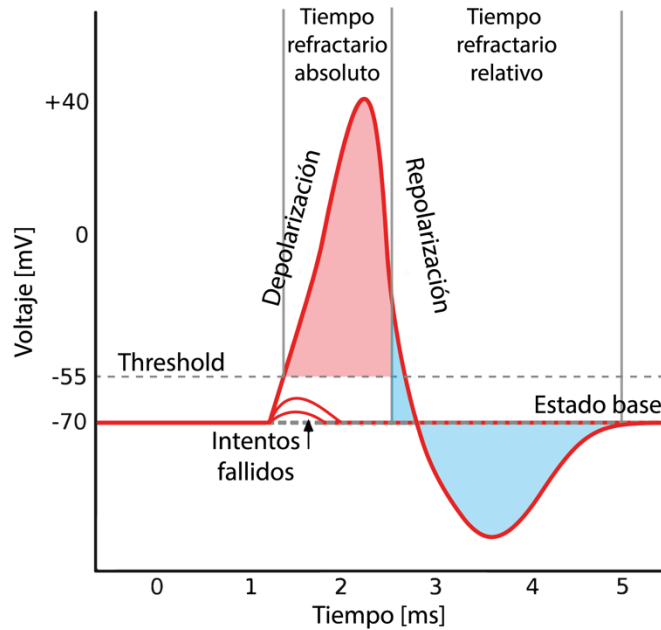


Figura 2.1. Ilustración que asemeja el potencial de acción para el cual se etiquetan los tiempos refractorios del sistema. Se puede ver que si la perturbación aplicada no cruza el umbral (threshold), el sistema regresa al estado base.

La respuesta del sistema depende en gran medida de la amplitud de la perturbación, aunque también resulta relevante el momento en el que ésta se aplica. Una característica distintiva general de los sistemas excitables es el llamado *periodo de refracción o tiempo refractario*, durante el cual el sistema no reacciona ante perturbaciones externas. En ciertos escenarios y sistemas, el tiempo refractario se puede dividir en el tiempo *absoluto* y el *relativo*. En el primero, por más grande que sea la perturbación externa, el sistema no va a reaccionar, y en la segunda parte se necesita un estímulo cuya magnitud rebese el umbral para conseguir que el sistema responda. Al perfil observado ante la respuesta del sistema se le llama *potencial de*

acción, ya que el ejemplo por excelencia de este tipo de dinámicas corresponde a la dinámica de una neurona.

2.2.2 Potencial de acción de una neurona y fase de un *tren de disparos*

Estas células neuronales son sistemas no-lineales definidos por una gran cantidad de variables, lo cual hace complicado su estudio, sin embargo, para algunas dinámicas neuronales se han podido identificar las variables más relevantes de estos sistemas complejos y llevarlas a modelos de sistemas oscilatorios que son de una dimensión relativamente baja [18]. Sus dinámicas han sido descritas con cierto detalle en décadas recientes, pero su análisis matemático comenzó en 1907 por Lapicque [21], quien propuso el primer modelo para describir su comportamiento, al que comúnmente se le llama *integrate-and-fire* (integración y disparo) [Figura 2.1]. Fue hasta 1952 que se dio una descripción completa del potencial de acción de un tipo de neurona, por Hodgkin y Huxley [17], y en 1970 Kreifeldt [22] fue quien hizo la primera mención de osciladores autosustentables para una aplicación en el estudio de señales neuronales.

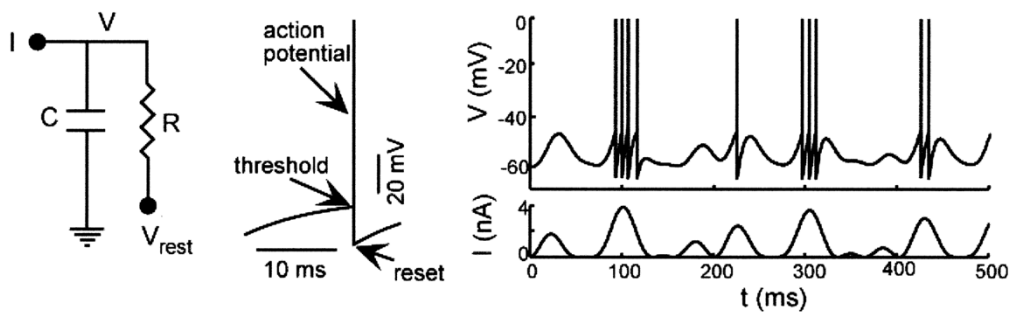


Figura 2.2. El modelo de integración y disparo de Lapicque. Adaptado de “Lapicque’s introduction of the integrate-and-fire model neuron (1907)” por L. F. Abbott, 1999, Brain Research Bulletin, **50**(5-6), p. 303.

Nótese en la parte derecha de la Figura 2.2 que es fácil identificar las dinámicas excitables del sistema como una respuesta a la corriente I aplicada, en función de la amplitud y la duración de la perturbación.

Otra característica importante del modelo de Lapicque es que se pueden generar oscilaciones aperiódicas, lo cual lo hace un gran modelo. Esto ocurre porque el potencial de acción de una neurona suele tener siempre la misma forma, por lo que no es el perfil el que contiene la *información*, sino el número de estos eventos (llamados spikes) y el intervalo temporal entre ellos es lo que en realidad importa [23-24]. Es por esta razón que, al analizar series de tiempo de señales neuronales (o sistemas excitables en general), sólo se extrae un arreglo unidimensional con los tiempos t_k en los que ocurrieron dichos eventos; a este se le da el nombre de *spiketrain*.

Finalmente, extraer la fase de dinámicas excitables, como las que presenta este sistema, tiene una solución relativamente sencilla ya que podemos decir que el intervalo temporal entre spikes corresponde al tiempo que le tomó al sistema completar una oscilación, por lo que la fase cumple $\phi(t_k) = 2\pi k$. Para asignarle una fase específica al sistema para cada t , es necesario hacer una interpolación lineal de estos puntos que, para fines prácticos, haremos que tome valores en el dominio del eje real positivo, lo cual nos permite ver el número de ciclos que ha completado el sistema. Esta definición evita las discontinuidades que emergen al tener una función $\text{mod}(2\pi)$, lo cual abre la puerta a entorpecer el estudio de la frecuencia angular del sistema. Habiendo mencionado esto, podemos entonces decir que la fase del sistema es:

$$\phi(t) = 2\pi k + 2\pi \frac{t - t_k}{t_{k+1} - t_k} \quad (2.1)$$

Esta relación también suele ser utilizada para definir la fase en dinámicas caóticas*[25], utilizando *superficies de Poincaré*, que son superficies secantes en el espacio fase** transversales al flujo [26-27], donde t_n es el tiempo de la n -ésima vez que se ha cruzado dicha superficie.

* Las dinámicas caóticas en un sistema se caracterizan porque si se toman dos condiciones iniciales muy similares (más no idénticas) a un determinado t_0 , al *dejar evolucionar* al sistema, las trayectorias (en el espacio de variables) divergen después de cierto tiempo.

** El espacio fase se define como el espacio en el que se representan todos los estados posibles del sistema, por lo que cada grado de libertad del sistema es una dimensión más en este espacio.

2.3 Sincronización

Este fenómeno fue descrito por primera vez en el siglo XVII por Huygens al observar el comportamiento de dos relojes de péndulo colgados en la pared, los cuáles interactuaban mediante las fuerzas que estos ejercían sobre dicha pared al moverse. Notó que después de cierto tiempo de haber colgado cerca dichos relojes, iniciando los péndulos en puntos diferentes de su trayectoria, estos terminaban moviéndose casi al unísono, moviéndose con cada balanceo en la misma dirección. En otro experimento donde colgó los relojes sobre una viga de madera, encontró el caso contrario, al tener más libertad de movimiento, los relojes terminaban moviendo sus péndulos en direcciones contrarias.

El tipo de sincronización que observó fue *sincronización mutua o bidireccional*, es decir, cada sistema recibía y mandaba señales al otro; específicamente, Huygens obtuvo el tipo de sincronización más simple que hay, la sincronización de fase. Era este intercambio de fuerzas el que modificaba con cada balanceo el movimiento del otro sistema, por eso podemos ver la sincronización como un *ajuste de ritmos (de objetos oscilatorios) debido a su interacción débil* [1].

2.3.1. Sincronización de fase

Este tipo de sincronización puede estar en dos estados extremos, *en fase* y *fuera de fase*; que, en el sistema se entiende como una diferencia en la fase de 0 y π , respectivamente. Sin embargo, esta diferencia puede encontrarse en valores intermedios y aún considerarse sincronización. En el experimento de Huygens esto sucedía porque ambos sistemas eran similares (mas no idénticos) y tenían una *frecuencia natural* similar, la cual viene determinada por los parámetros que

describen al sistema. Para un sistema con fase $\phi(t)$, la frecuencia $\omega(t)$ se define como:

$$\omega(t) = \frac{d\phi}{dt} \quad (2.2)$$

Y para un sistema de dos osciladores, se dice que el sistema está en sincronización de fase si se cumple:

$$\Delta\phi(t) = \phi_1 - \phi_2 = \text{constante} \quad (2.3)$$

Esto sucedería sólo en un sistema ideal, lo cual no es el caso para sistemas experimentales, porque las señales a analizar suelen estar contaminadas de *ruido*, el cual proviene del propio sistema o del instrumento de medición, dificultando ver dinámicas tan estables como las que determina la condición (2.3). Tenemos que tomar en cuenta estos efectos y suavizar la condición de sincronización de fase a una como:

$$\Delta\phi(t) = |\phi_1 - \phi_2| \sim \text{constante} \quad (2.4)$$

Ecuación que se traduce a que la diferencia de fase entre los dos sistemas tomará valores alrededor de una constante, acotados por cierto umbral; a lo que en inglés toma el nombre de *phase locking* (encadenamiento de fase). Este concepto se

extiende a la frecuencia, obteniendo *frequency locking* (encadenamiento de frecuencia), que es una condición más tenue de sincronización entre sistemas. Esta condición descarta la similitud instantánea entre las fases a analizar, considerando sólo la tasa con la que evolucionan los sistemas como condición de sincronización; lo cual se escribiría como:

$$\Delta\omega(t) = |\omega_1 - \omega_2| \sim 0 \quad (2.5)$$

El análisis de frecuencia puede presentar ventajas ante el de la fase; se pueden presentar *phase jumps/slips*, que suceden cuando uno de los sistemas completa una oscilación más que el otro, teniendo una diferencia neta de fase de 2π . La acumulación de estos *saltos* puede complicar la visualización de la diferencia de fase. Estos se producen porque la interacción entre sistemas depende de la diferencia de fase, es natural pensar que, para ciertas diferencias de fase, uno de los sistemas tendrá una reacción *constructiva* al comportamiento del otro, mientras que para otros valores de la diferencia de fase será *destructiva*; este efecto disminuye mientras la interacción entre sistemas (llamado acoplamiento) se mantenga relativamente baja.

La condición de encadenamiento (locking) de esta ecuación es de gran importancia al estudiar sistemas experimentales, porque al hacer interactuar dos sistemas similares (no idénticos), los sistemas inevitablemente tendrán frecuencias naturales diferentes. Por lo tanto, estas frecuencias (dentro de un cierto intervalo) evolucionarán hasta llegar a un punto de equilibrio intermedio, ya sea incrementando o disminuyendo su frecuencia, para empatar a la del sistema con el que interactúan. Lo anterior depende en gran medida de la diferencia que hay entre una frecuencia natural y la otra (llamada también *detuning*), ya que esto puede producir una relación más compleja entre las dinámicas de los sistemas.

2.3.2. Sincronización de orden superior n:m (entrainment)

Es importante tomar en cuenta el factor de acoplamiento ε entre sistemas y la diferencia entre las frecuencias naturales de cada sistema para estimar el tipo de dinámicas que observaremos. Conforme el acoplamiento o el detuning entre sistemas aumenta, estos *saltos* en la diferencia de fase se vuelven más comunes, dando pie a una interacción más compleja que nos lleva a generalizar las ecuaciones (2.4) y (2.5); ampliando las condiciones de sincronización a:

$$\varphi_{n,m}(t) = |n\phi_1 - m\phi_2| \sim \text{constante} \quad (2.6.a)$$

$$\Delta\omega(t) = |n\omega_1 - m\omega_2| \sim 0 \quad (2.6.b)$$

Estas ecuaciones describen una relación de números enteros entre la fase o la frecuencia de la serie de tiempo, es decir que, por ejemplo, un sistema de dos osciladores está en sincronización 2:1 si por cada vuelta del sistema 1, el sistema 2 completa dos oscilaciones manteniendo una diferencia de fase $\varphi_{2,1}$ (Ec. 2.6.a), relativamente constante.

Podemos ahora imaginar que, para cada valor del factor de acoplamiento ε podría existir una *ventana* de valores que puede tomar el detuning en la que podemos conseguir sincronización. Es decir, al considerar distintas combinaciones para las frecuencias ω_1 y ω_2 podemos tener $\omega_2 \approx n\omega_1/m$, por lo tanto, existen estados sincronizados con cocientes de frecuencias racionales $n:m$. En teoría podrían existir un número infinito de ventanas de sincronización para un único valor de ω_1 ya que

no existen restricciones para los valores que pueden tomar n y m , siempre que se cumpla que sean números enteros positivos.

Es natural pensar que, mientras más fuerte sea la interacción entre sistemas, dicho intervalo de detuning será más grande ya que la información que *intercambian* dichos sistemas aumenta. Retomando el caso más simple de sincronización $n:m$ ($2:1$), es importante mencionar que las fuerzas destructivas y constructivas de interacción necesitan ser más grandes que para el caso más simple de sincronización ($1:1$), por lo que la amplitud de la señal de cada oscilador debe ser lo suficientemente grande para poder soportar estas dinámicas más complejas. Esto se traduce en una reducción en la ventana (intervalo) de sincronización, en comparación con el caso simple, y esto sucede para cada valor del factor de acoplamiento. Entonces, al graficar el detuning contra el factor de acoplamiento, podemos observar las llamadas *lenguas de Arnold* (nombradas así por el matemático Vladimir Arnold), que nos permite identificar las zonas de sincronización de los sistemas acoplados.

Estas lenguas de Arnold son relativamente más fáciles de distinguir si tenemos un oscilador con frecuencia natural ω_0 al que se le aplica una perturbación periódica de frecuencia Ω . Como se observa en la imagen [Figura 2.3], las regiones de sincronización son más delgadas para casos en los que $n \neq m \neq 1$.

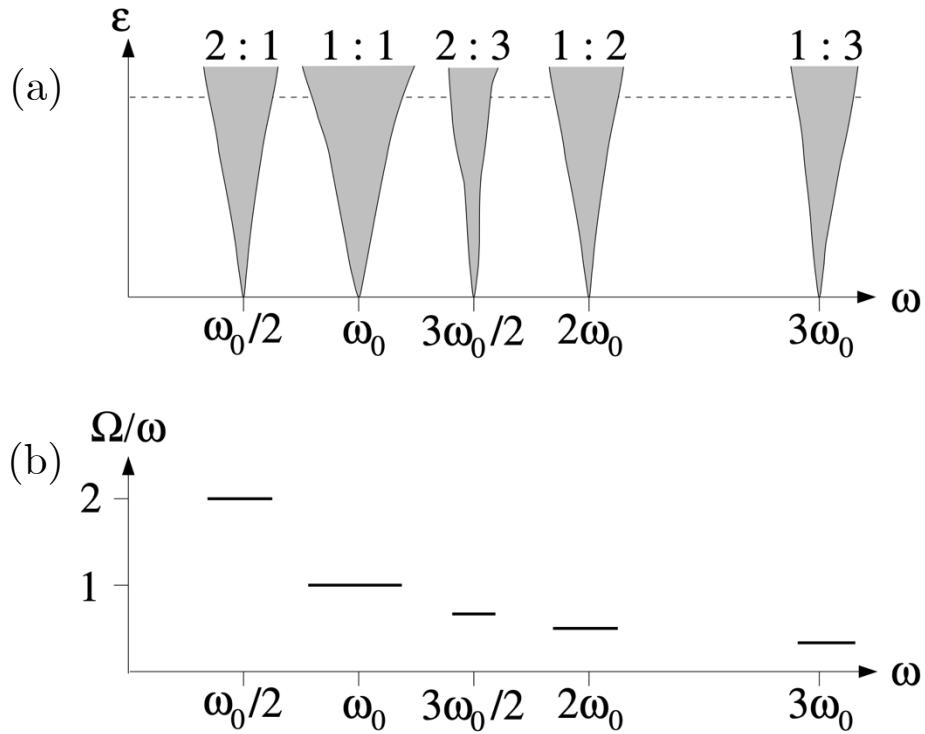


Figura 2.3. (a) Representación esquemático de las lenguas de Arnold, o regiones de sincronización $n:m$. Los números arriba de las lenguas indica el orden del encadenamiento (b) La gráfica de Ω/ω vs. ω para un valor fijo del factor de acoplamiento ε (línea punteada en (a)) tiene una forma característica, conocida como *escalera del diablo*. Tomado de “Synchronization: A universal concept in Nonlinear Sciences” por Pikovsky, A., Rosenblum, M., & Kurths, J, 2001, p. 66.

Un rápido análisis de esta gráfica nos permite decir que, al tener un factor de acoplamiento lo suficientemente alto, el sistema puede saltar entre estos diferentes estados de sincronización si existe ruido o no-estacionariedad*; casos usuales en sistemas experimentales.

* Se dice que un sistema es no-estacionario si los parámetros que definen al sistema varían con el tiempo; en un sistema de dos osciladores, se dice que es no-estacionario si su factor de acoplamiento no es constante. [1: p. 113]

2.3.3. Experimentos *pasivos* y *activos*.

En la búsqueda de sincronización en un sistema experimental, existen dos situaciones en las que nos podemos encontrar a la hora de comprobar que, efectivamente, lo que estamos observando es sincronización y no una coincidencia en los datos; tenemos que estar seguros de que el detuning y el factor de acoplamiento caen dentro de los valores indicados por la región de sincronización.

El primer caso es el del experimento *pasivo*, y se refiere a experimentos que se dejan correr libremente sin acceso a los parámetros que definen el sistema, es decir, sin la capacidad de modificar los valores del detuning o el factor de acoplamiento, Un par de ejemplos podría ser el estudio de actividad sísmica entre dos placas tectónicas, o el de un electrocardiograma con una señal respiratoria. Estos casos son particularmente sensibles ya que, al no controlar las dinámicas del sistema, no podemos afirmar que la coherencia** entre las señales implica sincronización, esto porque los sistemas experimentales son no-estacionarios por naturaleza, lo cual rompe la condición necesaria para este tipo de análisis. Hacer suposiciones sobre la interacción entre estos sistemas es muy delicado ya que, hasta ahora, no ha habido una manera de determinar si, en este tipo de experimentos, la semejanza entre las frecuencias de ambos sistemas es debido a una interacción hipotetizada o si es pura coincidencia [1]; la palabra *sincronización* trae consigo mucho peso en estos sistemas.

El segundo posible caso experimental en la búsqueda de sincronización es el experimento *activo* que, a diferencia de los *pasivos*, nos da acceso al menos a un parámetro del sistema que nos permita modificar hasta cierto punto el detuning y/o el factor de acoplamiento; esto nos permite corroborar que dicha sincronización se

** La coherencia es una herramienta estadística utilizada en el procesamiento de señales, la cual mide la relación entre dos señales a una misma frecuencia.

mantiene bajo ciertos valores de dichos parámetros. Idealmente, teniendo acceso total al factor de acoplamiento y detuning, podríamos dar una descripción completa de la sincronización determinando las lenguas de Arnold, sin embargo, si sólo se tiene acceso a uno de estos parámetros y este se varía (manteniendo fijo el otro), podemos decir con certeza que, al observar ajustes en las frecuencias del sistema, este se encuentra sincronizado. En caso de tener acceso al factor de acoplamiento (y analizando la forma de las lenguas de Arnold), si aumentamos dicha fuerza de interacción y observamos relaciones $n\phi_1 \approx m\phi_2$, podemos decir que el sistema está experimentando sincronización de orden superior; esto es debido a que, para factores de acoplamiento grandes, la no-estacionariedad de la frecuencia permitirá saltos entre diferentes regímenes de $n:m$. En un sentido estadístico, si una misma serie de tiempo experimenta diferentes intervalos que presentan relaciones $n:m$ *vecinas*, podemos tomarlo como una gran indicación de que los sistemas están sincronizados. [28]

Capítulo 3

Autopropulsión inducida por tensoactivos

El enfoque de este capítulo es presentar sistemas experimentales que utilizan una fuente interna de energía que los convierte en sistemas autopropulsados. La primera sección introduce las bases sobre el funcionamiento de los tensoactivos como generador de dinámicas en una superficie acuosa. La segunda sección contiene contexto histórico sobre el uso de alcanfor como *combustible* en sistemas experimentales, y finalmente se presentan trabajos de investigación recientes en los que se fundamentó nuestro estudio.

3.1 Tensión superficial y efecto Marangoni

Una manera de definir la tensión superficial de una interfaz líquido-gas, es considerar la energía necesaria para aumentar su superficie en un 1 m^2 ; lo que implica que el líquido busca minimizar el área de ésta. Este efecto es debido a que las moléculas del líquido en la capa más externa experimentan dos tipos de fuerzas, las de adhesión (con el gas) y las de cohesión (con las demás moléculas del líquido), y debido a que estas últimas suelen ser de mayor magnitud, la superficie percibe una fuerza neta que la comprime. La tensión superficial puede verse afectada termodinámicamente o químicamente [29] ya que podemos debilitar la fuerza de cohesión entre moléculas al excitarlas (aumentando la temperatura) o sustituyendo localmente dicha fuerza con fuerzas de adhesión. Pueden entonces existir diferencias locales (gradientes) en la tensión superficial del líquido, las cuales provocan un movimiento en la superficie. La primera observación documentada de este fenómeno fue realizada por J. Thomson en 1855 [30] al trabajar con un recipiente de agua al que añadía gotas de alcohol. En estas condiciones él reportó la presencia de un flujo superficial (radial) que se alejaba rápidamente del lugar en donde había caído la gota, y sugirió que esto sucedía porque las fuerzas de tensión superficial del agua eran más grandes que en el alcohol. En un estudio histórico de este fenómeno, Mensbrugge en 1869 [31] estableció que estos movimientos en las superficies se debían a diferencias locales de tensión interfacial. Fue entonces que Carlo Marangoni en 1871 [32], tomando como referencia el trabajo de Mensbrugge, dio una mejor explicación al fenómeno, la cual fue completada por Willard Gibbs en 1878 [33-34]. Por lo anterior, el fenómeno consistente de la formación de un flujo másico entre la interfaz de dos fluidos que experimenta un gradiente de tensión interfacial se conoce en la literatura como el *efecto Marangoni*.

3.2 Alcanfor en sistemas autopropulsados

Algunos de los experimentos analizados en la presente Tesis involucran la existencia de pequeños cuerpos autopropulsados, que presentan un movimiento espontáneo al colocarlas en una superficie acuosa. A finales del siglo XIX, Mensbrugge [31] fue el primero en reportar sobre gradientes en la tensión superficial que rodeaban dichas partículas como causa del movimiento, utilizando para sus estudios pequeños trozos de alcanfor. Adicionalmente, menciona la existencia de *bailes del alcanfor*, que datan de dos siglos antes, y que aparecieron en relatos de la cultura asiática.

A este artículo respondieron físicos como Lord Rayleigh [35], quien midió la altura mínima necesaria de aceite sobre una superficie de agua capaz de detener las dinámicas del trozo de alcanfor, para lo cual una capa de alrededor de 2 nm de grosor fue más que suficiente. En estos experimentos, la limpieza era tan fundamental que se tenían que limpiar los recipientes con soluciones fuertes de ácido sulfúrico, evitando tocarlo con los dedos, ya que estas películas de grasa *mataban* el sistema [36]. Al final de este trabajo, Rayleigh propone la idea de lo que actualmente conocemos como agentes tensoactivos.

Los *surfactants* (surface active agents)/tensoactivos son compuestos químicos que sustituyen localmente las fuerzas de cohesión por fuerzas adhesión en la superficie de un líquido, y han sido estudiados y observados en la naturaleza desde entonces. En 1929 se descubrió que un tensoactivo presente en los alvéolos pulmonares era el responsable de evitar el colapso pulmonar al momento de exhalar [37]. Este descubrimiento ayudó a demostrar el por qué el uso de tensoactivos volátiles como el alcanfor [36], mentol y aceite de eucalipto, eran buenos remedios para mejorar la expansión y compresión pulmonar, aumentando la oxigenación [38].

La autopropulsión mediante flujos de Marangoni también fue observada en la naturaleza, como en algunas especies de insectos de los géneros *stenus* [39-40] y *microvelia* [41], que secretan un surfactante que los propulsa en la superficie del agua cuando estos caen por accidente en ésta. Fue hasta décadas recientes que la comunidad científica tomó interés en estos sistemas autopropulsados en la búsqueda de posibles aplicaciones orientadas a la robótica o *micromotores* [42-44].

El trabajo de Nakata [45-46] dio continuidad a los experimentos realizados en el sistema de alcanfor, mostrando que estos sistemas podían presentar dinámicas rotacionales cuando las partículas de alcanfor eran asimétricas, sugirió que esto le permitía al sistema generar gradientes en la tensión superficial, que hacían girar la partícula, a diferencia de los discos usados por Rayleigh en sus experimentos. Con este experimento Nakata obtuvo varias conclusiones: las dinámicas obtenidas al experimentar con alcanfor dependían del tamaño del recipiente, la forma de la partícula usada, la temperatura y, por supuesto, la tensión superficial. Adicionalmente, experimentó con varias partículas en el mismo contenedor, mencionando que la capa de alcanfor en la superficie servía como un medio de acoplamiento entre éstas. En trabajos posteriores Nakata implementó los llamados *botes* de alcanfor, que consistían en láminas de poliéster a las que pegaba un grano de alcanfor en uno de sus extremos. Estos avanzaban debido a un gradiente en la concentración del alcanfor, lo que se traduce finalmente en un gradiente en la tensión superficial, el cual impulsa al bote sobre la superficie del líquido [47]. En este trabajo e investigaciones subsecuentes [48] se experimentó con dos botes de alcanfor en un mismo recipiente, reportando la sincronización de las dinámicas oscilatorias, además de producir dinámicas traslacionales, rotacionales y de movimiento intermitente [49].

Motivados por estas investigaciones, se reportaron otros sistemas de alcanfor en los que se observaron nuevos casos de sincronización. En el trabajo de Sharma *et*

al. (2019) [50] se estudió la sincronización rotacional utilizando partículas/objetos rectangulares, siendo éstas, cintas de papel infusionadas de alcanfor que giraban alrededor de un pivote que atravesaba uno de sus extremos [Figura 3.1]. Estos *rotadores* conseguían sincronizarse girando en el mismo sentido (*corrotating*) y en sentidos opuestos (*counterrotating*). En ambos casos observaron que la distancia de separación entre pivotes afectaba la sincronización, considerando ésta como un equivalente a la intensidad de acoplamiento entre unidades oscilatorias. En estos experimentos infusionaron las cintas de papel ($20\text{ mm} \times 4\text{ mm}$) con una solución 3.4 M (molar, moles por litro) de alcanfor en etanol, y el área superficial de la solución acuosa en la cual se encontraban flotando tenía dimensiones de $25\text{ cm} \times 25\text{ cm}$.

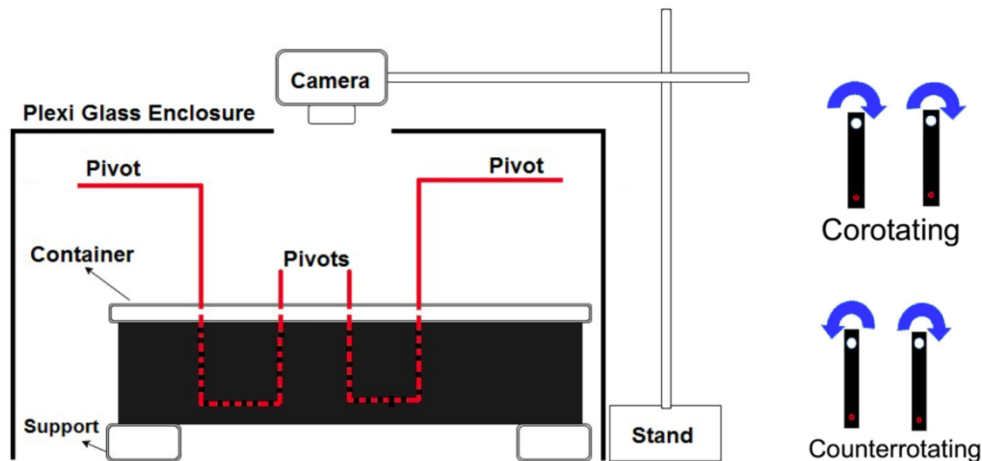


Figura 3.1. Modelo esquemático del sistema experimental y una vista superior de los modos en los que pueden girar las cintas de papel. Tomado de “Rotational synchronization of camphor ribbons” por Sharma *et. al*, 2019, Phys. Rev. E **101**, 052202.

Por otra parte, al considerar una superficie acuosa más pequeña, después de tener un periodo con dinámicas rotacionales, el rotor exhibía lo que se conoce como *bursting dynamics* [51], caracterizadas por un avance y frenado repentino, como el ilustrado en la Figura 3.2 para el tren de pulsaciones. Los autores observaron dos escenarios en los que el sistema presentaba el fenómeno de sincronización: (1) Perturbando externamente un sólo rotor de manera periódica con una corriente de aire muy pequeña y (2) considerando dos rotores en la superficie, los cuales sincronizaban sus dinámicas rotatorias.

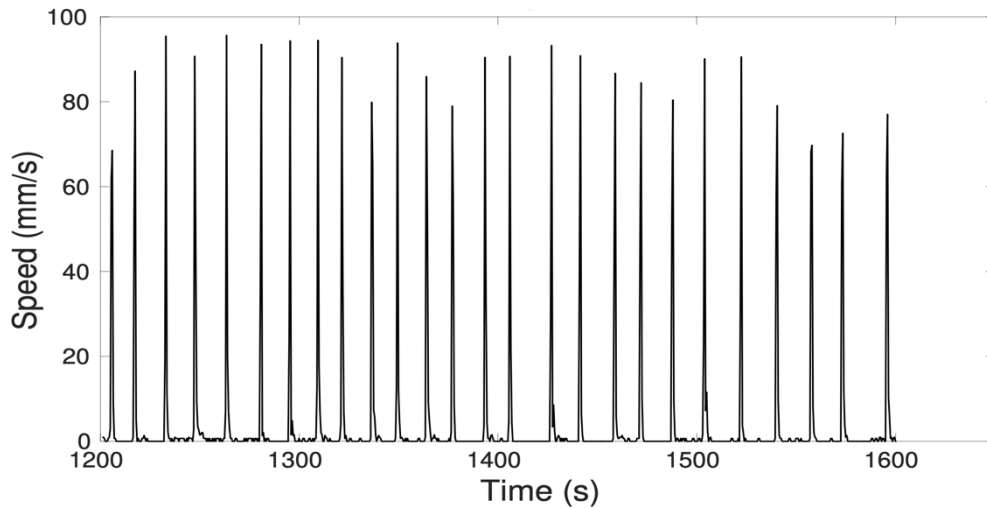


Figura 3.2. Serie de tiempo de la magnitud de la velocidad tangencial para un rotor de alcanfor. Adaptado de “Aperiodic bursting dynamics of active rotors” por Sharma *et. al*, 2022, Phys. Rev. E **105**, 014216.

Las oscilaciones observadas se deben a la inestabilidad en el perfil de la tensión superficial de la cinta rectangular colocada sobre la superficie del líquido, ya que la más mínima perturbación activará sus dinámicas de tipo excitación-relajación [52-54]. De esta manera, el gradiente de tensión superficial necesario para impulsar el

primer rotor (simétrico/rectangular) se debe a imperfecciones, imperceptibles a simple vista, y que nos sirve como una perturbación ambiental que impulsa al segundo rotor [51]. En estos experimentos se infundieron las tiras de papel con una solución 1.2 M de alcanfor en etanol, y dichas cintas estaban en un recipiente con área superficial de 11 cm × 6 cm .

Capítulo 4

Sistema experimental

Siguiendo la idea fundamental de los experimentos antes mencionados, se utilizó alcanfor como *combustible* para nuestro sistema autosostenible; tomando el trabajo de Sharma *et al.* (2019) [50] como referencia principal, se usaron tiras de papel infusionadas con dicho compuesto para realizar nuestros experimentos. El primer objetivo de este estudio fue construir experimentalmente un ambiente lo suficientemente aislado y limpio como para poder realizar adecuadamente los experimentos y evitar cualquier tipo de contaminación del sistema. Una vez conseguido lo anterior, se buscaron dinámicas tipo *bursting* e indicios del fenómeno de sincronización con un sistema de dos rotores.

El presente capítulo se divide en tres partes. La sección 4.1 está dedicada a la descripción de la estructura del gabinete donde se llevaron a cabo los experimentos. La sección 4.2 menciona las herramientas utilizadas para la preparación, adquisición de datos y el posterior análisis e interpretación de los experimentos realizados. Por último, en la sección 4.3 se proporcionan los detalles técnicos del arreglo del sistema para los dos diferentes experimentos que se llevaron a cabo.

4.1 Entorno

Al ser nuestro sistema susceptible a pequeñas perturbaciones, fue necesario aislar y proteger los experimentos de agentes externos como vibraciones, corrientes de aire y contaminantes en el mismo, teniendo en cuenta que en el diseño final de nuestro gabinete debemos ser capaces de observar y registrar las dinámicas oscilatorias del sistema.

Para resolver el problema de las vibraciones, utilizamos una mesa de granito como área de trabajo. Debido a su gran masa, ésta era capaz de amortiguar las perturbaciones externas. Como medida adicional para evitar vibraciones, en la base del gabinete se colocó una capa de espuma de polietileno, con dimensiones de $48\text{ cm} \times 48\text{ cm} \times 2\text{ cm}$.

Las corrientes de aire fueron eliminadas de la zona experimental al construir una estructura externa que rodeara el contenedor con el líquido y los rotores. Para ello se construyó un gabinete de acero (dimensiones $43\text{ cm} \times 43\text{ cm} \times 67\text{ cm}$), cuyas paredes fueron cubiertas por completo con etilvinilacetato (*foamy*) negro. Al gabinete se le instalaron dos puertas con cierre magnético, una en la parte frontal y otra en la parte superior del gabinete, para tener un acceso rápido al sistema.

El registro de las dinámicas del sistema fue hecho con una cámara digital profesional (Canon EOS Rebel T4i) equipada con un lente macro manual (Canon Macro-lens EF-S 60mm 1:2.8) que nos permitía mantener un punto focal fijo durante todo el experimento. Esta cámara permanecía sujeta dentro del gabinete, justo encima de la celda y sostenida por la misma estructura metálica. Aprovechando que el papel bond blanco es fluorescente, se instalaron dos lámparas *negras* (luz UV-A) dentro del gabinete, para que la cámara sea capaz de detectar las tiras de papel con

un mejor contraste, ya que el recubrimiento en las paredes del gabinete no permitía la entrada de luz externa.

Es importante mencionar que se mantuvo una temperatura promedio de 22 °C durante todos los experimentos para evitar cambios en el comportamiento de la volatilidad del alcanfor. La cámara digital y las lámparas de luz negra eran de baja emisión de calor y no generaban flujos de aire significativos durante el experimento.

4.2 Softwares y su funcionalidad

Para poder controlar la cámara que registraba los movimientos del sistema de rotores, sin perturbar su entorno, fue necesario utilizar una computadora, la cual se coloca por afuera del gabinete. El control de la cámara se realizó con el software EOS Utility 2, que nos permitía ver en tiempo real al sistema, iniciar y pausar la grabación (1080p, 60FPS), así como manipular la apertura y tiempo de exposición del lente. Con todas estas opciones, el software nos permitió obtener una mejor calidad de imagen, así como poder monitorear el sistema y saber si hubo o no afectaciones durante el transcurso del experimento.

Para facilitar el rastreo del movimiento de las cintas, y aprovechándonos de la fluorescencia del papel bond, se imprimió un diseño [Figura 4.1] que nos permitía enfocarnos en las dinámicas de un punto colocado en un extremo de la cinta, para poder registrar su velocidad tangencial mientras esta giraba en tiempo real.

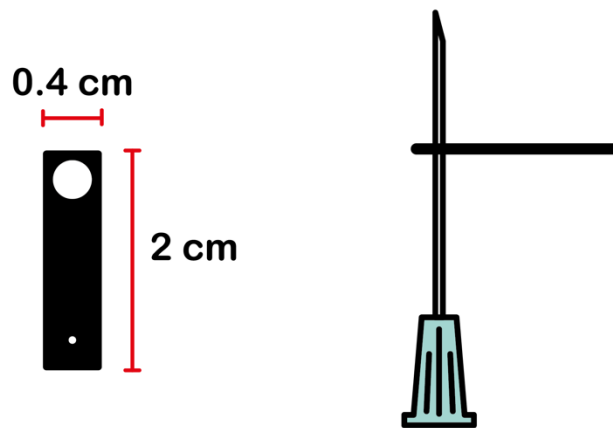


Figura 4.1. Dimensiones y diseño de la impresión hecha en papel bond; las zonas blancas no tienen tinta y el círculo pequeño era perforado para que al poner la cinta en la aguja (BD Plastipak 21G), ésta funcionara como pivote.

Con ayuda de un software libre (Tracker 6.0.8), al que se le asignó registrar las coordenadas del círculo blanco, pudimos obtener una serie de tiempo de la posición de éste, datos que nos servirían para poder traducirlos a velocidad tangencial.

Al querer analizar las dinámicas de dos *rotores* en un mismo recipiente, para diferentes distancias entre las agujas (pivotes), surgió el problema de fijar éstas a una distancia determinada. Fue entonces que se diseñó un modelo 3D [Figura 4.2] (con ayuda del software AutoCAD) que nos permitía fijar un pivote en un extremo y ajustar el segundo a una distancia conocida, ya que este *riel* estaba graduado con una escala mínima de 5mm. Este modelo fue procesado (con el software Ultimaker Cura) para poder imprimirse en una impresora 3D (Ender-5 Pro) con filamento de polipropileno, el cual es muy utilizado por ser resistente a una gran cantidad de agentes corrosivos y disolventes [55]; asegurando que la presencia del riel no contaminara químicamente nuestro sistema. Adicionalmente, el color del filamento utilizado fue de color negro, para no afectar al software que seguía las dinámicas del rotor conforme este se movía.

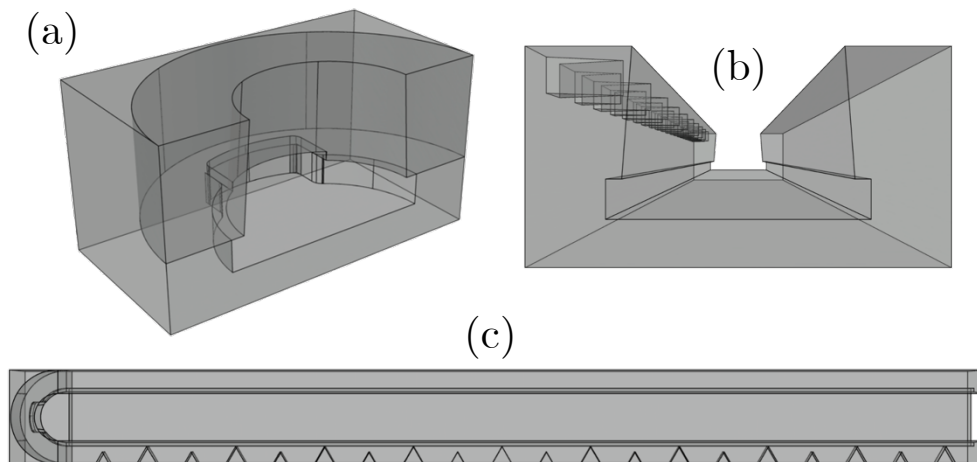


Figura 4.2. Renderizados del modelo 3D del riel que se imprimió, donde se aprecia la zona donde queda fijo el pivote principal (a), el perfil del riel por donde se ajusta el pivote secundario (b), y por último una vista completa (c), donde se aprecian las marcas hechas cada 5 mm que permiten saber la distancia entre pivotes. Las dimensiones del riel son 10.5 mm \times 5.5 mm \times 109.5 mm.

4.3 Protocolo experimental

Para conseguir dinámicas tipo *bursting*, se tomó la metodología del trabajo de Sharma como protocolo de referencia. Se utilizaron recipientes ligeramente más grandes y se consideraron diferentes molaridades de la solución de alcanfor en alcohol con las que se podían obtener las oscilaciones de relajación. Con la molaridad de 3.0 M de alcanfor (96%, Sigma Aldrich) en alcohol etílico (99%, Wöhler), se obtenían oscilaciones de relajación después de algunos minutos de iniciar el experimento. Una vez definida la molaridad a utilizar, se prepararon 10 ml de ésta y se mantuvo en refrigeración en un matraz aforado (10 ml) con tapa y sellado con cinta Parafilm.

Haciendo uso de alcohol etílico, después de colocar y desinfectar los guantes de nitrilo (dos en cada mano), con una torunda de algodón se esterilizó la zona de trabajo (lámina de papel aluminio de 25 cm × 25 cm) y los instrumentos a utilizar, los cuales consistían en: un vial de borosilicato (8 ml, Kimble), un frasco de borosilicato (500 ml, KIMAX), dos recipientes hondos de vidrio templado (13 cm y 21 cm de diámetro, Anchor), pinzas de acero inoxidable de punta fina (15 cm, Temery ESD-11), tijeras de acero inoxidable (10 cm), un contenedor de plástico con tapa (5 oz), agujas desechables (BD Plastipak 21G), el riel negro de polipropileno y un embudo de plástico (8 oz).

Una vez esterilizado todo el material y con ayuda del embudo, se llenó el frasco de borosilicato con agua tridestilada (Wöhler). Las cintas de papel se cortaron con las tijeras y se perforaron con una perforadora sencilla (1 mm de diámetro) y se colocaron en un contenedor tapado pequeño. Habiendo hecho esto, se vertió 1 ml de la solución en el vial, se coloraron dos cintas en el interior y se les dejó 60 s sumergidas. Posteriormente, usando los agujeros en las cintas, se dejaron colgando a

secar durante 600 s, esto hacía que sólo el alcanfor se quedara impregnado en el papel después de que el alcohol se evaporara.

4.3.1 Un rotor en una superficie acuosa

Para el experimento base [Figura 4.3], se utiliza el recipiente circular de 13 cm de diámetro. Se introduce entonces el recipiente dentro del gabinete, cuidando que esté alineado con el eje del lente de la cámara, y posteriormente se vierten en el mismo 300 ml de agua tridestilada. Después de insertar la aguja (pivote) en el centro geométrico del recipiente, con ayuda de unas pinzas se ensarta con cuidado la cinta de papel impregnada en alcanfor en la aguja.

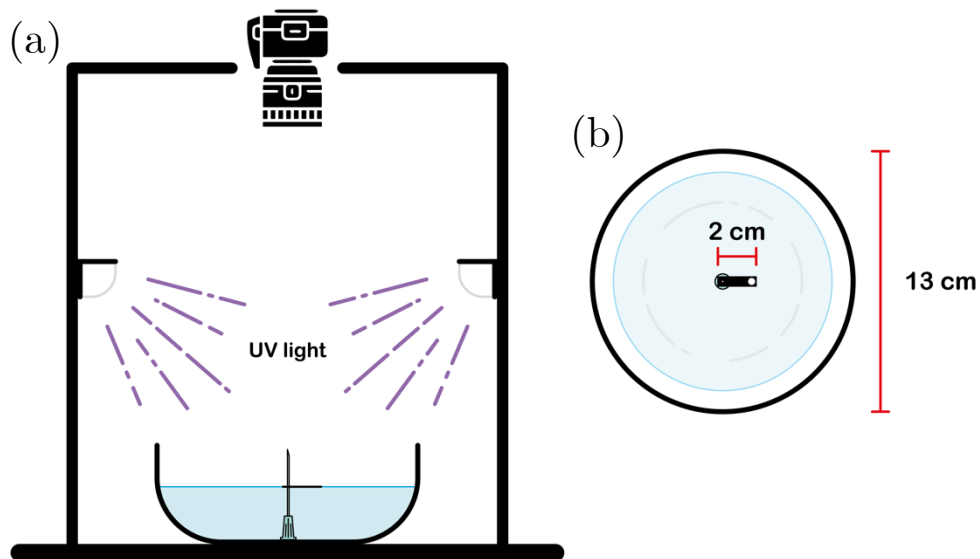


Figura 4.3. Esquema de la configuración del experimento base (a), donde se muestra una vista transversal del gabinete, la posición de la cámara, las luces LED y el perfil del recipiente, así como una vista superior (b) con las dimensiones del recipiente y de la cinta.

Una vez iniciada la grabación, se cierra el gabinete, se encienden las luces UV y se deja funcionar el experimento por 30 minutos, el cual es tiempo suficiente para que el sistema exhiba dinámicas oscilatorias antes de llegar a un estado final estático (muerte total de las oscilaciones).

4.3.2 Dos rotores en una superficie acuosa

Para este segundo experimento [Figura 4.4], se utilizó el recipiente circular de 21 cm de diámetro. De la misma manera que con el experimento base, se cuida que el recipiente este alineado con la lente de la cámara, dentro del gabinete, vertiéndose en este caso 500 ml de agua tridestilada. Se acomoda el pivote principal al final del riel de polipropileno y el pivote secundario se acomoda a la distancia deseada (entre 4 – 8 cm). Finalmente, se introduce el riel en el recipiente (con agua) y se colocan las cintas de papel en las agujas.

Una vez iniciada la grabación, se cierra el gabinete, se encienden las luces UV, y de igual manera se deja operar el experimento por 30 minutos.

Este protocolo se siguió para distancias entre pivotes desde los 4 cm hasta los 8 cm, con intervalos de 1cm entre experimentos; esto se realizó con el objetivo de ver cómo era afectada la interacción entre ambos sistemas para distintas fuerzas de acoplamiento (distancia entre rotores).

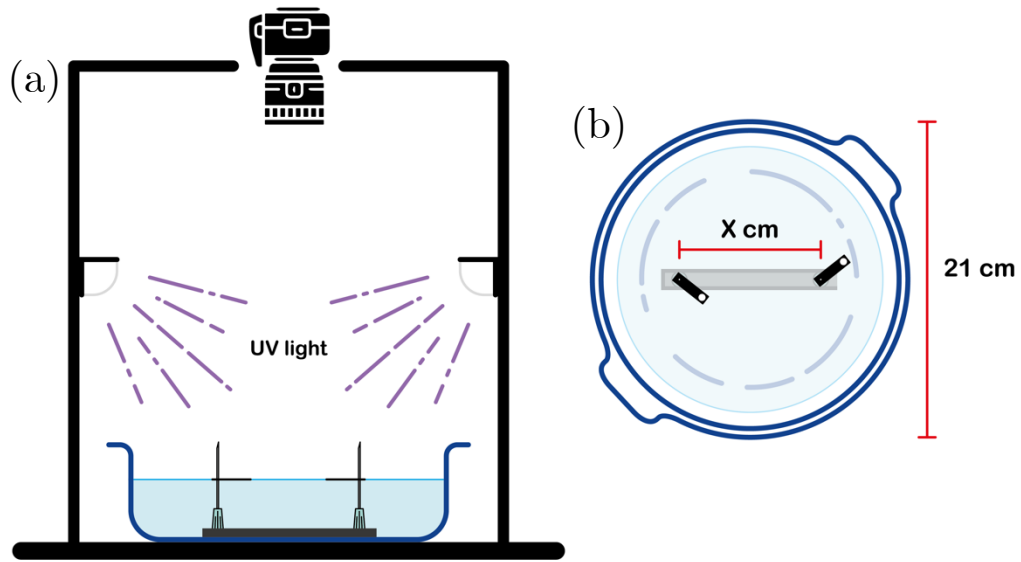


Figura 4.4. Esquema de la configuración del experimento con 2 cintas (a), donde se muestra una vista transversal del gabinete, la posición de la cámara, las luces LED, el perfil del recipiente y el riel que sostiene los pivotes, así como una vista superior (b) con las dimensiones del recipiente y la separación de los pivotes a una distancia X .

Como referencia [Figura 4.5], podemos observar la imagen que nos arroja la cámara con esta configuración, donde se puede notar que las lámparas UV nos permiten ver a mayor detalle el círculo blanco en la cinta de papel.

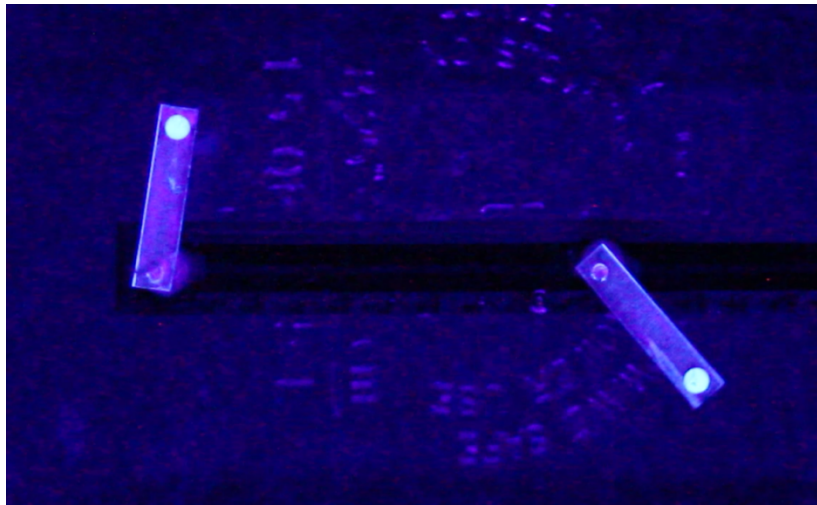


Figura 4.5. Fotografía del sistema experimental en el que se aprecian dos rotores sobre la superficie del agua, teniendo 5 cm de separación entre pivotes.

Capítulo 5

Análisis y resultados

Los resultados obtenidos de los experimentos mencionados en el capítulo anterior requirieron de procesamiento de imágenes y de datos, así como su respectiva interpretación. Este capítulo inicia con los detalles técnicos y matemáticos pertinentes a una correcta extracción de información del procesamiento de video a posteriori. La segunda sección presenta las series de tiempo y el análisis necesario para los experimentos llevados a cabo con un solo rotor sobre la superficie acuosa. Finalmente, la tercera sección de este capítulo presenta evidencias de la aparición de sincronización de fase y *entrainment* en los experimentos para los que se hizo interactuar a dos rotores de alcanfor.

5.1 Procesamiento de video y serie de tiempo

Como se menciona en el capítulo anterior, se utilizó un software procesador de videos (Tracker 6.0.8) que nos ayudaba a extraer la posición del círculo blanco en la cinta (como se observa en la Figura 4.5). Esto se realizaba para cada fotograma en el video, generados a una frecuencia de 30 FPS (Frames Per Second); esta información tenía que ser procesada para obtener la serie de tiempo de nuestro interés. En el trabajo de Sharma *et al.* (2021) [51] se analizó únicamente la magnitud de la velocidad tangencial como se muestra en la Figura 3.2, sin embargo, en el trabajo que presentamos para la presente Tesis se buscó el perfil *real* de las dinámicas tipo bursting que caracterizan el sistema experimental, lo que implica tomar en cuenta el sentido en el que gira la cinta de papel, es decir, en el sentido de las manecillas del reloj o en el sentido opuesto.

5.1.1 Construcción de la serie de tiempo

El primer paso es procesar la información que se puede extraer con ayuda del software Tracker, que resultan ser las posiciones (x_i, y_i) para cada fotograma i . La siguiente figura nos ayuda a visualizarlo.

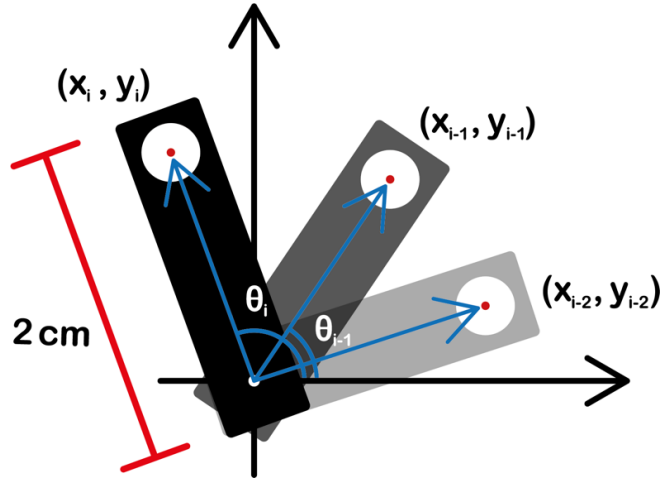


Figura 5.1. Ilustración de la posición de la cinta en el fotograma i y los dos anteriores, también se muestran los ángulos en los que encuentra para los fotogramas i e $i - 1$.

Comenzamos reescribiendo la definición formal de velocidad tangencial [Ec. 5.1.1], considerando un movimiento a lo largo de una circunferencia y tomando en cuenta que trabajamos con un conjunto discreto de datos. Bajo estas consideraciones, la ecuación para la magnitud quedaría expresada por la ecuación 5.1.2.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt} \quad (5.1.1)$$

$$|\vec{v}| = \left| \frac{r\Delta\theta}{\Delta t} \right| \quad (5.1.2)$$

Y si recordamos que el ángulo entre dos vectores \vec{a} y \vec{b} es:

$$\theta = \arccos\left(\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}\right) \quad (5.2)$$

Dado que el conjunto es discreto, podemos decir que $\Delta\theta_i$ es el ángulo entre la posición \vec{x}_i y \vec{x}_{i-1} . Haciendo uso de la ecuación 5.2 para el cálculo del ángulo y sabiendo que r es la magnitud del vector de posición \vec{x}_i (la cual es constante $r \sim 2$ cm), sólo falta encontrar el valor de Δt para poder completar la ecuación 5.1.2. Sabiendo que la cámara utilizada en los experimentos graba a 30 FPS podemos decir que $\Delta t = 1/30$ s. Todo esto nos permite obtener la expresión para la magnitud de la velocidad tangencial, siendo ésta:

$$|\vec{v}_i| = 30 \cdot \sqrt{x_0^2 + y_0^2} \cdot \arccos \left(\frac{x_i x_{i-1} + y_i y_{i-1}}{\sqrt{x_i^2 + y_i^2} \cdot \sqrt{x_{i-1}^2 + y_{i-1}^2}} \right) \quad (5.3)$$

El siguiente paso es encontrar la dirección de la velocidad tangencial, la cual nos dice si el vector de posición \vec{x}_i se movió en la dirección de las manecillas del reloj (o en contra) respecto al vector de posición \vec{x}_{i-1} . Para esto es necesario definir una función que nos permita mapear todo el círculo, es decir, que la imagen de esta función tenga un intervalo de 2π . Para ello, la función conocida $\arctan(u)$ no es suficiente ya que esta sólo toma valores en el intervalo $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$, sin embargo, la necesitamos para definir la nueva función, llamada $\text{atan2}(y, x)$ cuya imagen es $(-\pi, \pi)$, y que se define como:

$$\text{atan2}(y, x) = \begin{cases} \arctan\left(\frac{y}{x}\right) & \text{si } x > 0 \\ \arctan\left(\frac{y}{x}\right) + \pi & \text{si } x < 0 \text{ y } y > 0 \\ \arctan\left(\frac{y}{x}\right) - \pi & \text{si } x < 0 \text{ y } y < 0 \\ +\frac{\pi}{2} & \text{si } x = 0 \text{ y } y > 0 \\ -\frac{\pi}{2} & \text{si } x = 0 \text{ y } y < 0 \\ +\pi & \text{si } x < 0 \text{ y } y = 0 \end{cases} \quad (5.4)$$

Esta función nos permite encontrar el ángulo $\theta_i = \text{atan2}(y_i, x_i)$ en el que se encuentra el vector de posición \vec{x}_i respecto al eje positivo de X , como se muestra en la Figura 4.5. Una vez teniendo el ángulo, se puede presentar el *vector de dirección* \vec{D}_i [Ec. 5.5] que se dedujo, donde $\text{sgn}(u)$ es la función signo, que toma los valores de 1 cuando $u \geq 0$ y -1 cuando $u < 0$.

$$\vec{D}_i = \text{sgn}\{\sin[\text{atan2}(y_i, x_i) - \text{atan2}(y_{i-1}, x_{i-1})]\} \cdot \hat{e}_\theta \quad (5.5)$$

La función $\sin(u)$ nos permite conseguir los valores correctos de la dirección de movimiento, incluso cuando el rotor cruza la discontinuidad en $\theta = +\pi$. Esta función tiene una limitación, cuando $\Delta\theta \geq \pi$ (usando la ecuación 5.2) el valor de D_i será incorrecto. Esto no representa un problema porque el sistema no es lo suficientemente rápido como para que el ángulo entre las posiciones del rotor sea incluso mayor a $\pi/4$ entre un fotograma y otro (se necesita una velocidad angular $\omega \geq 30\pi$ [rad/s] para que la función D_i deje de funcionar, tomando en cuenta el número de FPS de nuestra cámara).

Finalmente, podemos decir con certeza que la serie de tiempo *real* de la velocidad tangencial viene descrita por la siguiente ecuación:

$$\vec{v} = 30 \cdot \vec{D}_i \cdot \sqrt{x_0^2 + y_0^2} \cdot \arccos\left(\frac{x_i x_{i-1} + y_i y_{i-1}}{\sqrt{x_i^2 + y_i^2} \cdot \sqrt{x_{i-1}^2 + y_{i-1}^2}}\right) \cdot \hat{e}_\theta \quad (5.6)$$

5.2 Serie de tiempo de una cinta de alcanfor

Utilizando los datos extraídos del experimento de la Sección 4.3.1, podemos extraer una serie de tiempo que nos puede ayudar a corroborar que el sistema experimental genera las dinámicas tipo bursting aperiódicas reportadas anteriormente.

5.2.1 Velocidad tangencial de un rotor

Si tomamos la magnitud de la velocidad tangencial descrita por la ecuación 5.3 y la graficamos, podemos observar que el sistema consigue replicar las dinámicas obtenidas en trabajos previos [Figura 3.2]. La serie de tiempo se puede apreciar en la siguiente figura:

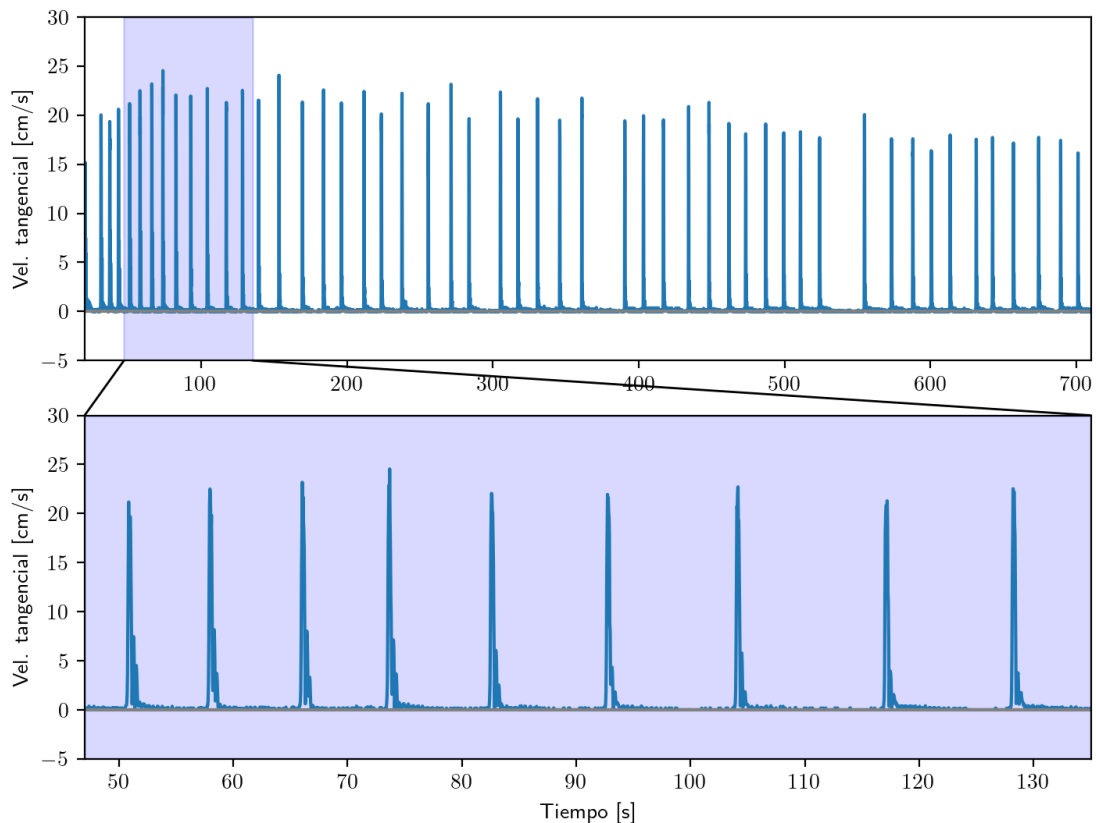


Figura 5.2. Serie de tiempo de la magnitud de la velocidad tangencial para un rotor sobre la superficie del agua. El segundo panel es un acercamiento de la región azul del primer panel.

Como se observa, esta serie de tiempo contiene un bajo nivel de *ruido*, principalmente debido a que el procesador de videos utilizado tiene cierto grado de error, por lo que estas pequeñas fluctuaciones tienen una frecuencia máxima de 30 Hz (la frecuencia de muestreo f_s en este caso es igual a los FPS a los que graba la cámara). Para evitar tener inconvenientes durante el análisis de la serie de tiempo, es conveniente aplicarle un filtro digital llamado *pasa-bajos* o *low-pass*, el cual atenúa las frecuencias arriba de una frecuencia máxima (que nosotros establecemos), esto nos ayuda a *suavizar* la gráfica; de manera particular se consideró una frecuencia máxima de corte de 15 Hz.

Tomando la serie de tiempo que se consigue de la ecuación 5.6, y aplicándole el filtro antes descrito, podemos observar el perfil real de las dinámicas de nuestro sistema en la siguiente figura:

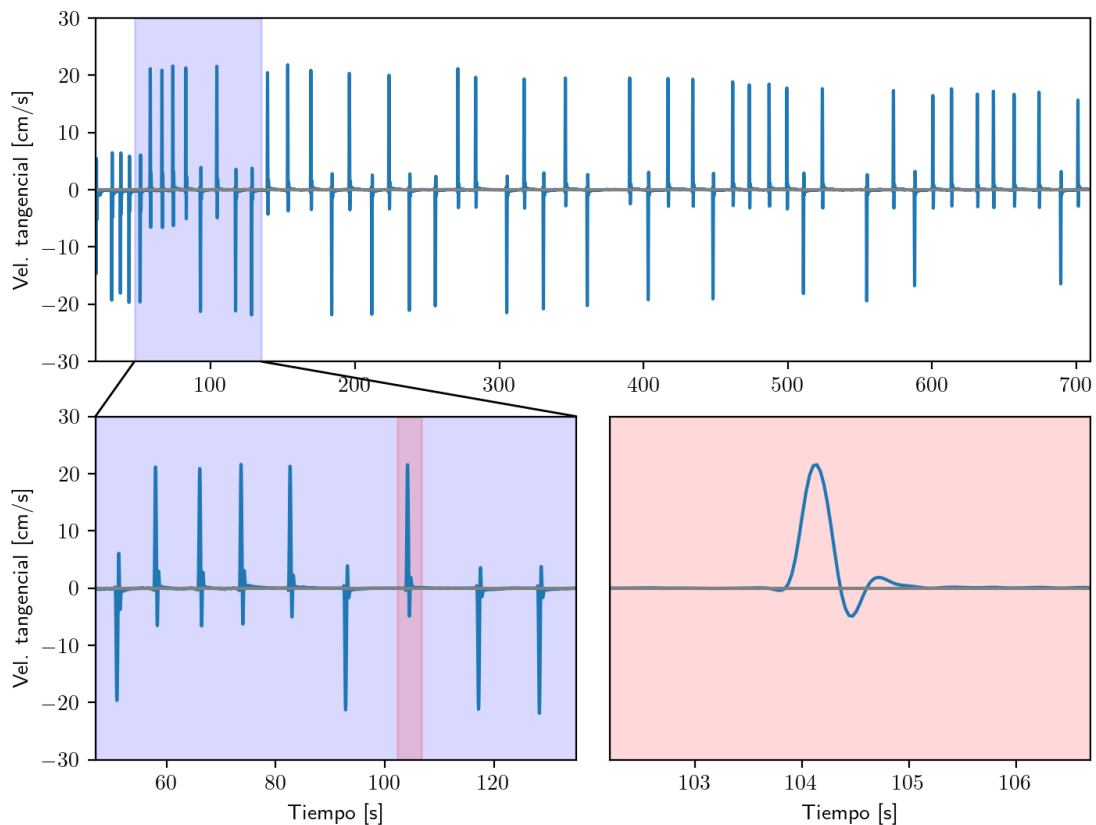


Figura 5.3. Serie de tiempo y perfil de la magnitud y dirección de la velocidad tangencial para un rotor sobre la superficie del agua. El panel inferior-izquierdo es un acercamiento de la región azul del panel superior, y el panel inferior-derecho es un acercamiento de la región rosa del panel inferior-izquierdo.

En el tercer panel de la Figura 5.3 se puede apreciar con gran detalle el perfil de una oscilación característica de nuestro sistema experimental; nótese como se asemeja al potencial de acción ilustrado en la Figura 2.1.

5.2.2 Tren de disparos (spiketrain) de un rotor

Como se explica en la Sección 2.2.2, para conseguir el spiketrain de una serie de tiempo, necesitamos definir el evento al que se le extrae su tiempo característico t_k . Este arreglo unidimensional nos ayuda a calcular el *Inter-Spike Interval* (ISI), el cual nos dice el tiempo que ocurrió entre un evento y otro, para así aplicar una herramienta estadística que nos ayude a ver que, efectivamente, el sistema presenta oscilaciones aperiódicas.

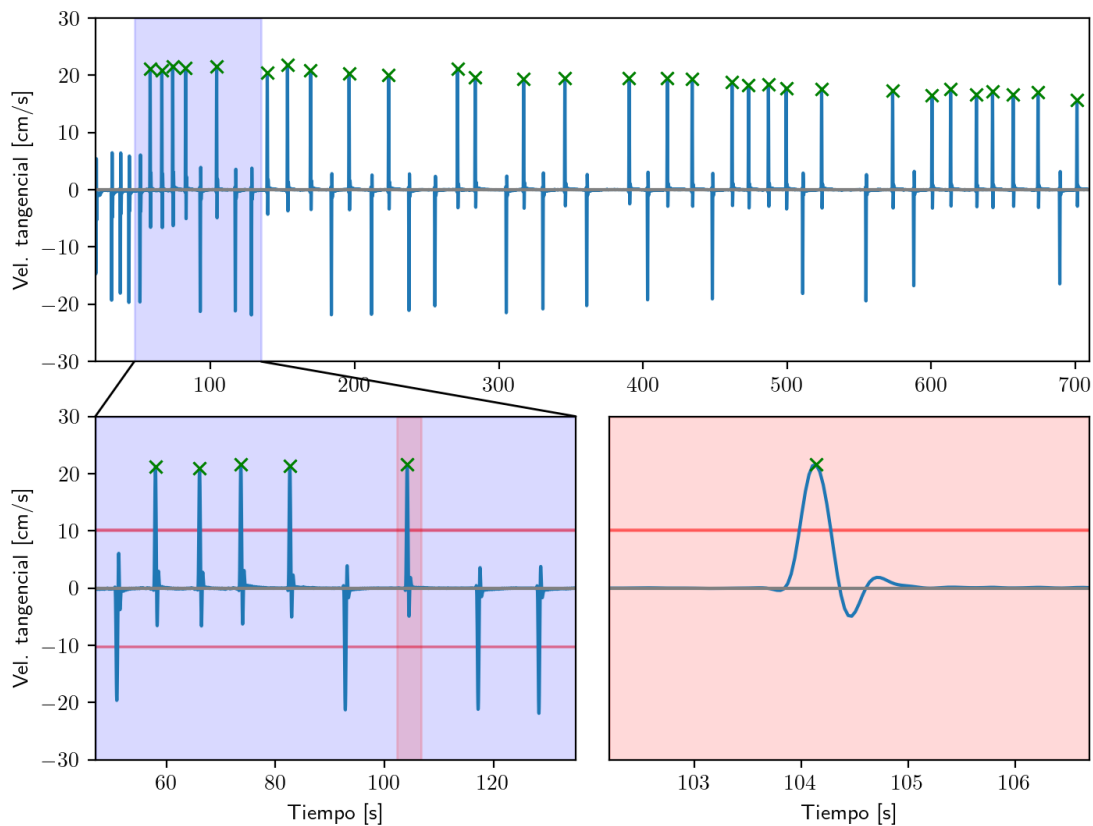


Figura 5.4. Serie de tiempo de la magnitud y dirección de la velocidad tangencial, en donde se muestra el umbral utilizado para la extracción de los eventos con tiempo t_k . El panel inferior-izquierdo es un acercamiento de la región azul del panel superior, y el panel inferior-derecho es un acercamiento de la región rosa del panel inferior-izquierdo.

Tomando la serie de tiempo que se observa en la Figura 5.3 y aplicándole el filtro pasa-bajos de la sección anterior, podemos definir los eventos necesarios para el spiketrain como *el punto más extremo de cada oscilación del sistema*. Definiendo un umbral (10 cm/s) como se observa en la Figura 5.4, extraemos el tiempo en el que ocurrieron dichos eventos para poder tomar el ISI correspondiente a nuestro spiketrain como se muestra en la Figura 5.5

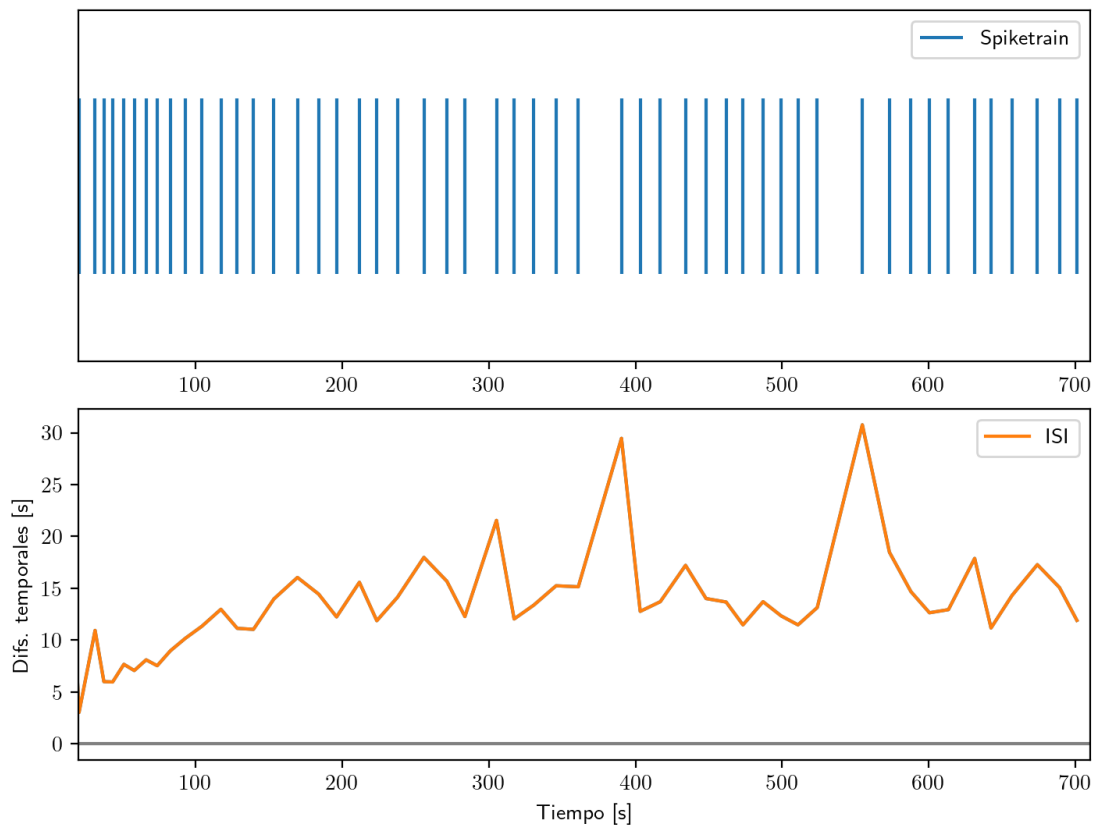


Figura 5.5. El panel superior muestra el spiketrain, mientras que en el panel inferior se observa el ISI de la serie de tiempo para un rotor sobre la superficie del agua.

Utilizando la información para el ISI, podemos realizar un histograma (intervalo de la muestra = 0.5 s), este nos permite saber con mayor certeza si el sistema presenta dinámicas periódicas o aperiódicas. En el caso periódico, la distribución debería exhibir un *pico* prominente en la estimación del kernel de densidad (KDE por sus siglas en inglés) del histograma, sin embargo, en el caso aperiódico la distribución debe ensancharse a los costados.

La Figura 5.6 nos permite ver que, a pesar de haber ciertos valores característicos centrales, la dinámica propia del sistema se puede considerar aperiódica, debido al ensanchamiento en la distribución del muestreo del ISI.

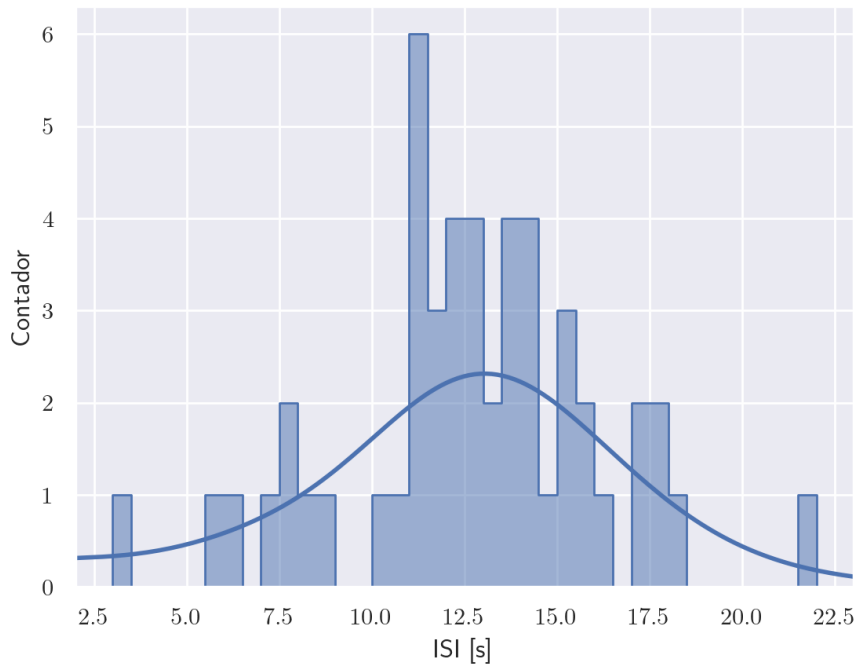


Figura 5.6. Histograma de los tiempos entre cada oscilación del sistema. La línea continua es la estimación KDE.

5.3 Indicios de sincronización entre dos rotores

Como se menciona en la Sección 2.3.1, se llevaron a cabo experimentos con dos rotores de alcanfor, variando la distancia de separación entre sus pivotes. Para confirmar la presencia del fenómeno de sincronización en nuestro sistema experimental, se extrajo la fase de cada rotor haciendo uso del respectivo spiketrain y de la Ecuación 2.1 para la fase de un sistema con eventos característicos en un tiempo t_k .

Hay dos grandes indicios de sincronización que podemos encontrar en nuestro sistema experimental, tomando en cuenta que se consideró una variación en el factor de acoplamiento (distancia entre rotores):

- El primer indicio es observar que la diferencia de fase $\varphi_{1,1}(t)$ (Ec. 2.6.a) contiene regiones *planas* (también llamadas plateaus) para diferentes valores del factor de acoplamiento. Esto sucede porque estamos considerando que trabajamos con un sistema *activo*, como el que se describe en la sección 2.3.3. Cabe mencionar que la diferencia de fase $\varphi_{1,1}(t)$ puede presentar estos plateaus tanto para dinámicas periódicas como en irregulares.
- El segundo gran indicio de sincronización en nuestro sistema experimental se enfoca en la existencia de estados sincronizados de orden superior, manifestados por la existencia de plateaus sobre una serie de tiempo $\varphi_{n,m}(t)$, en donde $n:m$ puede tomar diferentes valores, por lo que podemos decir que nuestro sistema se encuentra sincronizado [28].

Este método de detección de sincronización de fase ha sido utilizado en sistemas experimentales y fisiológicos que presentan dinámicas tipo bursting. El caso más destacable es la sincronización $n:m$ que ocurre en el sistema cardiorrespiratorio [56], en donde se toman los latidos del corazón como eventos característicos que ocurren en un tiempo t_k . También se han reportado indicios de sincronización de orden superior en circuitos eléctricos que presentan dinámicas tipo bursting [57] como se muestra en la Figura 5.7. Estos antecedentes, entre otros presentados anteriormente, nos aseguran que estamos abordando el problema de la manera correcta.

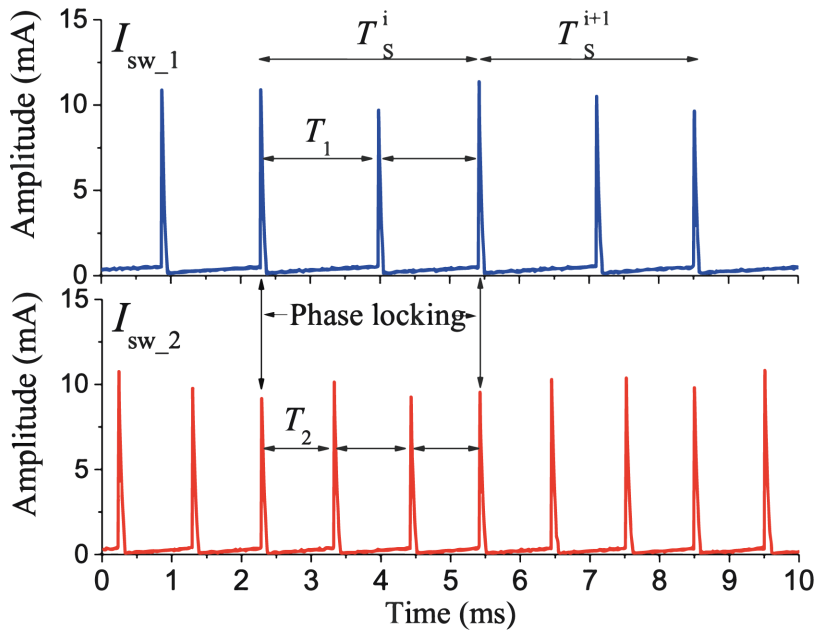


Figura 5.7. Oscilograma de la corriente de dos circuitos osciladores térmicamente acoplados por *switches* de dióxido de vanadio (VO_2). Adaptado de “Higher-order and long-range synchronization effects for classification and computing in oscillator-based spiking neural networks” por Velichko *et. al*, 2021, Neural Computing and Applications. **33**, 3113–3131.

5.3.1 *Plateaus* en la diferencia de fase $\varphi_{n,m}(t)$

Para observar los intervalos temporales en donde ocurre la sincronización de nuestro sistema, se graficaron las funciones de $\varphi_{n,m}(t)$ que se obtienen cuando hacemos que tome valores $n, m = \{1, 2, 3\}$. Estos valores fueron seleccionados debido a que son valores característicos de las regiones de sincronización principales, además que, por simple inspección visual, aparecen en las series de tiempo de nuestros experimentos.

Las nueve funciones se grafican en una matriz de nueve sub-paneles, esto nos permite observar la existencia de *plateaus* representativos para sincronización periódica tipo $n:m$, para una serie de tiempo. Se analizaron regiones temporales del sistema en el que éste presentaba dinámicas tipo bursting. Se dividió la fase $\phi(t)$ entre 2π (consiguiendo unidades adimensionales) para considerar el número de oscilaciones de diferencia entre un rotor y otro al realizar la operación $\varphi_{n,m}(t)$. Por definición, la diagonal $\varphi_{n,n}(t)$ se puede tomar como $n \cdot \varphi_{1,1}(t)$, por lo que las tres gráficas tendrán el mismo perfil cambiando su escala en un factor de n . Al momento de hacer un estudio de dichas gráficas, sólo se considera al estado $1:1$ como estado sincronizado, ya que los estados $2:2$ y $3:3$ implican la detección de los múltiplos de la fase base. Dependiendo de las dinámicas autónomas, es decir, periódicas o irregulares, se indicará en cada uno de los casos la implicación de llegar a un estado sincronizado $n:m$.

Para el caso en el que la distancia entre pivotes toma su valor máximo (8 cm), es decir, máxima separación (mínimo acoplamiento), para el calculo de las diferencias de fases en tiempo real, se observa que el sistema busca una sincronización 1:2 [Figura 5.8, panel superior-central], sin embargo, no llega a conseguirla. El resto de los paneles para las posibles combinaciones de n y m , corroboran que la fuerza del acoplamiento no es lo suficientemente alta como para llegar a un estado sincronizado en el movimiento rotatorio de las cintas de alcanfor.

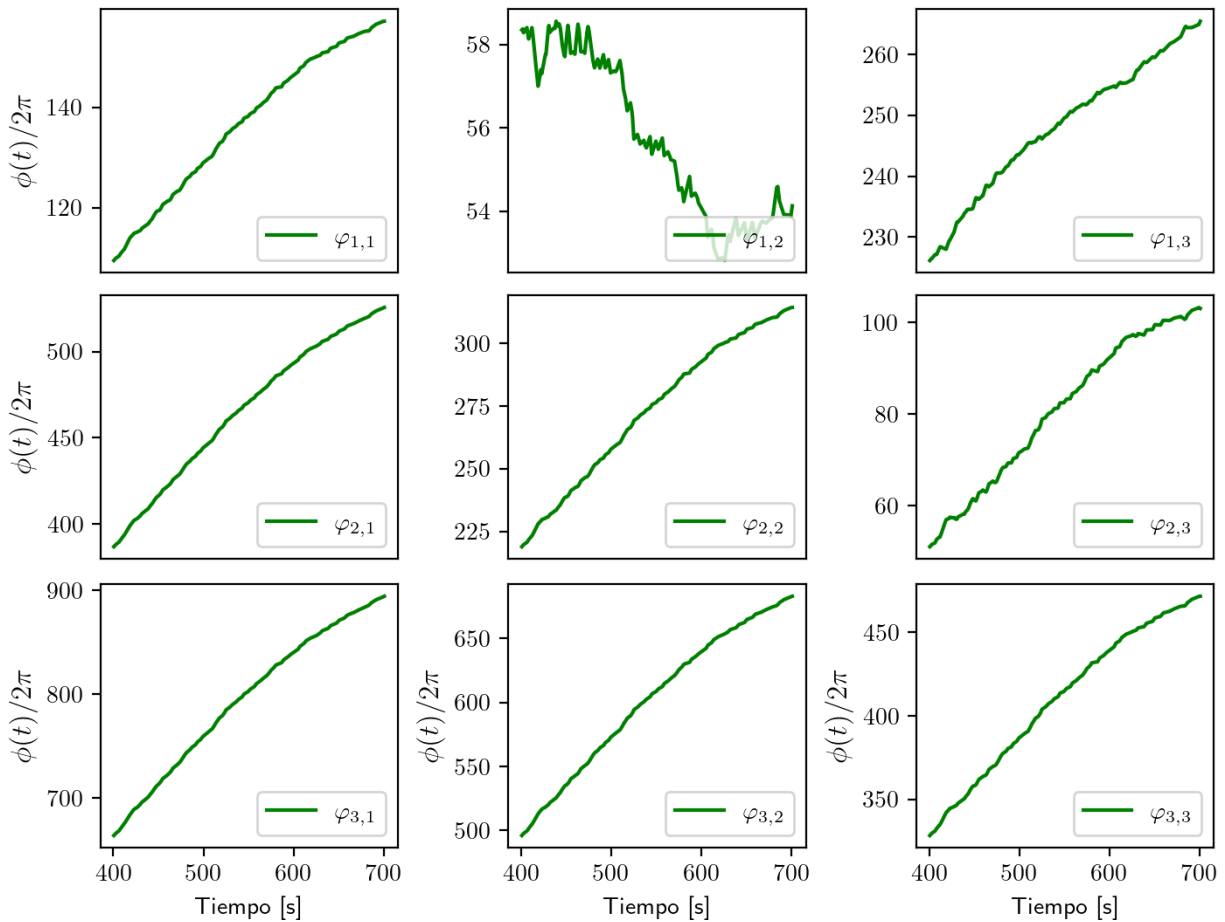


Figura 5.8. Series de tiempo conseguidas por las operaciones $\varphi_{n,m}(t)$ en las que n y m toman como valor $\{1, 2, 3\}$. Los rotores tienen una distancia de separación entre pivotes de 8 cm.

Observando las series de tiempo traslapadas de esta configuración experimental [Figura 5.9], se puede observar que el sistema presenta dinámicas irregulares (en el ISI) para ambas cintas, las cuales no llegan a sincronizarse. Lo anterior corrobora nuestro cálculo con las diferencias fases instantáneas.

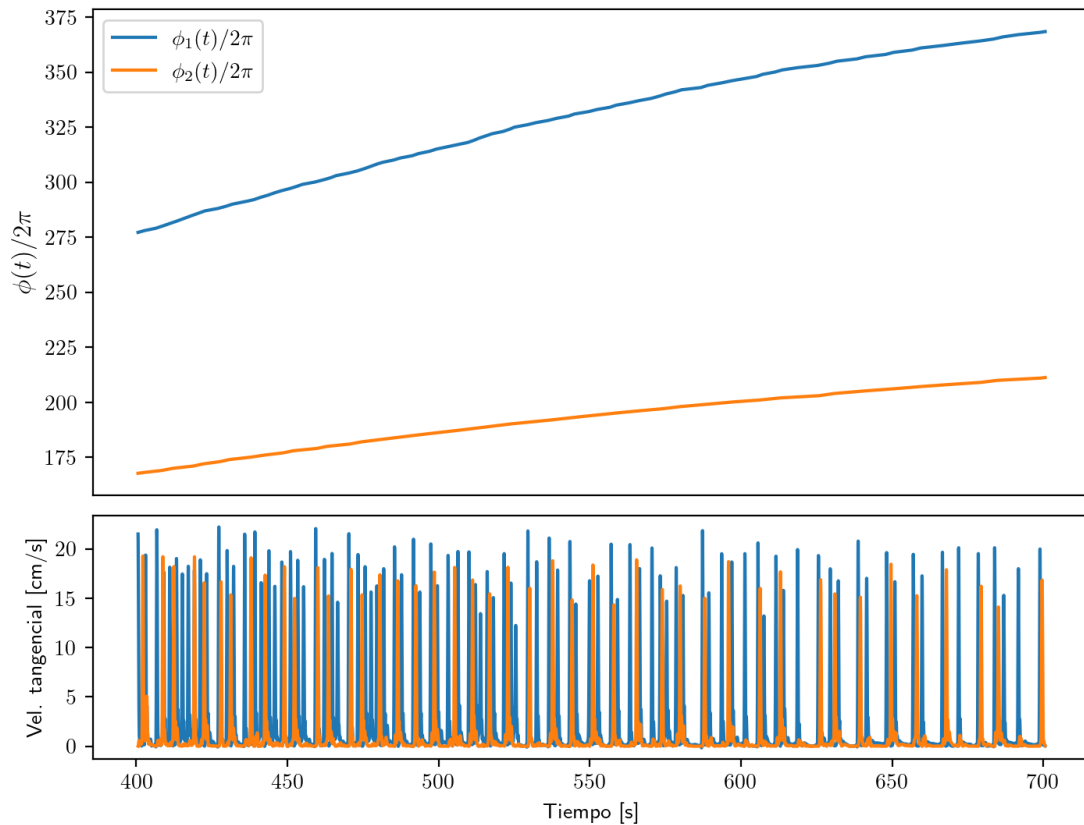


Figura 5.9. La primera gráfica corresponde a la fase $\phi(t)$ de cada oscilador (dividida entre 2π). El panel inferior muestra el intervalo de la serie de tiempo correspondiente a la gráfica superior. La distancia de separación entre pivotes es de 8 cm.

Considerando una distancia entre pivotes de 7 cm, el sistema presentó nuevamente dinámicas irregulares, sin embargo, en esta ocasión la fuerza del acoplamiento es lo suficientemente grande como para que el sistema llegue a un estado sincronizado. En la Figura 5.10, panel superior-izquierdo ($\varphi_{1,1}(t)$ y sus múltiplos) se detecta cuantitativamente el plateau correspondiente, asociado con este estado sincronizado.

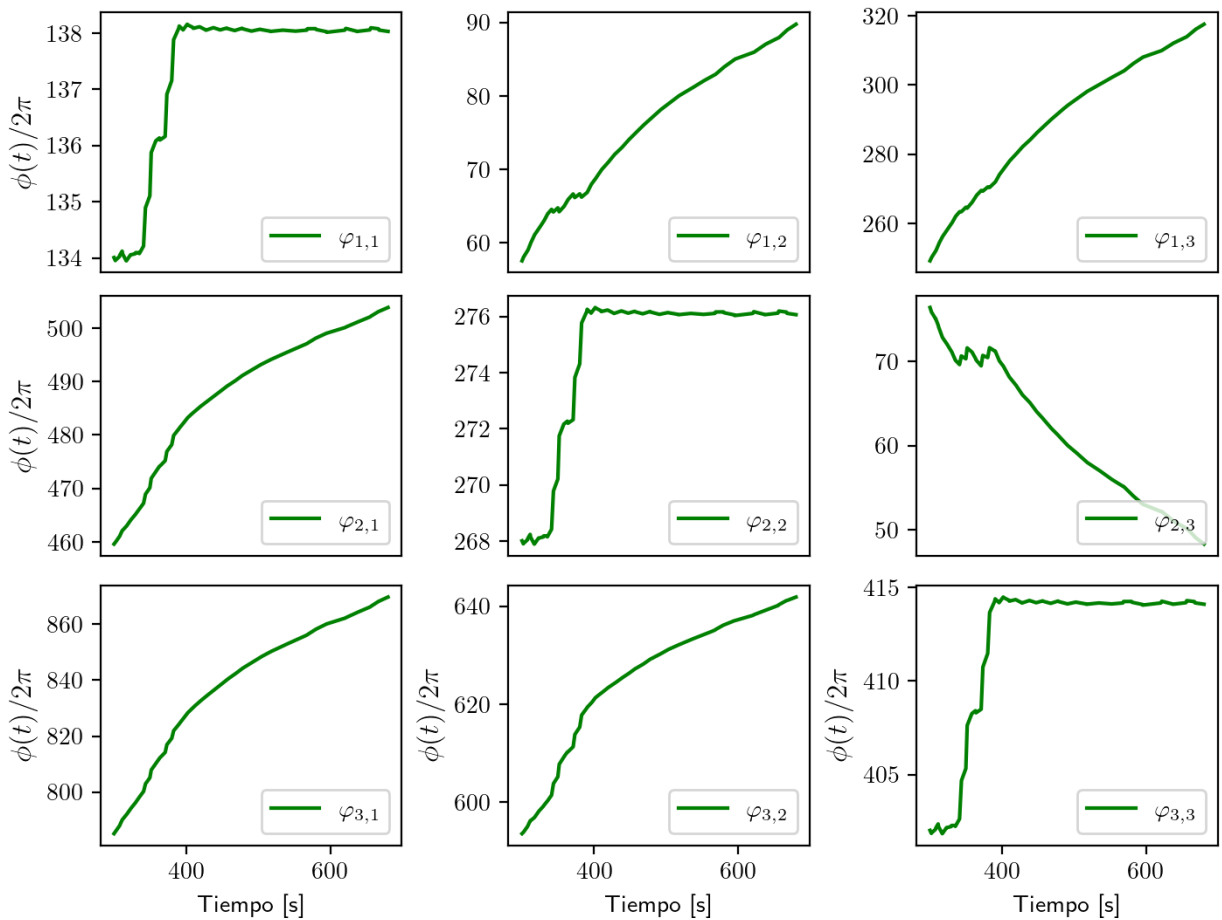


Figura 5.10. Series de tiempo conseguidas por las operaciones $\varphi_{n,m}(t)$ en las que n y m toman como valor $\{1, 2, 3\}$. Los rotores tienen una distancia de separación entre pivotes de 7 cm.

Este resultado era de esperarse, una simple observación de las series de tiempo de este arreglo experimental [Figura 5.11, panel inferior] permite ver que el sistema está en sincronización de fase, en el cual ambas cintas exhiben dinámicas irregulares.

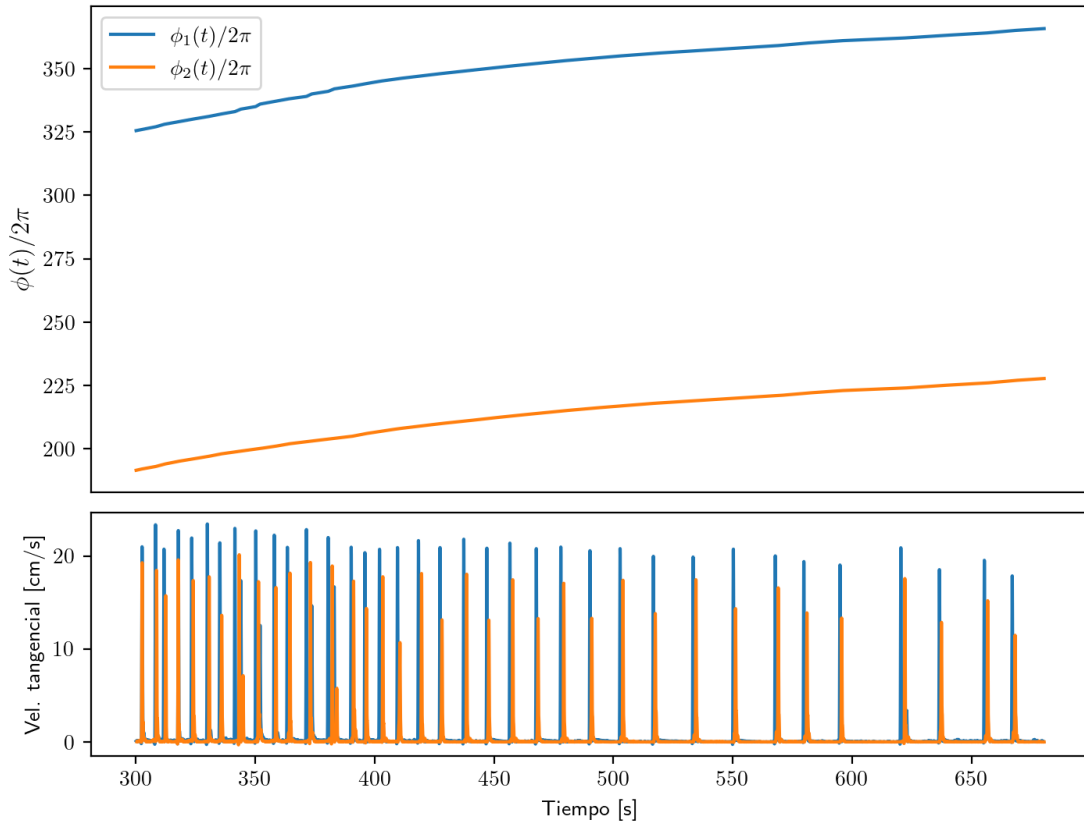


Figura 5.11. La primera gráfica corresponde a la fase $\phi(t)$ de cada oscilador (dividida entre 2π). El panel inferior muestra el intervalo de la serie de tiempo correspondiente a la gráfica superior. La distancia de separación entre pivotes es de 7 cm.

Cuando la distancia de separación entre pivotes era de 6 cm, se observó el mismo caso que en el experimento anterior, tal como se muestra en la Figura 5.12. Se puede distinguir que la diferencia de fase $\varphi_{1,1}(t)$ (y los múltiplos en la diagonal) exhiban un plateau.

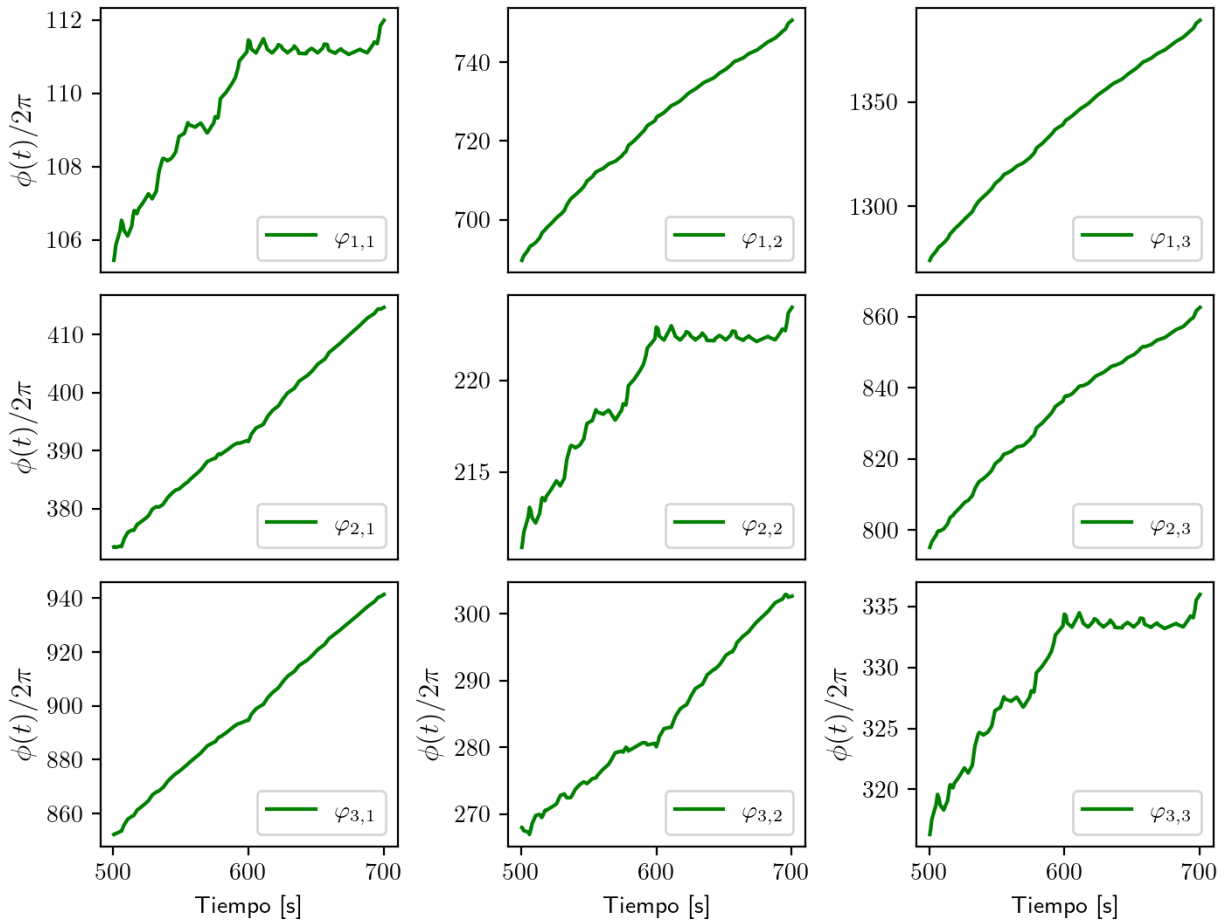


Figura 5.12. Series de tiempo conseguidas por las operaciones $\varphi_{n,m}(t)$ en las que n y m toman como valor $\{1, 2, 3\}$. Los rotores tienen una distancia de separación entre pivotes de 6 cm.

En la Figura 5.13 el sistema exhibe oscilaciones irregulares para ambas cintas, sin embargo, se distingue una sincronización de fase, la cual, para este caso, es más fácil de identificar con el análisis de la fase de las series de tiempo.

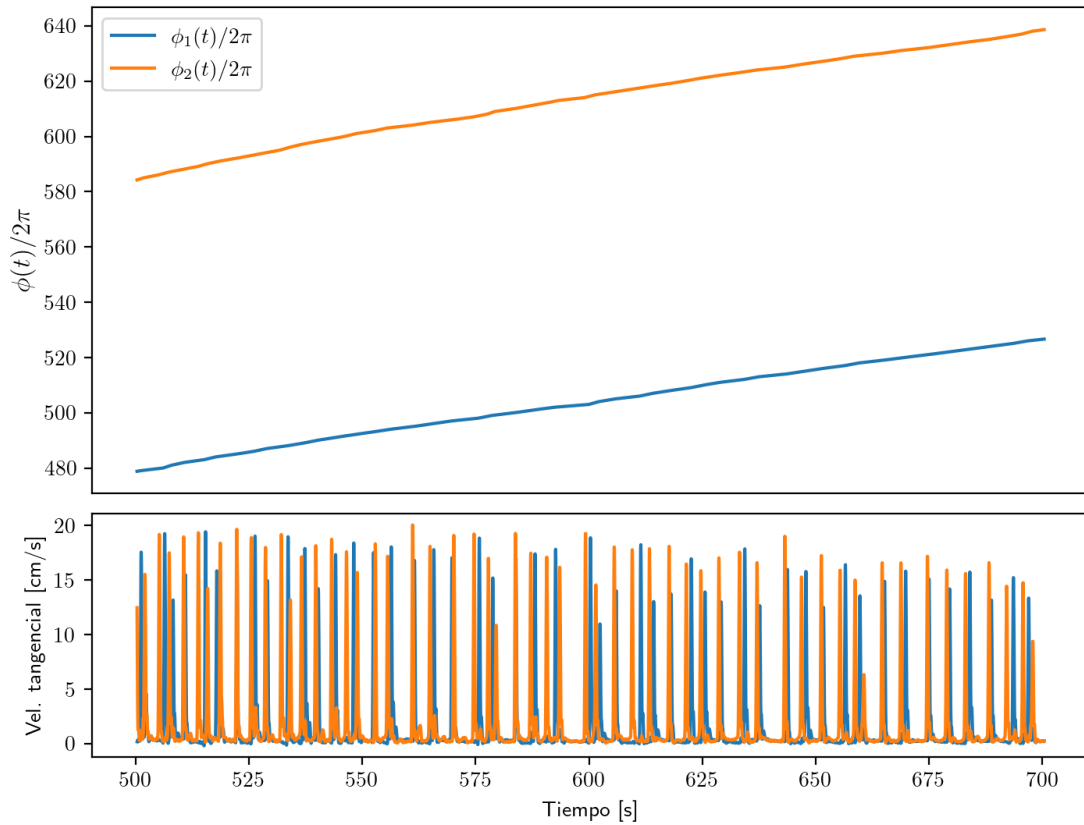


Figura 5.13. La primera gráfica corresponde a la fase $\phi(t)$ de cada oscilador (dividida entre 2π). El panel inferior muestra el intervalo de la serie de tiempo correspondiente a la gráfica superior. La distancia de separación entre pivotes es de 6 cm.

Este resultado confirma el primer indicio de sincronización mencionado en el inicio de esta Sección. El sistema logra la sincronización de fase para diferentes valores del factor de acoplamiento, ya que se consiguen identificar plateaus para dos distancias de separación diferentes.

Al tomar una distancia de separación de 5 cm entre pivotes, se observaron relaciones más complejas (e intermitentes) para las series de tiempo, como se observa en la Figura 5.14. En una misma serie de tiempo, el sistema consiguió plateaus en las diferencias $\varphi_{1,2}(t)$ y $\varphi_{2,3}(t)$ por intervalos considerables de tiempo. La sincronización de fase 2:3 [Figura 5.14, panel medio-derecho] fue la primera en ocurrir, mientras que el régimen 1:2 [Figura 5.14, panel superior-central] predominó el tiempo restante del experimento.

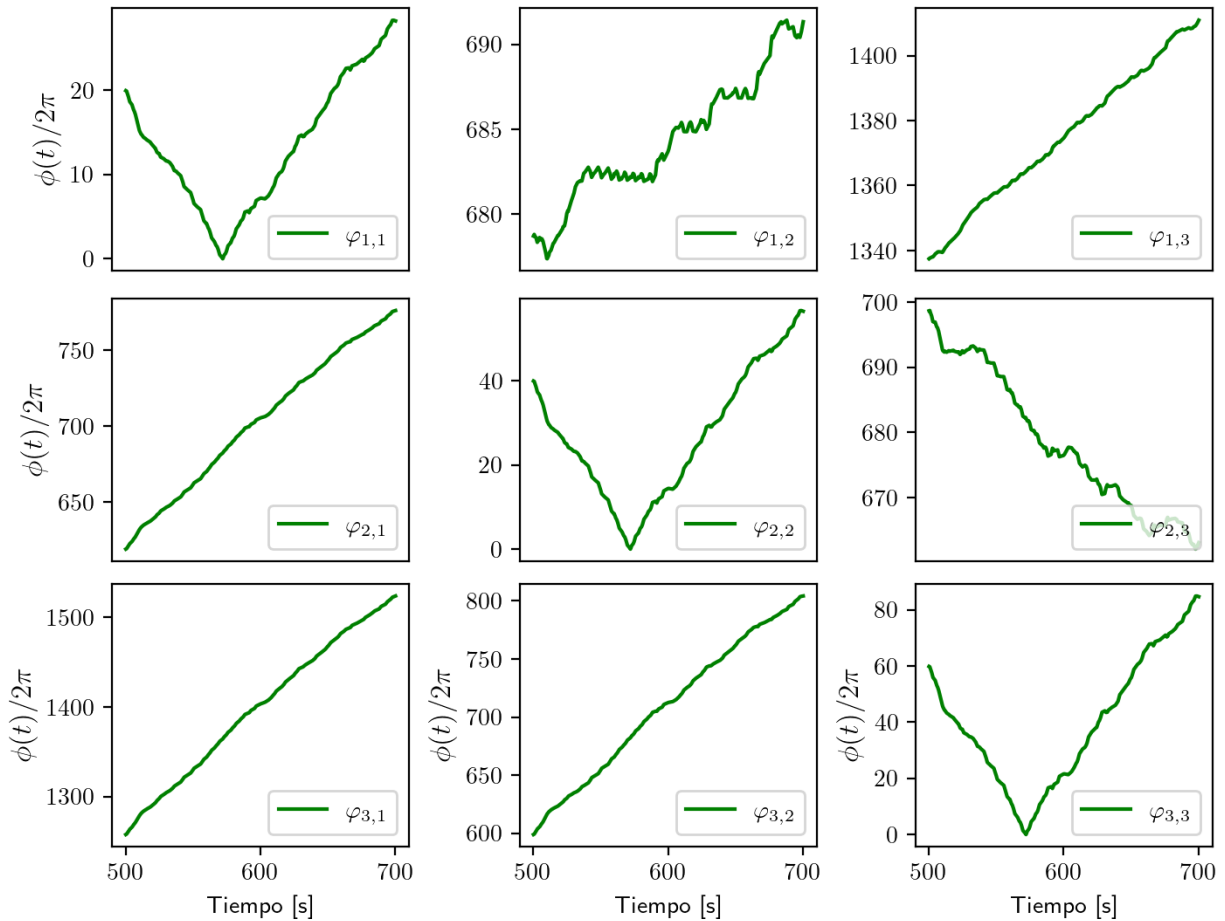


Figura 5.14. Series de tiempo de $\varphi_{n,m}(t)$ en las que n y m toman como valor $\{1, 2, 3\}$. Los rotores tienen una distancia de separación entre pivotes de 5 cm.

En la Figura 5.15 se pueden apreciar intervalos de tiempo que sugieren la presencia de estados sincronizados 1:2 por algunos intervalos de tiempo, en los cuales los rotores exhiben dinámicas que evolucionan por un corto tiempo a un régimen periódico, como bien indica la Figura 5.14 [panel superior-central] o en su versión magnificada en la Figura 5.15 [panel superior].

El régimen 2:3 es difícil de identificar a simple vista, ocurre (aproximadamente) durante los primeros 25 s de la serie de tiempo que se muestra, sin embargo, el método de análisis de diferencia de fases consigue detectar un plateau. Como bien lo indica la Ecuación 2.6.a, la diferencia de fase, para un sistema experimental, no es constante, más bien oscila alrededor de cierto valor.

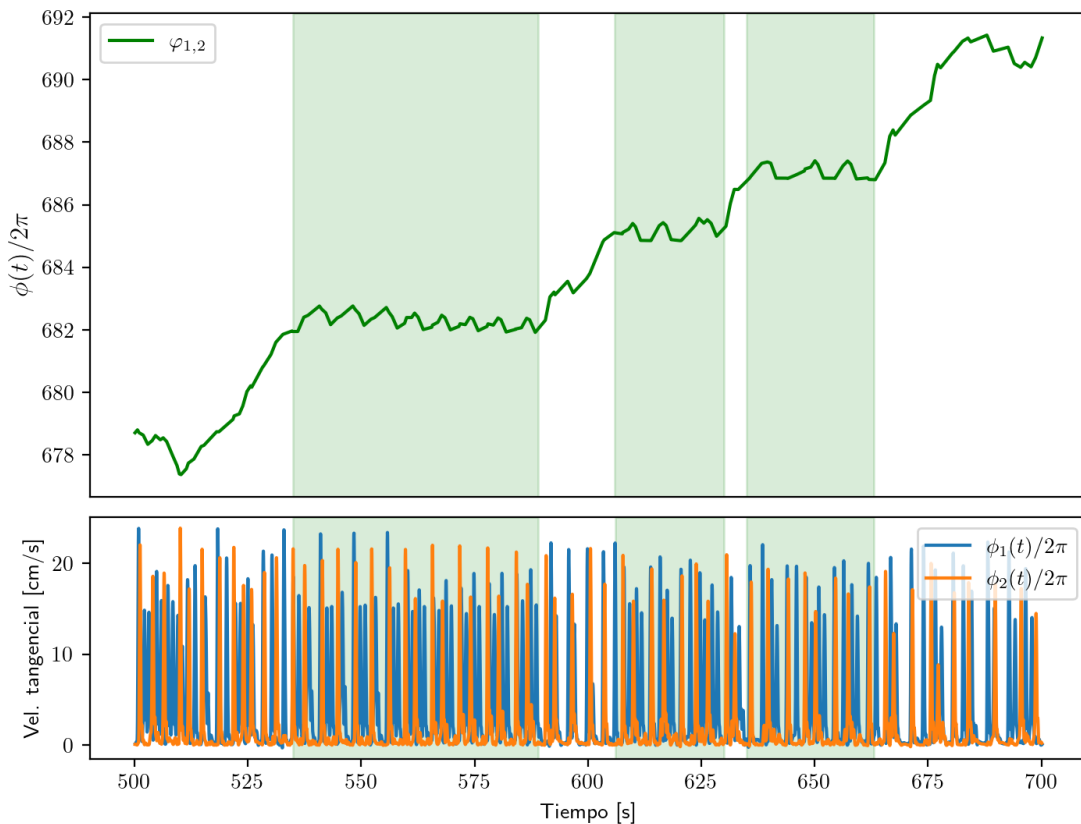


Figura 5.15. La primera gráfica corresponde a la diferencia de fase $\phi_{1,2}(t)$. El panel inferior muestra el intervalo de la serie de tiempo correspondiente a la gráfica superior, mientras que las zonas verdes son regiones temporales de sincronización de su correspondiente diferencia de fase. La distancia de separación entre pivotes es de 5 cm.

Finalmente, en el experimento en el que la distancia entre pivotes tomó su valor mínimo (4 cm), se observó nuevamente sincronización de fase. A diferencia de los casos con 6 – 7 cm de separación, en esta serie de tiempo se observa que el sistema experimentó múltiples *phase jumps* [Figura 5.16, panel superior-izquierdo).

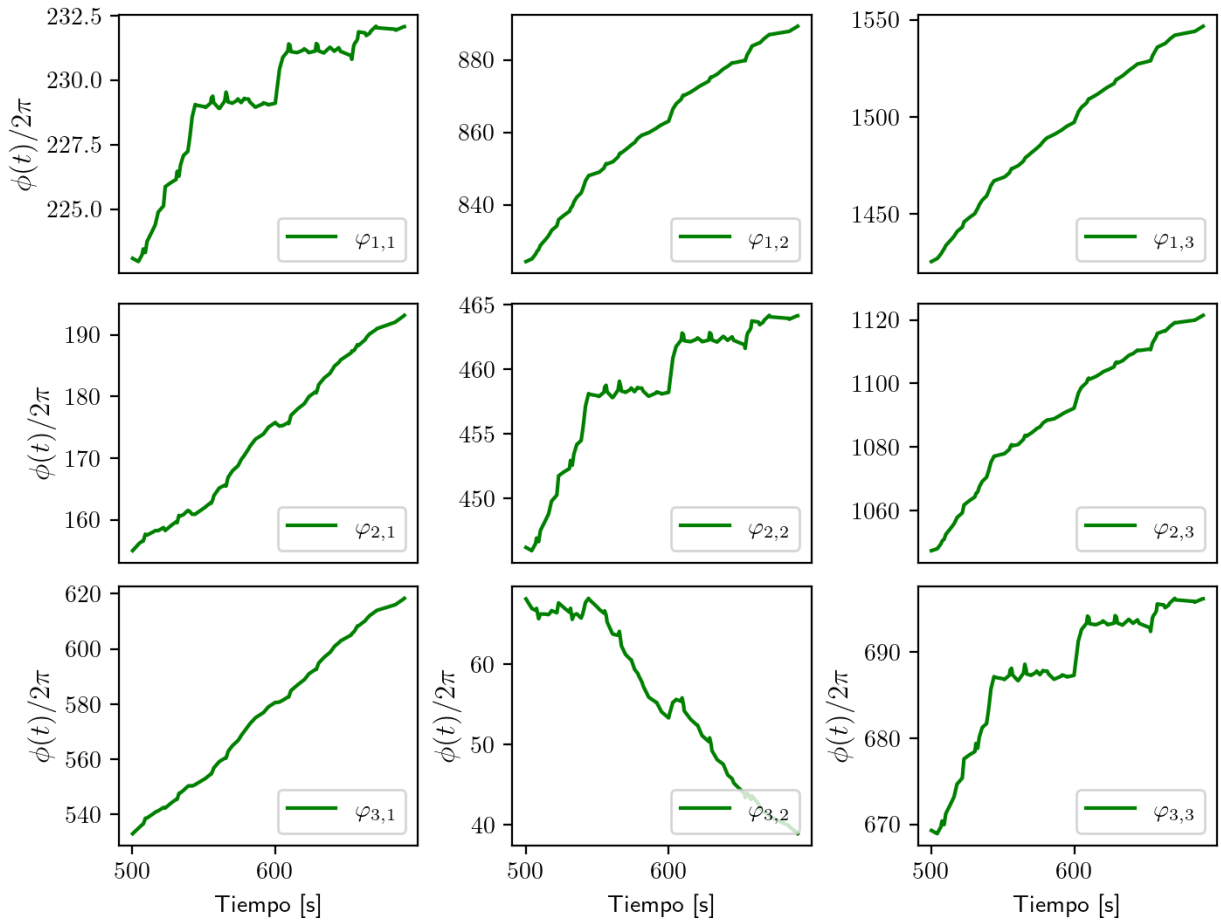


Figura 5.16. Series de tiempo conseguidas por las operaciones $\varphi_{n,m}(t)$ en las que n y m toman como valor $\{1, 2, 3\}$. Los rotores tienen una distancia de separación entre pivotes de 4 cm.

Haciendo un análisis de la serie de tiempo de los rotores, para esta configuración experimental [Figura 5.17], se puede observar que existen regiones (con dinámicas irregulares) en las que el sistema consigue un estado sincronizado. Los *phase jumps* se deben a *spikes extras* durante las dinámicas de alguno de los rotores.

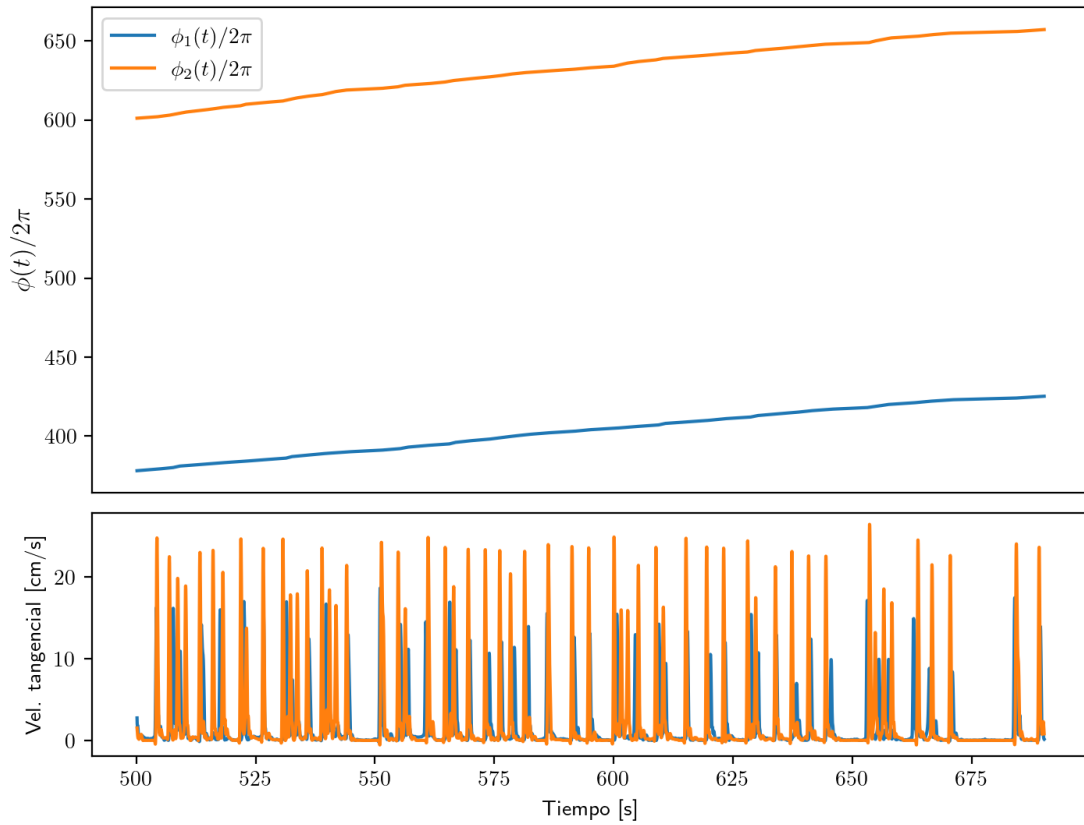


Figura 5.17. La primera gráfica corresponde a la fase $\phi(t)$ de cada oscilador (dividida entre 2π). El panel inferior muestra el intervalo de la serie de tiempo correspondiente a la gráfica superior. La distancia de separación entre pivotes es de 4 cm.

Capítulo 6

Conclusiones

En esta tesis se estudiaron las dinámicas tipo bursting generadas por un sistema de rotores autopulsados por alcanfor. Se observó que, efectivamente, la concentración de tensoactivo y el área de la superficie acuosa en la que se realizaban los experimentos eran factores importantes. También se consideró la relación entre éstas como un factor determinante en las dinámicas del sistema. En el trabajo de Sharma *et al.* (2019) [50] se utilizaba una molaridad aproximadamente del triple que su trabajo en el que encontró dinámicas tipo bursting [51], sin embargo, el área superficial en la que trabajó en su primer estudio era diez veces mayor que en su trabajo posterior. Esta observación nos permitió aumentar el factor de acoplamiento del sistema al disminuir el área de la superficie acuosa y trabajar con una molaridad que no saturara la solución en la que se impregnaban las cintas (alcanfor en alcohol etílico).

La metodología experimental y los protocolos permitieron mantener un estándar de limpieza y calidad en los resultados. Consideramos que el haber utilizado luces UV-A para mejorar la detección de las cintas de papel por la cámara de video fue una estrategia apropiada, la cual nos ayudó notoriamente en el análisis de las

imágenes del video. Los algoritmos y técnicas de programación desarrolladas para procesar las series de tiempo, extraídas de las grabaciones de los experimentos, nos permitió mejorar la calidad del análisis. Esto nos permitió ver con gran detalle el perfil de las oscilaciones tipo bursting exhibidas por un rotor. La semejanza de un potencial de acción y el perfil de las dinámicas de nuestro sistema puede ser otro indicio de que nuestro sistema experimental emula más de lo esperado a una señal neuronal.

Los métodos utilizados para procesar las series de tiempo probaron ser indicados y permitieron identificar regiones en las series de tiempo, en las cuales dos sistemas que exhibían dinámicas excitables irregulares (de manera natural, aisladas), se sincronizaban. Estas afirmaciones fueron corroboradas de manera cualitativa y cuantitativa, a través de la inspección visual de las series de tiempo traslapadas y el cálculo de la diferencia de fase, respectivamente.

La hipótesis de que el factor de acoplamiento ε es inversamente proporcional a la distancia de separación entre los pivotes de los rotores resultó correcta, ya que se observaron diferentes regímenes de sincronización $n:m$ dependiendo de la distancia a la que estos se encontraran, siendo la sincronización de fase simple (1:1) el modo preferido cuando estos estaban *lejos* uno del otro.

En el mejor de nuestros esfuerzos, en experimentos previos, se intentó obtener dinámicas rotacionales periódicas como en el trabajo de Sharma *et al.* (2019) [50]. A pesar de no haberlas podido conseguir, queda como perspectiva para futuros trabajos de investigación estudiar el impacto de la relación entre la superficie acuosa y la concentración de alcanfor en la solución que se impregnan las cintas de papel. De igual manera, hay un interés en estudiar a detalle el perfil de las oscilaciones tipo bursting de nuestro sistema experimental, con el fin de determinar los tiempos refractorios característicos del rotor.

Referencias

- [1] Pikovsky, A., Rosenblum, M., & Kurths, J. (2001). Synchronization: A universal concept in Nonlinear Sciences. *Cambridge University Press*.
- [2] Strogatz, S. H., & Stewart, I. (1993). Coupled Oscillators and Biological Synchronization. *Scientific American*, **269**(6), 102–109.
- [3] Han, S. K., Kurrer, C., & Kuramoto, Y. (1995). Dephasing and Bursting in Coupled Neural Oscillators. *Physical Review Letters*, **75**(17), 3190–3193.
- [4] Glass, L. (2001). Synchronization and rhythmic processes in physiology. *Nature*, **410**, 227–284.
- [5] Feldman, R., Magori-Cohen, R., Galili, G., Singer, M., & Louzoun, Y. (2011). Mother and infant coordinate heart rhythms through episodes of interaction synchrony. *Infant Behavior and Development*, **34**(4), 569–577.
- [6] Winfree, A. T. (2001). The Geometry of Biological Time. *Interdisciplinary Applied Mathematics*.
- [7] Ruiz-Oliveras, F. R., & Pisarchik, A. N. (2009). Synchronization of semiconductor lasers with coexisting attractors. *Physical Review E*, **79**(1).
- [8] Pimentel, A. (2008). Sincronización y fenómenos colectivos: Modelos de redes complejas y votantes. *Instituto de Física, UNAM*.
- [9] Kuramoto, Y. (1984). Chemical Oscillations, Waves, and Turbulence. *Springer Series in Synergetics*.

- [10] Oporto, S. A. y Ramírez, G. M. (2014). Sincronización y estabilidad en un sistema compuesto por dos osciladores químicos idénticos. *Revista Boliviana de Física*, **25**, 7-13.
- [11] Pecora, L. M., & Carroll, T. L. (2015). Synchronization of chaotic systems. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, **25**(9), 097611.
- [12] van der Pol, B. (1926). On Relaxation-Oscillations. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, **7**, 978-992.
- [13] van der Pol, B., & van der Mark, J. (1927). Frequency Demultiplication. *Nature*, **120**(3019), 363–364.
- [14] van der Pol, B., & van der Mark, J. (1928). LXXII. The heartbeat considered as a relaxation oscillation, and an electrical model of the heart. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, **6**(38), 763–775.
- [15] Schematic of the Burridge – Knopoff model. Ferguson, C. D., Klein, W., Rundle, J. B., Gould, H., & Tobochnik, J. (1998). Long-range earthquake fault models. *Computers in Physics*, **12**(1), 34.
- [16] Pippard, A. (1989). The Physics of Vibration. *Cambridge University Press*.
- [17] Hodgkin, A. L., & Huxley, A. F. (1952). A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve. *The Journal of Physiology*, **117**(4), 500–544.
- [18] Guevara Erra, R., Perez Velazquez, J. L., & Rosenblum, M. (2017). Neural Synchronization from the Perspective of Non-linear Dynamics. *Frontiers in Computational Neuroscience*, **11**(98).
- [19] Buzsaki, G. (2006). Rhythms of the Brain. *Oxford University Press*.
- [20] Nowotny, T., Huerta, R., & Rabinovich, M. I. (2008). Neuronal synchrony: Peculiarity and generality. *Chaos*, **18**(3), 037119.

- [21] Lapicque L (1907). "Recherches quantitatives sur l'excitation électrique des nerfs traitée comme une polarisation". *J. Physiol. Pathol. Gen.*, **9**, 620–635.
- [22] Kreifeldt, J. (1970). Ensemble entrainment of self-sustaining oscillators: a possible application to neural signals. *Mathematical Biosciences*, **8**(3-4), 425–436.
- [23] Gerstner, W., & Kistler, W. (2002). Spiking Neuron Models: Single Neurons, Populations, Plasticity. *Cambridge University Press*.
- [24] Cohen, M. X. (2014). Analyzing Neural Time Series Data. *MIT Press*.
- [25] Pikovsky, A., Rosenblum, M., & Kurths, J. (2000). Phase Synchronization In Regular And Chaotic Systems. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, **10**(10), 2291–2305.
- [26] Kantz, H., & Schreiber, T. (2003). Nonlinear Time Series Analysis (2da ed.). *Cambridge University Press*.
- [27] Guckenheimer, J., & Holmes, P. (1983). Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields. *Applied Mathematical Sciences*.
- [28] Rosenblum, M., Pikovsky, A., Kurths, J., Schäfer, C., & Tass, P. A. (2001). Chapter 9 Phase synchronization: From theory to data analysis. *Handbook of Biological Physics*, 279–321.
- [29] Brochard, F. (1989). Motions of droplets on solid surfaces induced by chemical or thermal gradients. *Langmuir*, **5**(2), 432–438.
- [30] James Thomson A.M. C.E. (1855) XLII. On certain curious motions observable at the surfaces of wine and other alcoholic liquors, *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, **10**(67), 330-333.
- [31] Van der Mensbrugghe, G. L. (1869). *Mém. couronnés L'Acad. Roy. Belg.*, **34**.
- [32] Marangoni, C. G. M. (1871). *Ann. Phys.*, **143**, 337.

- Gibbs, J. Willard (October 1875 – May 1876). On the Equilibrium of Heterogeneous Substances. *Transactions of the Connecticut Academy of Arts and Sciences*, **3**, 108–248.
- [33]
- Gibbs, J. Willard (May 1877 – July 1878). On the Equilibrium of Heterogeneous Substances. *Transactions of the Connecticut Academy of Arts and Sciences*, **3**, 343–524.
- [34]
- Rayleigh, Lord. (1890). XLIII. On the tension of water surfaces, clean and contaminated, investigated by the method of ripples. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, **30**(186), 386–400.
- [35]
- Tomlinson, C. (1860). On the Motions of Camphor on the Surface of Water. *Proceedings of the Royal Society of London*, **11**(0), 575–577
- [36]
- Obladen, M. (2005). History of Surfactant up to 1980. *Neonatology*, **87**(4), 308–316.
- [37]
- Zänker, S., Tölle, W., Blümel, G., & Probst, J. (1980). Evaluation of Surfactant-Like Effects of Commonly Used Remedies for Colds. *Respiration*, **39**(3), 150–157.
- [38]
- Billard G, Bruyant C (1905) Sur une mode particulier de locomotion de certains *Stenus*. *C R Soc Biol.*, **59**, 102–103
- [39]
- Betz, O. (2002). Performance and adaptive value of tarsal morphology in rove beetles of the genus *stenus* (Coleoptera, Staphylinidae). *J. Exp. Biol.*, **205**, 1097–1113.
- [40]
- Nachtigall, W. (1974). Chapter 6 Locomotion: mechanics and hydrodynamics of swimming in aquatic insects. *The Physiology of Insecta*, 381–432.
- [41]
- Kwak, B., & Bae, J. (2018). Locomotion of arthropods in aquatic environment and their applications in robotics. *Bioinspiration & Biomimetics*, **13**(4), 041002.
- [42]
- Kwak, B., Choi, S., Maeng, J., & Bae, J. (2021). Marangoni effect inspired robotic self-propulsion over a water surface using a flow-imbibition-powered microfluidic pump. *Scientific Reports*, **11**(1).
- [43]

- [44] Meng, G., Zhang, W.-M., Huang, H., Li, H.-G., & Chen, D. (2009). Micro-rotor dynamics for micro-electro-mechanical systems (MEMS). *Chaos, Solitons & Fractals*, **40**(2), 538–562.
- [45] Nakata, S., Iguchi, Y., Ose, S., Kuboyama, M., Ishii, T., & Yoshikawa, K. (1997). Self-Rotation of a Camphor Scraping on Water: New Insight into the Old Problem. *Langmuir*, **13**(16), 4454–4458.
- [46] Nakata, S., & Hayashima, Y. (1998). Spontaneous dancing of a camphor scraping. *Journal of the Chemical Society, Faraday Transactions*, **94**(24), 3655–3658.
- [47] Nakata, S., Kohira, M. I., & Hayashima, Y. (2000). Mode selection of a camphor boat in a dual-circle canal. *Chemical Physics Letters*, **322**(5), 419–423.
- [48] Kohira, M. I., Hayashima, Y., Nagayama, M., & Nakata, S. (2001). Synchronized Self-Motion of Two Camphor Boats. *Langmuir*, **17**(22), 7124–7129.
- [49] Suematsu, N. J., Ikura, Y., Nagayama, M., Kitahata, H., Kawagishi, N., Murakami, M., & Nakata, S. (2010). Mode-Switching of the Self-Motion of a Camphor Boat Depending on the Diffusion Distance of Camphor Molecules. *The Journal of Physical Chemistry C*, **114**(21), 9876–9882.
- [50] Sharma, J., Tiwari, I., Das, D., Parmananda, P., Akella, V. S., & Pimienta, V. (2019). Rotational synchronization of camphor ribbons. *Physical Review E*, **99**(1), 012204.
- [51] Sharma, J., Tiwari, I., Parmananda, P., Rivera, M. (2022). Aperiodic bursting dynamics of active rotors. *Physical Review E*, **105**, 014216.
- [52] Nagayama, M., Nakata, S., Doi, Y., & Hayashima, Y. (2004). A theoretical and experimental study on the unidirectional motion of a camphor disk. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, **194**(3-4), 151–165.
- [53] Iida, K., Kitahata, H., & Nagayama, M. (2014). Theoretical study on the translation and rotation of an elliptic camphor particle. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, **272**, 39–50.
- [54] Chen, X., Ei, S., Mimura, M. (2009). Self-Motion of Camphor Discs: Model and Analysis. *Networks and Heterogeneous Media*, **4**, 1–18.

- [55] Heikkinen, I. T. S., Kauppinen, C., Liu, Z., Asikainen, S. M., Spoljaric, S., Seppälä, J. V., ... Pearce, J. M. (2018). Chemical compatibility of fused filament fabrication-based 3-D printed components with solutions commonly used in semiconductor wet processing. *Additive Manufacturing*, **23**, 99–107.
- [56] Lotrič, M. B., & Stefanovska, A. (2000). Synchronization and modulation in the human cardiorespiratory system. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, **283**(3-4), 451–461.
- [57] Velichko, A., Putrolaynen, V., & Belyaev, M. (2021). Higher-order and long-range synchronization effects for classification and computing in oscillator-based spiking neural networks. *Neural Computing and Applications*. **33**, 3113–3131.



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL
ESTADO DE MORELOS



INSTITUTO DE INVESTIGACIÓN EN CIENCIAS BÁSICAS Y APLICADAS



Control Escolar de Licenciatura

VOTOS DE APROBATORIOS

Secretaría Ejecutiva del Instituto de Investigación en Ciencias Básicas Aplicadas de la Universidad Autónoma del Estado de Morelos.

Presente.

Por medio de la presente le informamos que después de revisar la versión escrita de la tesis que realizó el C. **SANTIAGO PIÑÓN JUÁREZ** con número de matrícula **10003155** cuyo título es:

“Sincronización de fase de cintas giratorias de alcanfor”.

Consideramos que **SI** reúne los méritos que son necesarios para continuar los trámites para obtener el título de **Licenciado en Ciencias con Área Terminal en Física**.

Cuernavaca, Mor a 15 de mayo de 2023

Atentamente
Por una universidad culta

Se adiciona página con la e-firma UAEM de los siguientes:

DR. JOAQUÍN ESCALONA SEGURA
DR. RAÚL SALGADO GARCÍA
DR. MARCO ANTONIO RIVERA ISLAS
DRA. ELIZETH RAMÍREZ ÁLVAREZ
DR. GUSTAVO MARTÍNEZ MEKLER

PRESIDENTE
SECRETARIO
VOCAL
SUPLENTE
SUPLENTE



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL
ESTADO DE MORELOS

Se expide el presente documento firmado electrónicamente de conformidad con el ACUERDO GENERAL PARA LA CONTINUIDAD DEL FUNCIONAMIENTO DE LA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MORELOS DURANTE LA EMERGENCIA SANITARIA PROVOCADA POR EL VIRUS SARS-COV2 (COVID-19) emitido el 27 de abril del 2020.

El presente documento cuenta con la firma electrónica UAEM del funcionario universitario competente, amparada por un certificado vigente a la fecha de su elaboración y es válido de conformidad con los LINEAMIENTOS EN MATERIA DE FIRMA ELECTRÓNICA PARA LA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ESTADO DE MORELOS emitidos el 13 de noviembre del 2019 mediante circular No. 32.

Sello electrónico

JOAQUIN ESCALONA SEGURA | Fecha:2023-05-15 11:39:16 | Firmante

h+EFduss+kstAHDm903hNKllMj4/Ao6GdeQxyO2SxIAubTunUmLcQDWeHSWsnORTWDHnFLjErfmo5DKo9bAtrlrtrtq59i0XG95ShKnR/Ats2XQpCGFyMrbBORk9F1fTeEWhPFZkqpvACDZWxcV9y5bEqOqQbnazCK6VteqJudWGPf53tFqGkc7xgZFzrHuzse5RaNNHgwFWFApzyDN616Fq43SBVnz24wAp5i3xU1M9Q8F/uXxlnN4iyuEhWwFH/oh5bae+ti+KHmszT6TJE1uKdt8DOjBD6K6QuWH1b01kXCyx8NQQWhoEkKQaueA8WTKFv7h7Sz3zLUcb0sMg==

GUSTAVO CARLOS MARTÍNEZ MEKLER | Fecha:2023-05-15 12:24:43 | Firmante

sQouiY7kJa+SYXyl4tFI7X1DUxFi+V36NdmTUBv0r3F1z00CAN6CsDfBt9qk+yrO/XwPveuCYYSH6dpg+XivrxLkaBHugfgQh/BXr/U5amxlruxQxysK5UzwwDqtq15fLZXUBflhR/GM+y7q08ahwSATr4LlKkqmQSJ2tn3h8iDXnRzDTLvkERMxK2ybZl6x6p21Kk7TjLtOu0jyT3zkf8nOpodEvobyUnnAnQAZLLRtYtX4lxVtNePlawCytj5gWnKt5//s7yAM/cgzgCqohlazRoUxz4jjw2v0MgVd2TljXmjgcz87NG9WQLtbpzGgDsU4p8uc9aWWhoUZg2Nw==

ELIZETH RAMÍREZ ÁLVAREZ | Fecha:2023-05-15 14:16:39 | Firmante

Vlx0Ky7cMdQp5ep5Z3RabhQYkH9aZ71SpynGZJslz/jqH59lIj9NDcxRyWOf0HBKyHHZVxrGa9aOMeZ6cuhY4MlpSN2ojW3Tsh4J58myyzOludFfzqlxMrTcS+xN2UJ6Z+4SIQN0rA5CtaDuDM0+Ee8W2c2p/kvtpbsXQF4lernjPLIZaM5wicz/z0wZ6euKYvfWDFCsG41+bzUcz45rUXBorZ2ubg7Mplks3heBlf1fu1Mosy50UElGDbvud7wtz8JNlBODWkQ4cMpsyTfZix7phxnZHHHQYm4Y9SzpUnalFtk6FvqQm/keajUGDOTk7bv7wj1NP7a2XHez8GA==

RAUL SALGADO GARCIA | Fecha:2023-05-15 14:35:02 | Firmante

r7U8/eHE5qSaShi3o+RZlmoH6Zp09dRk9g5AsP6qq135bEE3aM3jc81Ph9rRSj90gv66o95TcbtbfNMZTXHippgLCwC8XtP4ZitY/JFP8k4djiI8MEahIR8Kxb/N9SdUqXaRPaZGYtelS/44PIQMP2FYfmj9QcDDAAK0V6fA168XLJRd79qjks5NyUxa1XagN7of5j1F5IP172h5MjdqTYJhysa9GEvo5xmfSqoZgDhXNAJW3o+jipbyNhoiuQIoUXkDW9qoMdNnVDBllEF4wa8CnL6jnZ0T1OnLBTjpMo3e5vxS9Uy9WkgllITyz7ErKXCnl/clw97/ACQ1qi5Q==

MARCO ANTONIO RIVERA ISLAS | Fecha:2023-05-15 17:05:08 | Firmante

36XIXcKoaA0FOJ/2gBqiyY3CoECjk9NbrT1HS7+0lGkNLExIPo1HVl/8StTr5qebFtHxl2yCOcGT9aKmp8C9qU+0dHC6vZJHYj/lblqgT3WW+Re8bO/OmzMxPS6+ptU5BY3lbnL31lpGZ5YdR8i0Xwbk/ZmkcqXCyl8vM2NjvtwJUkh9GYRehojQW+FqNNkzD6SKtnTpo/qcHvkScjJNXhriB+Z9Ne7WQdS8kGIKMBKHHieusBkb2JYbaf065G3BCmGQscrjQyLZVlt+k8e1KgtAFsQ650tSL315g1O3g31gqIPij374b8IPkUu4RFATFZ2Jr0eQleZS8MDM4tDA==

Puede verificar la autenticidad del documento en la siguiente dirección electrónica o escaneando el código QR ingresando la siguiente clave:



TOQDFpRhY

<https://efirma.uaem.mx/noRepudio/4ti4UVqzX3AbGIFyhT1VJgAEWtSar6zb>

