

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MORELOS

ESCUELA DE ESTUDIOS SUPERIORES DE YECAPIXTLA

**MODELACIÓN MATEMÁTICA DE UNA CHIMENEA SOLAR
PARA EL ANÁLISIS DEL RENDIMIENTO TÉRMICO**

T E S I S

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
INGENIERO EN ROBÓTICA Y SISTEMAS DE MANUFACTURA
INDUSTRIAL**

P R E S E N T A:

BENJAMIN AMARO BARRANCO

DIRECTOR DE TESIS: DR. ÁNGEL TLATELPA BECERRO

YECAPIXTLA, MORELOS, AGOSTO 2022



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MORELOS



ESCUELA DE ESTUDIOS SUPERIORES DE YECAPIXTLA

DIRECCIÓN

Yecapixtla, Morelos, 09 de agosto de 2022

EESY/237/2022

Asunto: Aprobación de tesis

C. BENJAMIN AMARO BARRANCO

PRESENTE

Por este conducto, le notifico que su tesis de Ingeniería titulada: **MODELACIÓN MATEMÁTICA DE UNA CHIMENEA SOLAR PARA EL ANÁLISIS DEL RENDIMIENTO TÉRMICO** fue aprobada en su totalidad por el jurado revisor y examinador integrado por los ciudadanos:

NOMBRE	FIRMA
Mtro. Guillermo Raúl Carbajal Pérez	
Dr. Félix David Olivos Juárez	
Mtro. Samuel Portillo Contreras	
Dr. José María Servín Olivares	
Mtro. Julio Pérez Machorro	

Por consiguiente, se autoriza a editar la presentación definitiva de su trabajo de investigación para culminar en la defensa oral del mismo.

Sin otro particular, aprovecho la ocasión para enviarle un cordial y atento saludo.

Atentamente
Por una humanidad culta
Una universidad de excelencia

M. en E.M. GUILLERMO RAÚL CARBAJAL PÉREZ
Director de la Escuela de Estudios Superiores de Yecapixtla



C.c.p. Archivo
C.c.p. jurado revisor

Av. Félix Árias s/n, Quinta Sección de los Amates, Yecapixtla, Morelos, México, 62820

Tel. 777 3297156 / (731) 3 57 50 10 eesyecapixtla@uaem.mx



Una universidad de excelencia

RECTORÍA
2017-2023

ÍNDICE GENERAL	PÁG.
ÍNDICE GENERAL	3
ÍNDICE DE TABLAS	5
ÍNDICE DE FIGURAS	6
RESUMEN	7
ABSTRACT	8
1 INTRODUCCIÓN	9
1.1 Importancia	9
1.2 Estado del arte	11
1.2.1 Estudios teóricos	11
1.2.2 Estudios teóricos-experimentales	14
2 ANTECEDENTES	17
3 OBJETIVOS	19
3.1 General	19
3.2 Específicos	19
4 HIPÓTESIS	19
5 MATERIALES Y MÉTODOS	20
5.1 Modelo físico	20
5.2 Modelos matemáticos	24
5.3 Cálculo de los coeficientes de transferencia de calor y propiedad de los materiales.	29
5.3.1 Transferencia de calor de la cubierta de vidrio al ambiente.	29
5.3.2 Transferencia de calor entre placas de metal y, cubierta de vidrio y placa de metal.	29
5.3.3 Radiación solar	29
5.3.4 Propiedades físicas del aire	30
5.3.5 Flujo másico del aire	30
5.4 Diagrama de flujo del código numérico	31
6 RESULTADOS Y DISCUSIÓN	34
6.1 Datos meteorológicos	34
6.1.1 Medición de las condiciones ambientales	34
6.1.2 Datos meteorológicos del año 2010	35
6.1.2 Datos meteorológicos del año 2021	36
6.2. Resultados de la simulación numérica	37
6.3 Propuesta de diseño de la chimenea solar	43
6.4 Simulación numérica de la propuesta de la chimenea solar	44
6.5 Chimenea solar experimental	45
6.6 Validación del modelo experimental	46

6.7	Discusión	48
7	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	51
7.1	Conclusiones	51
7.2	Recomendaciones	52
8	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	53

Tabla 1 Datos meteorológicos para la simulación numérica de la verificación.	36
Tabla 2 Geometría propuesta de la chimenea solar para la simulación numérica	38
Tabla 3 Propiedades ópticas y físicas de los materiales (Karima and Saif, 2012; Incropera and DeWitt, 1999; Oliva et al., 2013).	38
Tabla 4 Comparación del flujo másico entre el modelo estacionario versus transitorio.	44
Tabla 5 Comparación entre modelo simulado versus experimental.	47
Tabla 6 Conversión de flujo masico a volumétrico	48
Tabla 7 Valores de Caudales de Aire externo para ventilación general de distintos tipos de ocupación de acuerdo con nivel de ocupación por defecto de ASHRAE Estándar 62.1 2019	49
Tabla 8 Numero de ocupantes en base al caudal promedio.	50

Figura 1 Chimenea solar. a) Chimenea solar ubicada en la parte más soleada de la casa habitación. b) Diagrama esquemático de la chimenea solar.	21
Figura 2 Parámetros térmicos del modelo físico. La temperatura de cada elemento de la chimenea es representada por: $Tg1$, $Tf1$, $Tw1$, $Tf2$, $Tw2$, $Tf3$, $Tg2$.	22
Figura 3 Analogía eléctrica del modelo matemático de la chimenea solar. a) Estado estacionario. b) Estrado transitorio. La temperatura de cada elemento de la chimenea solar corresponde al nodo mostrado.	25
Figura 4 Diagrama de flujo para la predicción del flujo másico y las temperaturas de los elementos de la chimenea solar en estado estacionario.	32
Figura 5 Diagrama de flujo para la predicción del flujo másico y las temperaturas de los elementos de la chimenea solar en estado transitorio.	33
Figura 6 Estación meteorológica. a) Estación meteorológica para medir la radiación solar y la temperatura ambiente.	34
Figura 7 Irradiancia solar en el lado este $Ie15$ y $Ie12$ y en el lado oeste $Io15$ y $Io12$). Temperatura ambiente $Ta15$ y $Ta12$ y velocidad $Va15$ y $Va12$.	35
Figura 8 Serie temporal de temperaturas de los elementos de la chimenea solar considerando cuatro geometrías y tres materiales para la placa metálica. a) Temperatura de las cubiertas de vidrio. b) Temperaturas de los flujos de aire. c) Temperaturas de las placas.	39
Figura 9 Serie Temporal de Temperaturas de los elementos de la Chimenea Solar considerando la geometría $G5$ y el óxido de níquel para la placa metálica. a) Tem. de las cubiertas de vidrio. b) Tem. de los flujos de aire. c) Tem. de las placas metálicas.	40
Figura 10 Caudal másico de aire para material de óxido de níquel.	41
Figura 11 Propuesta de diseño de la chimenea solar.	43
Figura 12 Chimenea solar experimental. a) Modelo experimental, b) Instrumentación electrónica y c) Funcionamiento de la chimenea solar.	45

RESUMEN

En este trabajo de tesis se presenta un estudio teórico de una chimenea solar de uso diurno para aplicaciones de ventilación natural y confort térmico. El sistema está compuesto por dos placas metálicas que absorben energía ubicadas entre dos cubiertas de vidrio que a su vez forman tres canales simétricos. El sistema se ubica en la parte más soleada de la vivienda y/o edificación con orientación Este y Oeste.

Se presentan dos modelos matemáticos; el primero un modelo en estado estacionario y el segundo en estado transitorio. Ambos modelos se simulan numéricamente a través de un código numérico computacional con el software de Fortran Developer Studio 95.

Se realizaron estudios paramétricos para ambos modelos y conocer el comportamiento térmico de la chimenea solar para diferentes geometrías y materiales. Datos de clima fueron usados para alimentar los códigos numéricos y acercarse a obtener resultados más certeros. Los datos considerados corresponden a la radiación solar en orientación Este-Oeste, temperatura ambiente y velocidad del flujo de aire.

Se ha demostrado que el modelo en estado estacionario y transitorio son capaces de predecir temperaturas y flujos mássicos muy cercanos a los experimentales. Los resultados para la geometría de 1.37m de alto, 0.60m de profundo, y 0.20m entre cada cavidad de la chimenea puede extraer flujo volumétrico entre $238 - 1038 \frac{m^3}{h}$. Esto depende de la cantidad de energía radiante con la que se cuenta durante el día.

Se ha demostrado los modelos matemáticos teóricos de las chimeneas solares presentes en este estudio son una herramienta para la propuesta de diseño, y que llegan a ser una muy buena opción para la ventilación de casas habitación.

ABSTRACT

This thesis work presents a theoretical study of a solar chimney for daytime use natural ventilation and thermal comfort applications. The system is composed of two metal plates that absorb energy between two glass covers that form three symmetrical channels. The system is located in the sunniest part of the house or building with East and West orientations.

In this study, two mathematical models are presented; the first one is a model in a stationary state, and the second one is a transient state. Both models are simulated numerically through a computational numerical code with the Fortran Developer Studio 95 software.

Parametric studies were carried out for both models to know the thermal behavior of the solar chimney for different geometries and materials. The climate data the numerical codes and obtain more accurate results. The data were used to feed correspond to solar radiation in East-West orientation, ambient temperature, and airflow velocity.

It has been shown that the steady-state and transient models can predict temperatures and mass flows very close to the experimental ones. The results for the geometry of 1.37m high, 0.60m deep, and 0.20m between each chimney cavity can extract volumetric flow between $238 - 1038 \frac{m^3}{h}$. This depends on the amount of radiant energy available during the day.

The theoretical mathematical models of the solar chimneys present in this study are a tool for the design proposal. They have become a good option for the ventilation of residential houses.

1 INTRODUCCIÓN

1.1 Importancia

La ventilación natural se considera uno de los requerimientos principales en el diseño de naves industriales, viviendas y/o edificaciones, principalmente en aquellas construcciones orientadas al bajo consumo energético. La ventilación natural es un concepto de sistema de climatización, que por sus características se ha denominado sistema pasivo, y se considera fundamental para el confort y bienestar humano. En sí, el término pasivo se aplicó recientemente a aquellos sistemas de climatización ambiental que, en contraste con equipos convencionales de aire acondicionado y/o de calefacción, resultan ser muy simples, tanto en concepto como en funcionamiento y mantenimiento; de hecho los sistemas pasivos de climatización se caracterizan por la nula dependencia de energéticos convencionales, como los de origen fósil, contribuyendo de manera contundente a la reducción de emisión de gases de efecto invernadero, al ahorro y uso eficiente de los recursos no renovables. El tema de proponer nuevas alternativas y de perfeccionar las ya existentes para reducir el consumo de energías convencionales es un nuevo reto. El uso de algunas energías renovables, como la energía solar a través de los sistemas de ventilación pasiva para edificaciones es un ejemplo claro de ello. Existen diferentes tipos de ventilación en una vivienda o edificación (Hazim, 1998), estos son:

Ventilación simple: Cuando el flujo de aire entra a través de una o más aberturas por un sólo lado de la habitación, por ejemplo, a través de una ventana.

Ventilación cruzada: Cuando el aire entra en un lado de una habitación a través de una o más aberturas y sale en el lado opuesto a través de una o más aberturas.

Sin embargo, este trabajo se centra en el estudio de la ventilación por tiro inducido. **Ventilación por tiro inducido:** La fuerza de flotación es la principal fuerza motriz, donde la altura del tiro es fundamental. Usando el concepto de la ventilación inducida solar podemos mencionar tres tipos de dispositivos los cuales están gobernados por los mismos principios físicos: la pared trombe, la chimenea y el techo solares.

El primer método que corresponde al captador de pared trombe consiste en una pared de espesor moderado con una abertura inferior y otra superior con una cubierta de vidrio. Un espesor de canal de 50 a 100 mm entre la cubierta de vidrio y la pared permiten que el aire caliente ascienda. Estos captadores han sido usados para el calentamiento pasivo. La chimenea solar es muy similar al captador de muro trombe, con la diferencia de que la abertura superior se usa para expulsar el aire caliente del canal hacia el exterior y de esta forma producir ventilación del recinto al que esté acoplada. Generalmente, la chimenea está integrada a la edificación con una orientación tal que aproveche al máximo la energía solar para calentar su placa de absorción y por ende el aire en el canal. Particularmente, en regiones donde la latitud es mayor a los 50°C, el captador de muro trombe y la chimenea solar no son tan eficientes para ventilar una vivienda, entonces, lo más conveniente es usar un captador solar de techo con un apropiado ángulo de inclinación. Por lo tanto, para aplicaciones propias de ventilación, la chimenea solar resulta ser más conveniente debido a que se puede orientar de tal manera que se aproveche al máximo la radiación solar.

Una chimenea solar es una cavidad ventilada que aprovecha la energía solar para mejorar la ventilación natural. Durante las últimas tres décadas, estos sistemas se han utilizado en entornos arquitectónicos para disminuir la energía utilizada por los métodos mecánicos. Se están incorporando cada vez más en los nuevos diseños de viviendas para proporcionar ventilación natural bajo enfoques bioclimáticos, principalmente en climas cálidos. Generalmente, son una cubierta de vidrio, una cavidad para el paso del flujo y una placa de metal que absorbe la energía solar. Las chimeneas solares son sistemas que mejoran la eficiencia energética y el confort térmico. Para el diseño es necesario estimar los caudales máxicos y las temperaturas en función de las características de la chimenea.

1.2 Estado del arte

A continuación, se presenta estudios sobre chimeneas solares con la clasificación siguiente:

- Estudios teóricos
- Estudios teóricos-experimentales

1.2.1 Estudios teóricos

Uno de los estudios pioneros sobre chimeneas solares corresponde al de Bansal et al. (1993). Los autores presentan un estudio de una habitación de 64 m^3 que se encuentra acoplada a un colector solar de $1.5 \times 1.5 \times 1.5 \text{ m}$. Ellos han reportado resultados de flujo volumétrico entre 100 a $350 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$ para radiaciones solares entre 100 a $1000 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$. Sin embargo, Ong (2003) simuló el comportamiento térmico de una chimenea solar de un canal a través de un modelo matemático. El modelo matemático propuesto se implementó para predecir la distribución de las temperaturas para la cubierta de vidrio, el fluido y la placa de absorción. El modelo de balances globales de energía fue aplicado para obtener dicho modelo. La radiación solar de $400 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ fue usada como un parámetro para la verificación del modelo teórico para las dimensiones de la chimenea de 2 m de altura y un hueco de canal de 0.145 m. Las temperaturas máximas alcanzadas en la simulación del modelo corresponden a $68 \text{ }^\circ\text{C}$ para la placa metálica, mientras que, para el flujo de salida de $46 \text{ }^\circ\text{C}$, y un flujo másico de $0.014 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$. Los resultados mostraron que la temperatura del aire, la razón de flujo de masa y la eficiencia se incrementan con la radiación solar. El autor concluyó que el modelo teórico es capaz de predecir el rendimiento de la chimenea solar. Otros autores, tal como Ismail y Henriquez (2006) llevaron a cabo un estudio teórico de una ventana ventilada compuesta por dos cubiertas de vidrio, la cual forma un canal de flujo de aire. El modelo propuesto fue analizado en una dimensión, en estado transitorio y aplicaron el método de balances de calor al canal de flujo de aire y a las cubiertas de vidrio. Implementaron y simularon un modelo numérico matemático de la ventana ventilada de doble vidrio con flujo de aire forzado, el cual fue simulado tomando en cuenta el intercambio de radiación de longitud de onda larga entre las cubiertas de vidrio. Los autores presentan en sus resultados

que cuando se incrementa la razón de flujo de masa se reduce la temperatura del vidrio interno y se reduce la ganancia de calor total en comparación con el caso de una simple ventana de vidrio. Ellos realizaron un análisis con y sin intercambio radiativo para la cubierta externa, mostraron el efecto entre la superficie interna y externa de la cubierta de vidrio, encontrando una variación muy pequeña de temperatura alrededor de 0.5°C . Mientras que, Harris y Helwing (2007) realizaron un estudio teórico a una chimenea con fines de ventilación natural. El modelo de la chimenea consta de una cubierta de vidrio y una placa metálica de absorción de energía radiante. Ambos elementos forman un canal de flujo de aire. Los autores aplicaron el método de la Dinámica de Fluidos Computacional (CFD) para evaluar el impacto del ángulo de inclinación, con doble vidrio y con un acabado de baja emisividad de la placa metálica. Sus resultados muestran que el ángulo de inclinación óptimo para un flujo máximo fue de 67.5° de la horizontal, dando un 11% en el incremento de la razón de flujo en comparación de una chimenea vertical. Un 10% de eficiencia más alto fue obtenida usando una superficie de la placa a baja emisividad. Por otro lado, Bassiouny y Koura (2008) realizaron un estudio numérico a una chimenea solar acoplada a una habitación con un volumen de 27 m^3 para fines de ventilación natural. La chimenea consta de una cubierta de vidrio y una placa de absorción. Los autores aplicaron el método de balances globales de energía a cada elemento de la chimenea obteniendo tres ecuaciones en función de los coeficientes de transferencia de calor y de las temperaturas. También se aplicó el método de elemento finito para predecir el patrón de flujo. Posteriormente, ellos realizaron un estudio paramétrico en función del ancho y la entrada de la chimenea para conocer el efecto de la ventilación. El parámetro que tuvo mayor efecto sobre el cambio de aire por hora (ACH), fue el ancho de la chimenea. Los autores mostraron en sus resultados que la temperatura media de la placa varía de $T_w = 3.51 I^{0.461}$, y la temperatura media del vidrio varía de $T_g = 9.15 I^{0.199}$ donde I es la intensidad solar. Los autores realizaron la comparación de sus resultados con Mathur et al. (2006), mostrando una razonable concordancia entre los resultados que obtuvieron durante su análisis.

Aunque se han realizado diferentes estudios, estos análisis se han ejecutado principalmente a través de simulaciones en estado estacionario (Patel et al.,

2014; Amori y Saif, 2012), buscando la geometría que proporcione la máxima transferencia de calor en función de los flujos máxicos. Asimismo, se ha estudiado el efecto de la radiación solar incidente sobre chimeneas inclinadas (Imran, et al., 2015), buscando un ángulo óptimo como parte del mejor diseño. Así como enfoques de dinámica de fluidos computacional para el análisis bidimensional del comportamiento dinámico de chimeneas para enfriar habitaciones pequeñas (Laynie et al., 2020; Khedari et al., 1999). También se ha informado que modelos matemáticos en estado transitorio predicen el comportamiento de la chimenea (Zhongbao y Su, 2012; Saifi et al., 2012; Shi y Zhang, 2016; Sudprasert, et al., 2016), analizando el comportamiento de la chimenea para diferentes geometrías. y condiciones ambientales.

1.2.2 Estudios teóricos-experimentales

Algunos otros estudios se centran en la combinación de estudios tanto teóricos como experimentales, tal es el caso como Hirunlabh et al. (1999). Ellos llevaron a cabo un estudio teórico-experimental de una casa solar con fines de ventilación. Como modelo experimental usaron una casa solar con dimensiones de 2.68 m de alto y un área de base de 3.35 x 3.45 m. La chimenea solar usada en este trabajo consta de una placa metálica y una cubierta de vidrio, los cuales forman un canal de flujo de aire. Aplicaron el método de bancos de calor global obteniendo un modelo matemático que permitió determinar las temperaturas y el flujo de aire volumétrico. A partir de la primera ley de la termodinámica los resultados experimentales mostraron que la placa metálica puede inducir ventilación natural. También presentaron el promedio máximo del flujo másico del aire durante el periodo de calor (10:00 – 16:00 hrs) que fue cerca de 0.015 kg/s. La diferencia que presentan entre la simulación y los resultados medidos fue aproximadamente del 10%. Al igual, otros autores como Afonso y Oliveira (2000) realizaron un estudio teórico-experimental a una chimenea solar con fines de mejorar la ventilación natural en habitaciones. El estudio se llevó a cabo para una chimenea solar y una convencional, la primera permitió la captación de la radiación solar y la otra no. Ambas chimeneas tienen una sección transversal interna de 0.2 x 1 m y 2 m de altura. El muro fue hecho de ladrillo (10 cm de espesor) y con aislamiento exterior (5 cm) para la chimenea solar. Los autores desarrollaron un modelo simplificado y un programa de cómputo que permitió la cuantificación de la razón de flujo de ventilación natural asistida solar, así como también el almacenamiento de energía en el muro de la chimenea, tomando en cuenta la variación del tiempo en condiciones climáticas. Los resultados obtenidos del modelo predijeron satisfactoriamente los resultados experimentales, los cuales fueron obtenidos con la técnica de trazado de gas en las chimeneas. También, Ong y Chow (2003) han presentado estudios teóricos-experimentales de una chimenea solar. La chimenea hizo uso de una cubierta de vidrio y una placa de absorción mediante la cual se forma un canal de flujo de aire. La chimenea como modelo experimental utilizó una caja rectangular de 2.0 m de alto x 0.48 m de ancho x 1.02 m de fondo. La parte superior, la base y las paredes laterales fueron fabricadas de 22 mm de espesor de hojas laminadas de poliuretano rígido ambos lados con 1 mm de espesor de revestimiento de hojas de acero. Una abertura en la parte

inferior de la placa permite que el aire de la habitación entre al canal y por convección natural fluya hacia el exterior. Los autores en el estudio teórico propusieron un modelo matemático con la finalidad de predecir el rendimiento térmico de la chimenea solar. Las ecuaciones de transferencia de calor en estado permanente fueron obtenidas a través de un circuito eléctrico y su solución fue obtenida por el método de la matriz invertida. El modelo teórico fue verificado con resultados del modelo experimental. La velocidad de aire que obtuvieron fue de 0.25 y 0.39 $\frac{m}{s}$ para una radiación solar mayor de 650 $\frac{W}{m^2}$. Sin embargo, Mathur et al. (2006) realizaron un estudio teórico-experimental de una chimenea solar para ventilar una habitación de 27 m³. Como modelo experimental utilizaron una cámara cúbica de madera (1 x 1 x 1 m³). El modelo físico consta de una cubierta de vidrio y una placa metálica que entre ellas forman un canal de aire, en la parte inferior tiene un hueco donde el aire entra de la habitación y fluye hacia el exterior. En este estudio el experimento llevado a cabo fue con dimensiones diferentes del hueco de aire (0.1, 0.2 y 0.3 m) y diferentes alturas del absorbedor (0.7, 0.8 y 0.9), aplicaron el método de balances globales a los elementos principales obteniendo un sistema de ecuaciones lineales para determinar la temperatura de cada elemento, implementaron un programa de cómputo en para el cálculo de la velocidad del flujo de aire y la variación de la razón de flujo de aire. Los autores encontraron una desviación del 23% entre los valores teóricos y experimentales. La ventilación máxima registrada fue de 5.6 del cambio de aire por hora para un hueco de aire de 0.3 m y 0.85 m de altura del tiro de la chimenea a una radiación solar de 700 $\frac{W}{m^2}$. Encontraron que el modelo puede predecir el rendimiento de dichos sistemas y que el enfoque que se dio a este análisis también es aplicable a pequeñas chimeneas solares. Por último, Lee y Strand (2009) determinaron el impacto energético de la chimenea térmica bajo un programa de simulación llamado EnergyPlus para tres diferentes condiciones de clima (Spokane, Minneapolis y Phoenix). Describieron el algoritmo de modelado. Los autores realizaron un estudio paramétrico a la chimenea analizando el efecto de los parámetros de entrada de funcionamiento que afectan a la razón de ventilación natural. Los parámetros de entrada fueron: el alto de la chimenea, la absorptancia solar, la transmitancia solar y el ancho del hueco de aire. Los autores presentaron en sus resultados que, para alturas de la chimenea (3.5 – 9.5 m) de las localidades de

Minneapolis, Phoenix y Spokane obtuvieron flujos máxicos de 0.035 - 0.065, 0.06 – 0.1, 0.075 – 0.13 $\frac{m^3}{h}$ respectivamente. En el efecto de la transmitancia solar encontraron que el flujo de máxico aumentó en un 40, 38 y 36% en Minneapolis, Spokane y Phoenix respectivamente. También, encontraron que el flujo máxico es reducido por el ancho del hueco del aire indicando que la reducción del hueco mejora la razón de flujo para la ventilación natural.

Tal como se ha presentado en el estudio del arte, se han realizado estudios de chimeneas solares en estado estacionario como transitorio para un solo canal de aire con diferentes geometrías. En esta contribución, se utilizan simulaciones numéricas en estado estacionario y transitorias de una chimenea solar para construir un modelo de referencia. El modelo busca desarrollar una herramienta capaz de ayudar en el diseño de la chimenea, describiendo el efecto de la geometría y los materiales utilizados de forma compacta y precisa y simulando su dinámica. El ejemplo involucra una chimenea solar con dos placas de metal colocadas en el centro entre dos cubiertas de vidrio que forman tres cavidades para el flujo de aire.

2 ANTECEDENTES

Hoy en día, la ventilación natural se considera uno de los requerimientos principales en el diseño de viviendas y/o edificaciones, principalmente en aquellas construcciones orientadas al bajo consumo energético. La ventilación natural es un concepto de sistema de climatización, que por sus características se ha denominado sistema pasivo, y se considera fundamental para el confort y bienestar humano. El tema de proponer nuevas alternativas para reducir el consumo de energías convencionales es un nuevo reto. El uso de algunas energías renovables, como la energía solar a través de los sistemas de ventilación pasiva para edificaciones es un ejemplo claro de ello. Existen diferentes tipos de ventilación en una vivienda o edificación (Hazim, 1998), tales como, la ventilación simple, ventilación cruzada y ventilación por tiro inducido.

Una chimenea solar puede definirse como una cavidad ventilada alargada, generalmente ubicada en la parte más soleada de una vivienda y/o edificación. Su función principal es la de remover el volumen de aire en un recinto, con el simple propósito de ventilar la vivienda para mejorar la calidad del aire, o bien, con el adicional propósito de generar condiciones de confort si el aire de entrada a la habitación se pre acondiciona, ya sea pasiva o activamente.

Existen diferentes investigaciones sobre chimeneas solares. Algunos investigadores tal como Bansal et al. (1993) que han reportado un modelo que considera una habitación con un volumen de 64 m³ y un colector solar con dimensiones (1.5 m x 1.5 m x 0.15 m). En sus resultados reportaron un flujo volumétrico de 100 – 350 m³/hr, en un intervalo de radiación solar entre 100 – 1000 W/m². Al igual, Ong (2003) presenta un modelo matemático para conocer el funcionamiento térmico de una chimenea solar con una placa metálica. Mientras que otros estudios han presentado modelos en estado transitorio, tal como es el caso de Ismail y Henriquez (2006). Ellos, llevaron a cabo un estudio teórico de una ventana ventilada compuesta por dos cubiertas de vidrio, la cual forma un canal de flujo de aire. El modelo propuesto fue analizado en una dimensión, en estado transitorio y aplicaron el método de balances de calor al canal de flujo de aire y a las cubiertas de vidrio. Implementaron y simularon un modelo numérico matemático de la ventana ventilada de doble vidrio con flujo de

aire forzado, el cual fue simulado tomando en cuenta el intercambio de radiación de longitud de onda larga entre las cubiertas de vidrio. sin embargo, otros investigadores han realizado estudios similares implementando otro tipo de métodos, tal como elemento finito (Bassiouny y Koura) y otros con la dinámica de fluidos computacional (Harris y Helwing (2007)).

En general, en la literatura existen estudios de chimeneas solares haciendo uso de diferentes métodos para su análisis. En este trabajo de investigación se hace el uso de los balances globales de energía para obtener el modelo matemático de una chimenea solar de tres cavidades de flujo de aire. Condiciones ambientales se utilizan para alimentar un código numérico desarrollado en Fortran 95 para analizar el comportamiento térmico. A partir de un análisis paramétrico determinar la cantidad de flujo másico que podrá extraer este tipo de sistemas.

3 OBJETIVOS

3.1 General

Modelación matemática de una chimenea solar en estado estacionario y transitorio a partir del análisis paramétrico para la propuesta de un diseño de chimenea solar.

3.2 Específicos

- 3.2.1 Estado del arte
- 3.2.2 Modelo físico
- 3.2.3 Modelos matemáticos
- 3.2.4 Análisis paramétrico de la chimenea solar
- 3.2.5 Propuesta de diseño
- 3.2.6 Análisis de comportamiento térmico
- 3.2.7 Resultados

4 HIPÓTESIS

Los modelos matemáticos simularán el comportamiento térmico del secador solar, a través del uso de las condiciones ambientales.

La propuesta de diseño será factible para la construcción de la chimenea obteniendo resultados satisfactorios.

5 MATERIALES Y MÉTODOS

5.1 Modelo físico

En la Figura 1 a) se presenta un esquema de la chimenea solar que se encuentra ubicada en la parte más soleada de una vivienda y/o edificación. En la Figura 1 b) se muestra un diagrama esquemático del modelo físico de la chimenea correspondiente, cuyas partes principales son: una placa metálica ubicada en el centro entre dos cubiertas de vidrio que forman simétricamente dos canales de flujo de aire. La placa metálica se considera con un acabado de superficie de color negro mate, cuya finalidad es de absorber la mayor radiación solar posible. La orientación de la placa metálica de la chimenea es tal que durante el medio día recibe radiación solar en una de sus caras (orientación Este), después del mediodía la radiación solar incide sobre la otra cara (orientación Oeste), con el fin de aprovechar toda la radiación solar, posible durante el día. Las cubiertas de vidrio son usadas para reducir las pérdidas convectivas y radiactivas, y se consideran que sean color claro y con un espesor de 6 mm. La radiación solar que llega a ambas cubiertas de vidrio se indica con dos flechas de color rojo, mientras que la dirección del flujo se muestra de color negro para ambos canales como se muestra en la Figura 1. La radiación solar incidente experimenta transmisión, reflexión y absorción en la cubierta de vidrio, la mayor parte de esta energía que se transmite se retiene en la placa de absorción en donde las pérdidas de energía están asociadas con los procesos de transferencia de calor: la radiación, la convección y la conducción.

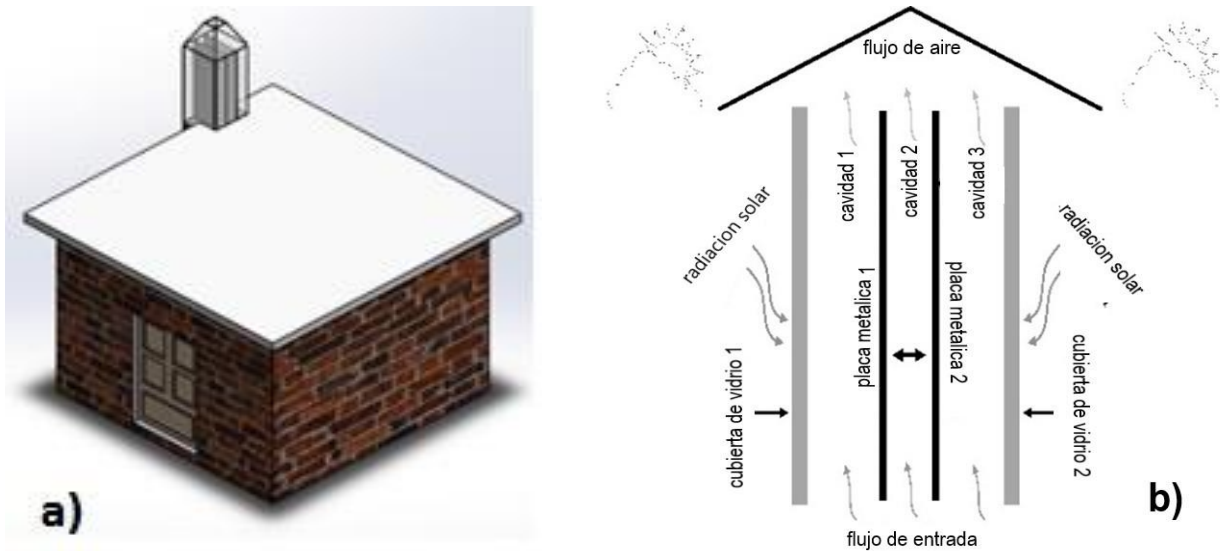


Figura 1 Chimenea solar. a) Chimenea solar ubicada en la parte más soleada de la casa habitación. b) Diagrama esquemático de la chimenea solar.

En la Figura 2 se presenta un esquema del modelo físico con una configuración convencional equivalente a una chimenea solar. En las configuraciones se muestran las temperaturas de las cubiertas de vidrio (T_{g1} y T_{g2}), los flujos de aire (T_{f1} y T_{f2}), la placa metálica (T_w), los flujos de aire de cada canal y los coeficientes conductivos, convectivos y radiativos que participan durante los procesos de intercambio de energía.

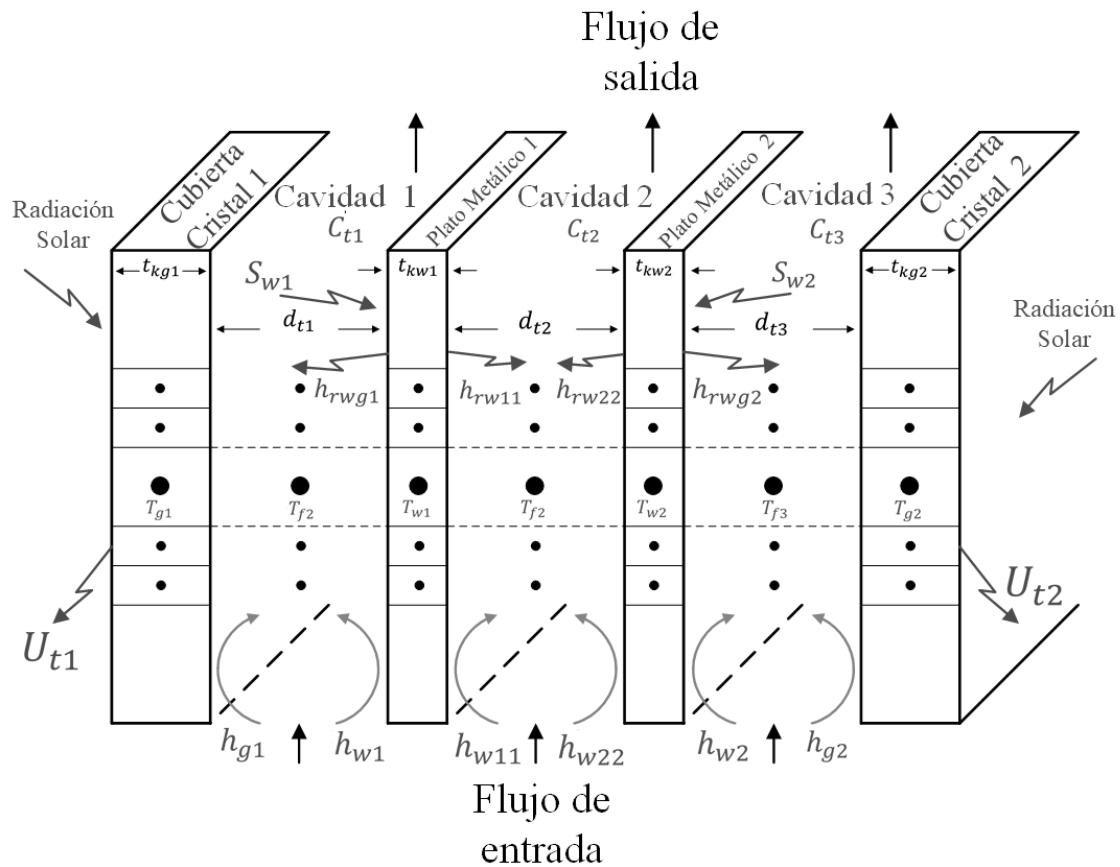


Figura 2 Parámetros térmicos del modelo físico. La temperatura de cada elemento de la chimenea es representada por: T_{g1} , T_{f1} , T_{w1} , T_{f2} , T_{w2} , T_{f3} , T_{g2} .

A continuación, se presentan las consideraciones que se tomaron de la Figura 3 para obtener las ecuaciones en estado permanente y transitorio:

a) Estado estacionario:

- Convección natural en todo el sistema.
- La transferencia de calor se considera bidimensional para todos los procesos de transferencia de calor a través de las cubiertas de vidrio y también entre la placa de absorción y los canales de flujo de aire.
- La temperatura del aire a la entrada de cada canal se consideró ser igual a la temperatura de la habitación.
- Todas las propiedades termo físicas fueron evaluadas a una temperatura promedio.

b) Estado transitorio:

- Convección natural en todo el sistema.
- La transferencia de calor se considera bidimensional para todos los procesos de transferencia de calor a través de las cubiertas de vidrio y también entre la placa de absorción y los canales de flujo de aire.
- La temperatura del aire a la entrada de cada canal, se consideró ser igual a la temperatura de la habitación.
- Todas las propiedades termo físicas fueron evaluadas a una temperatura promedio.
- Se aplicó el método implícito, para obtener las ecuaciones correspondientes de cada elemento que conforma la chimenea y tener una mejor estabilidad en la solución del sistema.

5.2 Modelos matemáticos

En este estudio, se obtuvieron los circuitos equivalentes para la chimenea en estado permanente y transitorio, el cual se muestra en la Figura 1 a) y b) respectivamente. De estas figuras, se obtienen los balances de energía para cada uno de los elementos constituyentes de la chimenea solar al aplicar la teoría de nodos, la cual expresa la suma de corrientes en un nodo igual a cero, que es una aplicación de la primera Ley de la Termodinámica, donde se manifiesta el principio de conservación de la energía, esto es:

$$\dot{E}_{in} + \dot{E}_g - \dot{E}_{out} = \dot{E}_{st} \quad (5.1)$$

Estado permanente: Como no hay generación (\dot{E}_g) y almacenamiento (\dot{E}_{st}) de energía, la ecuación (5.1) queda de la forma:

$$\dot{E}_{in} = \dot{E}_{out} \quad (5.2)$$

Estado transitorio: Como no hay generación de energía (\dot{E}_g), la ecuación (5.1) queda de la forma:

$$\dot{E}_{in} - \dot{E}_{out} = \dot{E}_{st} \quad (5.3)$$

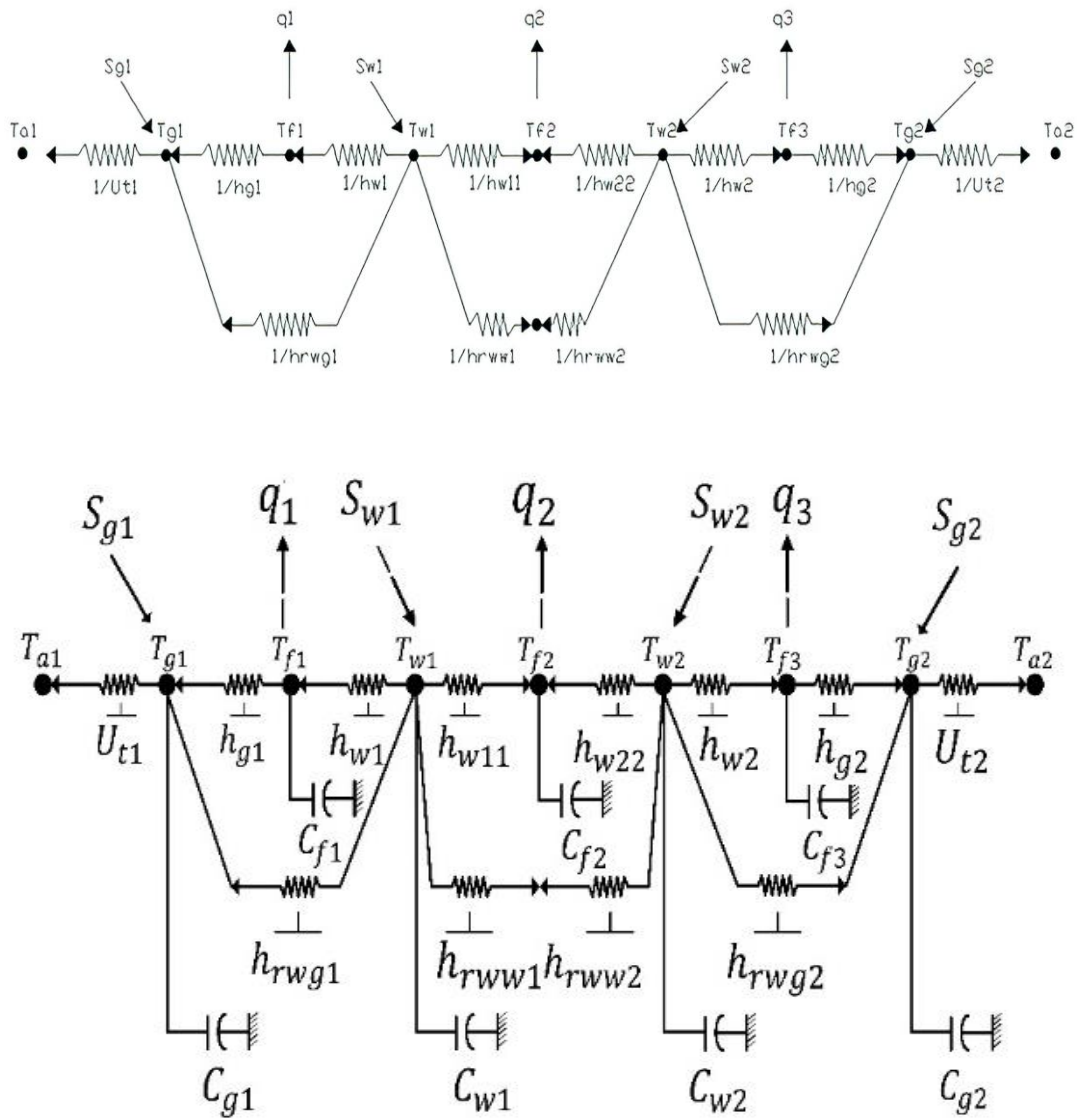


Figura 3 Analogía eléctrica del modelo matemático de la chimenea solar. a) Estado estacionario. b) Estrado transitorio. La temperatura de cada elemento de la chimenea solar corresponde al nodo mostrado.

$$\begin{bmatrix} T_{g1} \\ T_{f1} \\ T_{w1} \\ T_{f2} \\ T_{w2} \\ T_{f3} \\ T_{g2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{t1} + h_{rwg1} + h_{g1} & -h_{g1} & -h_{rwg1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -h_{g1} & h_{g1} + h_{w1} + M_1 & -h_{w1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -h_{rwg1} & -h_{w1} & h_{w1} + h_{w11} + h_{rwg1} + h_{rww1} & -h_{w11} & -h_{rww1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -h_{w11} & h_{w11} + h_{w22} + M_2 & -h_{w22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -h_{rww2} & -h_{w22} & h_{w2} + h_{w22} + h_{rwg2} + h_{rww2} & -h_{w2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -h_{w2} & h_{w2} + h_{g2} + M_3 & -h_{g2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -h_{rwg2} & -h_{g2} & U_{t2} + h_{rwg2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{t1}T_{a1} + S_{g1} \\ M_1T_{f1,i} \\ S_{w1} \\ M_2T_{f2,i} \\ S_{w2} \\ M_3T_{f3,i} \\ U_{t2}T_{a2} + S_{g2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Modelo matemático en estado estacionario.

(5.4)

En general las matrices 5.4 y 5.5, se representan de la siguiente forma: $[A][T]$. Por lo tanto, el vector de temperaturas puede determinarse al invertir la matriz usando un paquete de cómputo comercial: $[T] = [B] [A]^{-1}$. Donde la columna $T_{g1}, T_{g2}, T_{w1}, T_{w2}, T_{f1}, T_{f2}, T_{f3}$, es el vector de temperatura desconocido. Incluye las temperaturas de la cubierta acrílica, las temperaturas de las placas metálicas y las temperaturas del aire en cada uno de los tres canales, respectivamente. El vector de temperatura se calcula resolviendo el sistema matricial.

5.3 Cálculo de los coeficientes de transferencia de calor y propiedad de los materiales.

5.3.1 Transferencia de calor de la cubierta de vidrio al ambiente.

El coeficiente de transferencia de calor por radiación de la cubierta de vidrio ($h_{rs1,2}$) (Duffie et al., 1985) y la temperatura del cielo (T_{sky}), se evalúan mediante las siguientes ecuaciones

$$h_{rs1,2} = \frac{\sigma \varepsilon_{g1,2} (T_{g1,2} + T_{sky}) (T_{g1,2}^2 + T_{sky}^2) (T_{g1,2} - T_{sky})}{(T_{g1,2} + T_{a1,2})} \quad (5.6)$$

$$T_{sky} = 0.0552 T_{a1,2}^{\frac{3}{4}} \quad (5.7)$$

El coeficiente global de transferencia de calor por convección de la cubierta de vidrio ($U_{t1,2}$) y el coeficiente de pérdida de calor debido a la convección del aire ($h_{wind1,2}$), se evalúan de la siguiente manera mediante la Ecuación 5.8 y 5.9 (Duffie et al., 1985):

$$U_{t1,2} = h_{wind1,2} + h_{rs1,2} \quad (5.8)$$

$$h_{wind1,2} = 5.7 + 3.8 V \quad (5.9)$$

5.3.2 Transferencia de calor entre placas de metal y, cubierta de vidrio y placa de metal.

Coeficiente de transferencia de calor por radiación entre placas de metal ($h_{rww1,2}$), y entre la placa de metal y la cubierta de vidrio ($h_{rwg1,2}$).

$$h_{rww1,2} = \frac{\sigma (T_{w1}^2 + T_{w2}^2) (T_{w1} + T_{w2})}{\left(\frac{1}{\varepsilon_{w1}} + \frac{1}{\varepsilon_{w2}} - 1 \right)} \quad (5.10)$$

$$h_{rwg1,2} = \frac{\sigma (T_{g1,2}^2 + T_{w1,2}^2) (T_{g1,2} + T_{w1,2})}{\left(\frac{1}{\varepsilon_{g1,2}} + \frac{1}{\varepsilon_{w1,2}} - 1 \right)} \quad (5.11)$$

5.3.3 Radiación solar

Radiación solar absorbida por la cubierta de vidrio ($S_{I1,I2}$).

$$S_{I1,I2} = \alpha S_{g1,2} \quad (5.12)$$

La Irradiancia solar transmitida de la placa es evaluada por:

$$S_{w1,2} = \alpha \tau S_{g1,2} \quad (5.13)$$

5.3.4 Propiedades físicas del aire

Las propiedades físicas del aire son evaluadas a una temperatura promedio por cada cavidad de la chimenea. Las ecuaciones de la 5.14 a 5.17 son obtenidas de los datos propuestos por (Cengel and Boles, 2015):

Viscosidad dinámica:

$$\mu_{f1,2,3} = 4 \times 10^{-8} T_f + 2 \times 10^{-5} \quad (5.14)$$

Densidad:

$$\rho_{f1,2,3} = 8 \times 10^{-6} T_f^2 - 4.2 \times 10^{-3} T_f + 1.2859 \quad (5.15)$$

Conductividad térmica:

$$k_{f1,2,3} = 7 \times 10^{-5} T_f + 0.0238 \quad (5.16)$$

Calor específico:

$$C_{f1,2,3} = 4 \times 10^{-10} T_f^5 - 2 \times 10^{-7} T_f^4 + 4 \times 10^{-5} T_f^3 - 3.3 \times 10^{-3} T_f^2 + 0.10779 T_f + 1005.7 \quad (5.17)$$

M se representa por:

$$M_{1,2,3} = \frac{m_{1,2,3} C_{f1,2,3}}{W \Delta x \gamma} \quad (5.18)$$

5.3.5 Flujo másico del aire

El flujo másico de aire es evaluado por la ecuación 5.19, sugerida por (Bansal et al., 2005):

$$m = C_d \frac{\rho_{f,o} A_o}{\sqrt{1+A_r^2}} \sqrt{\frac{2gL(T_f-T_r)}{T_r}} \quad (5.19)$$

A_r , es la razón de aspecto del área y es evaluada por:

$$A_r = \frac{A_o}{A_i} \quad (5.20)$$

5.4 Diagrama de flujo del código numérico

Para la solución de los sistemas de matrices de las ecuaciones 5.4 y 5.5, se desarrollaron dos diagramas de flujo, que permiten la programación del código numérico computacional, en ambos códigos se divide la longitud total de la chimenea en secciones pequeñas. Posteriormente para el estado permanente toma los valores promedio supuestos para las temperaturas de las cubiertas de vidrio, de la placa absorción y de los flujos de aire, cuyos valores son muy cercanos al valor de la temperatura ambiente y para el estado transitorio toma valores iguales a la temperatura ambiente. En seguida se calculan todos los coeficientes de transferencia de calor y los coeficientes de pérdidas de calor (Ecuaciones 5.6 – 5.20) con base a los valores de las temperaturas supuestas. Con los coeficientes calculados, se genera la matriz de coeficientes [A] y el vector de términos independientes [B], posteriormente, se determina el nuevo vector de temperaturas [T] invirtiendo la matriz [A] por el método de Gauss Seidel. Con los nuevos valores calculados de las temperaturas, se calculan nuevamente todos los coeficientes y se vuelven a generar las matrices correspondientes para encontrar otro nuevo vector de temperaturas [T], se comparan los nuevos valores de estas temperaturas con los valores correspondientes del vector anterior, hasta que la diferencia sea menor a 0.01 °C, al final de las iteraciones, el programa calcula las temperaturas de salida de cada flujo de aire. Finalmente, para el código en estado permanente toma la siguiente sección y repite el proceso iterativo del cálculo hasta terminar con cada una de las secciones de la chimenea e imprime resultados. Y para el código en estado transitorio, toma igualmente la siguiente sección y repite el proceso iterativo del cálculo hasta terminar con cada una de las secciones de la chimenea e imprime resultados. Posteriormente pasa al siguiente criterio de convergencia para el paso de tiempo hasta cumplir la diferencia menor al 0.01 °C y pasar al nuevo paso de tiempo hasta alcanzar el estado permanente.

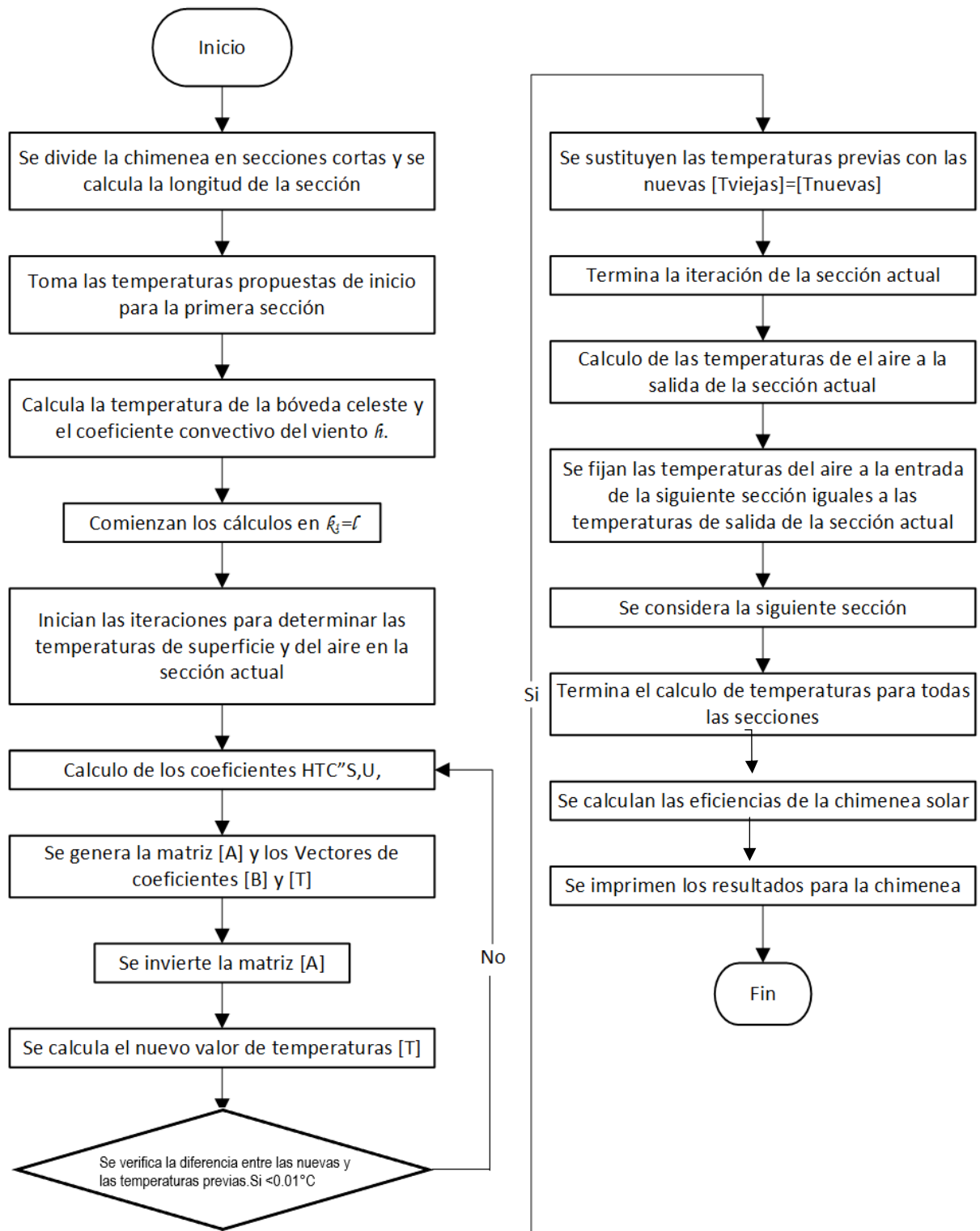


Figura 4 Diagrama de flujo para la predicción del flujo másico y las temperaturas de los elementos de la chimenea solar en estado estacionario.

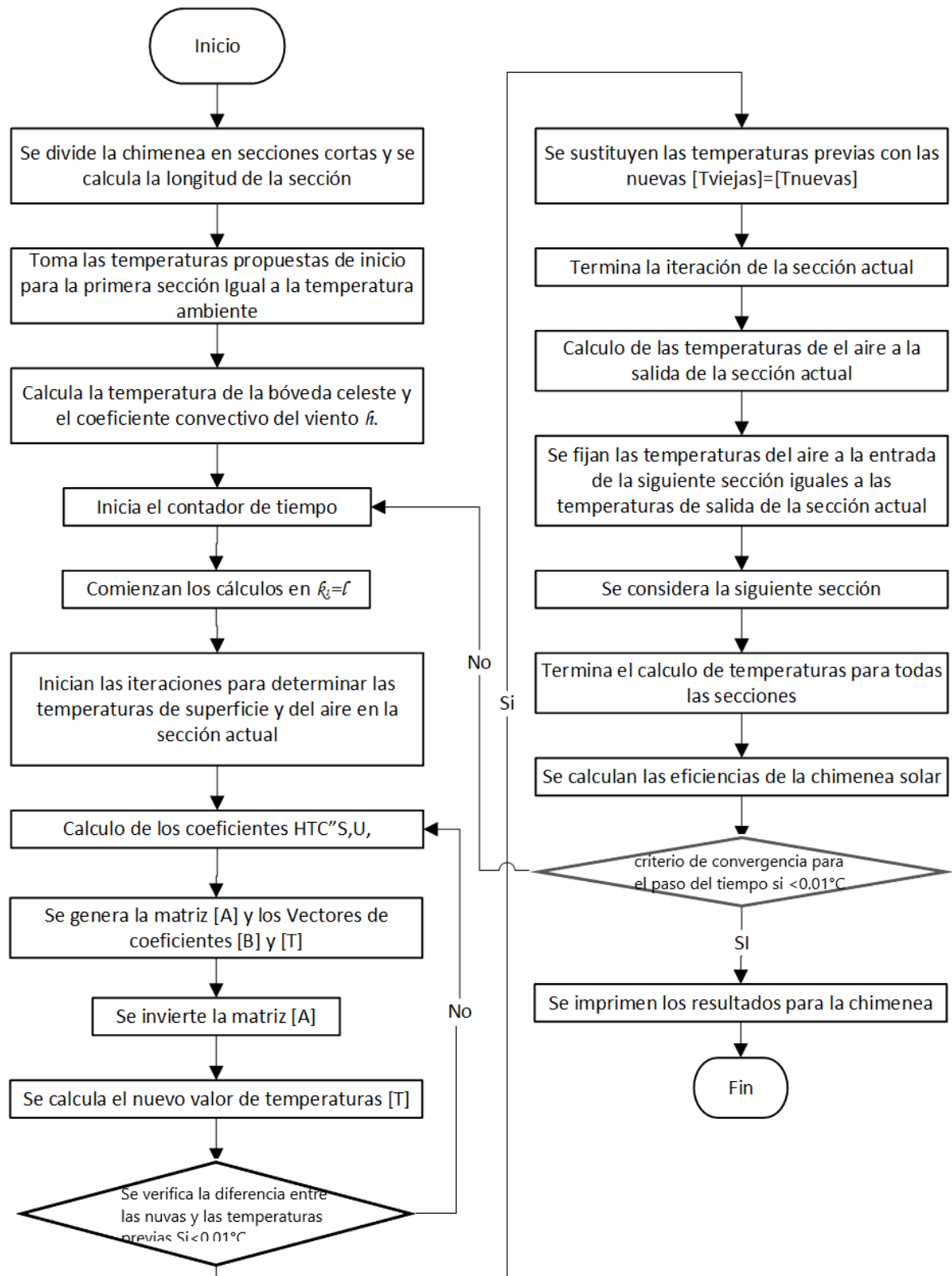


Figura 5 Diagrama de flujo para la predicción del flujo másico y las temperaturas de los elementos de la chimenea solar en estado transitorio.

6 RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En este capítulo se presentan los parámetros de entrada como las propiedades ópticas y termo físicas de los materiales que conforman a la chimenea solar, así los datos medidos del clima tales como: la radiación solar, la temperatura ambiente y la velocidad del viento. Se describe el estudio paramétrico en estado permanente y el estudio en estado transitorio, también, se presentan los resultados de los flujos másicos y temperaturas del sistema.

6.1 Datos meteorológicos

6.1.1 Medición de las condiciones ambientales

Se utilizó una estación meteorológica Ambient Weather WIFI OSPREY (WS-2902A), para medir las condiciones climáticas, Figura 6. La radiación solar y la temperatura ambiente, se toman en consideración para la construcción del modelo predictivo, las especificaciones del sensor de temperatura corresponden a un rango entre -4.4 a 60 °C y radiación solar entre 0 a 120k Lux ($\frac{W}{mm^2}$, lux, fc). La estación se instaló a una altura de 3,5 m y se ubicó cerca de la chimenea solar para brindar datos más precisos. La adquisición y registro de los datos, se realizaron de forma remota en una computadora personal; también se monitorea mediante una consola de visualización.



Figura 6 Estación meteorológica. a) Estación meteorológica para medir la radiación solar y la temperatura ambiente.

6.1.2 Datos meteorológicos del año 2010

La radiación solar, la temperatura y la velocidad del aire son parámetros considerados para las simulaciones numéricas. Estas condiciones climáticas corresponden a datos de todo un año registrados en 2010 por una estación meteorológica ubicada en la ciudad de Tlaquiltenango en Morelos, México. Con latitud y longitud, $18^{\circ}68'33''\text{LN}$ y $-99^{\circ}11'67''\text{LW}$, respectivamente. Se aplicó la prueba de Dickey-Fuller para examinar la estacionariedad de la serie temporal. La prueba confirma que los datos son constantes en el tiempo sin un aumento o disminución sistemática de sus valores (Najid et al., 2012). Por ejemplo, la serie temporal de irradiancia solar para el este (I_e) y el oeste (I_o), la orientación y la velocidad del aire (V) y la temperatura del aire (T_a) de dos horas específicas (12:00 y 15:00 horas) son se muestra en la Figura 7. Estos datos se usan para llevar a cabo la simulación numérica en estado transitorio para un horario en específico y para todo el año 2010.

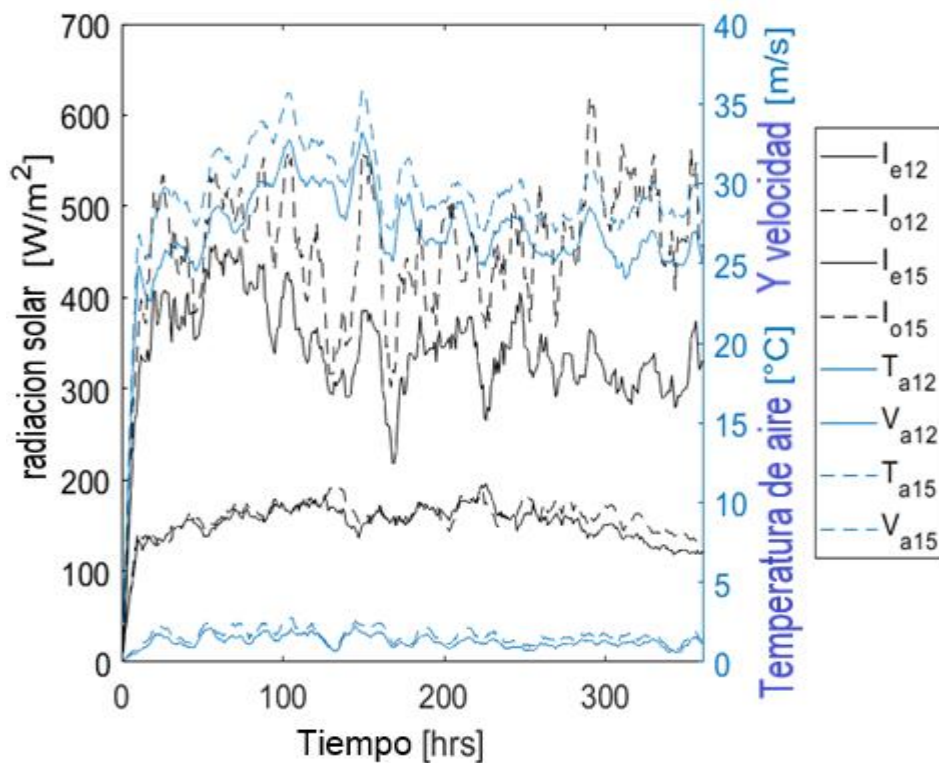


Figura 7 Irradiancia solar en el lado este ($I_{e_{15}}$ y $I_{e_{12}}$) y en el lado oeste ($I_{o_{15}}$ y $I_{o_{12}}$). Temperatura ambiente ($T_{a_{15}}$ y $T_{a_{12}}$) y velocidad ($V_{a_{15}}$ y $V_{a_{12}}$).

6.1.2 Datos meteorológicos del año 2021

Para probar el modelo una vez más, se consideran datos experimentales de clima para un día en específico del día 24 de noviembre del 2021. Estos datos se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1 Datos meteorológicos para la simulación numérica de la verificación.

Hora	T [°C]	H %	V_{el}	Radiación Este $\left(\frac{W}{m^2}\right)$	Radiación Oeste $\left(\frac{W}{m^2}\right)$
9:00	19,5	61	1	416	342
9:30	19,5	63	0,8	383	383
10:00	19,9	60	1,8	322	407
10:30	20	60	2	325	552
11:00	21,5	54	1,1	228	584
11:30	22,1	55	1,8	116	596
12:00	24	55	0,5	100	554
12:30	23,5	54	0,8	98	507
13:00	23	51	0,6	193	495
13:30	23,2	51	1,2	264	448
14:00	23,8	47	0,3	329	415
14:30	24,3	47	1,3	416	342
15:00	24,5	46	2,2	383	383
15:30	24,7	46	1,1	322	407
16:00	24,8	47	1	325	552

6.2. Resultados de la simulación numérica

Las ecuaciones del sistema (Ecuación 5.4 y 5.5) representan el vector de temperatura [T]. La sección 5 describe cómo se calculan los coeficientes de transferencia de calor por convección y radiación, las propiedades ópticas y físicas de los materiales para los materiales propuestos. Donde $T_{g1,i}^{k+1}$ y $T_{g2,i}^{k+1}$ representan las temperaturas de la cubierta de vidrio, $T_{w1,i}^{k+1}$ y $T_{w2,i}^{k+1}$ temperatura de la placa metálica vertical, y $T_{f1,i}^{k+1}$, $T_{f2,i}^{k+1}$ y $T_{f3,i}^{k+1}$ temperaturas aire-fluido.

Dos conjuntos de simulaciones consideran el cálculo de temperaturas y caudal másico, el primer conjunto de simulación considera cuatro geometrías (G_1 , G_2 , G_3 , y G_4) y tres materiales (acero dúctil, aluminio anodizado y cobre con superficies de humo negro) para las condiciones climáticas del año 2010 a las 15:00 hrs, las dimensiones geométricas y las propiedades de los materiales se encuentran en las Tablas 2 y 3. Las temperaturas de la cubierta de vidrio (T_{g1} y T_{g2}) se muestran en la Figura 8 a). Cuando se utilizan materiales como cobre ($T_{Cu_{g1}}$, $T_{Cu_{g2}}$), acero ($T_{Ds_{g1}}$, $T_{Ds_{g2}}$), y aluminio ($T_{Al_{g1}}$, $T_{Al_{g2}}$), las temperaturas de la cubierta de vidrio están entre 25 a 35°C, manteniendo un promedio de 30°C la mayor parte del año. La variación de temperatura entre las cubiertas es de 0 a 2°C. Los resultados de la temperatura del aire (T_{f1} , T_{f2} , T_{f3}) están ubicados en el centro de la Figura 8 b). Aquí se observa que las temperaturas más altas corresponden al flujo de aire que se encuentra en la cavidad 2, alcanzando un promedio aproximado de 48°C de temperatura de flujo cuando se utilizan placas de cobre y acero dúctil, siendo un poco mayor para el cobre. Mientras que la temperatura media cuando se utilizan placas de aluminio es de aproximadamente 43 °C. Los resultados de las temperaturas de la placa de metal (T_{w1} y T_{w2}) se muestran en la parte inferior de la Figura 8 (c). La placa de metal (T_{w1}) en la orientación oeste es la que alcanza la temperatura más alta. Para este caso. Para este caso, la temperatura de la placa de cobre ($T_{Cu_{w1}}$) y acero ($T_{Ds_{w1}}$) es de aproximadamente 63 °C. Mientras que, en la orientación este, la temperatura de la placa metálica (T_{w2}), tanto para el cobre ($T_{Cu_{w2}}$) como para el acero ($T_{Ds_{w2}}$) es de 50 °C. Cuando se usa aluminio para placas de metal, las temperaturas ($T_{Al_{w1}}$ y $T_{Al_{w2}}$) se alcanzan en promedio alrededor de 35 °C, siendo las más bajas entre los otros materiales. Las temperaturas más altas corresponden al lado oeste, debido a que hay más radiación solar.

Tabla 2 Geometría propuesta de la chimenea solar para la simulación numérica

Geometría	Longitud, L [m]	Profundidad, D_p [m]	Ancho, d_{t1} [m]	Ancho, d_{t2} [m]	Ancho, d_{t3} [m]
G_1	1	0.5	0.25	0.2	0.3
G_2	1.5	1	0.3	0.5	0.2
G_3	2	1.25	0.25	0.6	0.4
G_4	2.5	1.5	0.6	0.4	0.5
G_5	1.8	1.2	0.35	0.4	0.25

Tabla 3 Propiedades ópticas y físicas de los materiales (Karima and Saif, 2012; Incropera and DeWitt, 1999; Oliva et al., 2013).

Material	ρ (kg/m ³)	C_p (J/kg °C)	Emissivida dy [ϵ]	Absorptivida dy [α]	Transmisividad y [τ]
Acero dúctil	7850	500	0.95	0.95	-----
Aluminio anonizado	2720	895	0.84	0.14	-----
Cobre con superficial de humo negro	8950	380	0.9988	0.9988	-----
Oxido de nickel	8900	450	0.49	0.79	-----
Vidrio común	2470	750	0.9	0.06	0.84

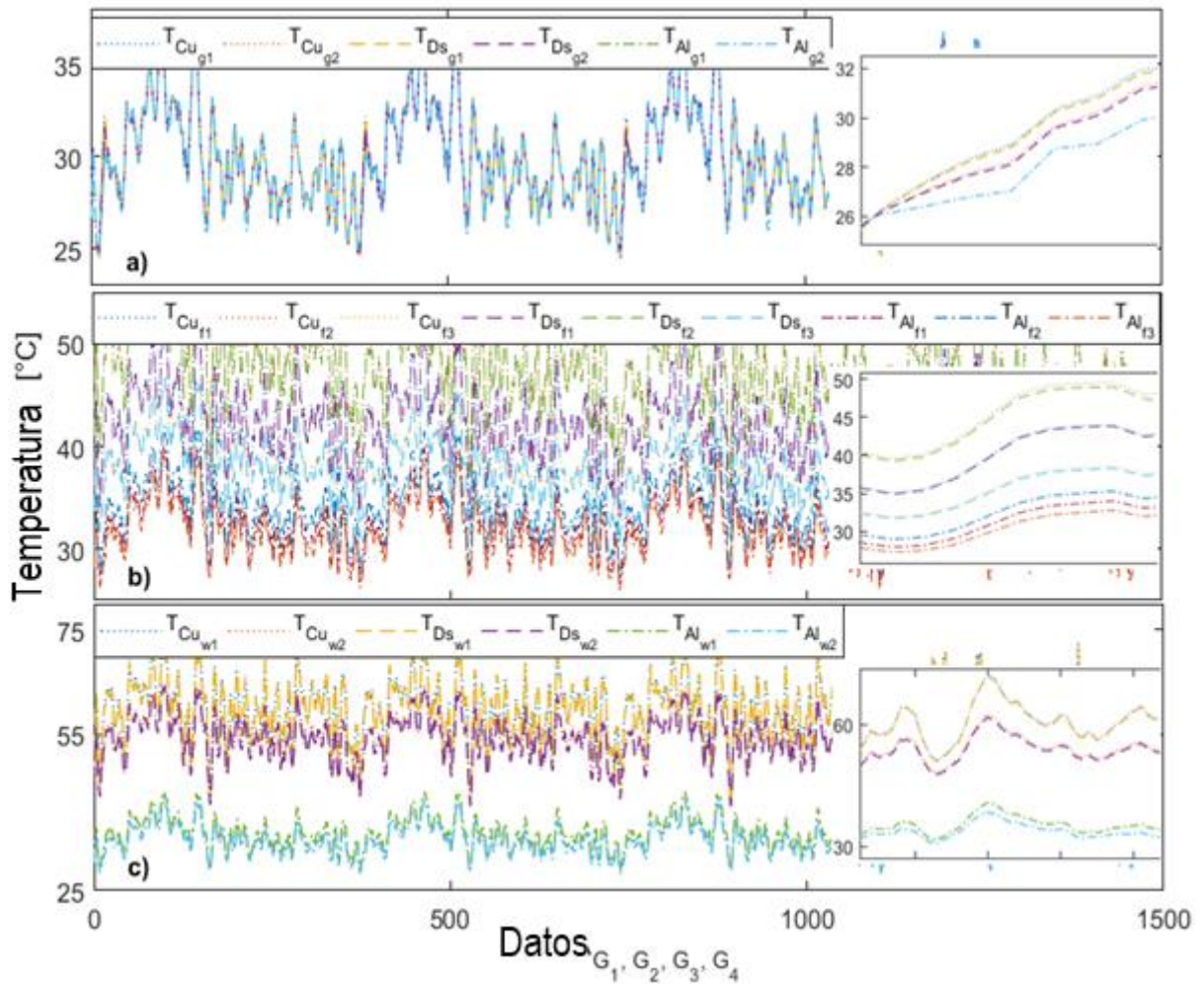


Figura 8 Serie temporal de temperaturas de los elementos de la chimenea solar considerando cuatro geometrías y tres materiales para la placa metálica. a) Temperatura de las cubiertas de vidrio. b) Temperaturas de los flujos de aire. c) Temperaturas de las placas.

El modelo fue verificado para una quinta geometría (G_5), considerando óxido de níquel en placas metálicas. La radiación solar, la temperatura ambiente y la velocidad del aire corresponden a datos obtenidos y registrados al mediodía de ese mismo año. Las temperaturas obtenidas de la simulación numérica para cubiertas de vidrio ($T_{Ni_{g1}}, T_{Ni_{g2}}$), caudales de aire ($T_{Ni_{f1}}, T_{Ni_{f2}}, T_{Ni_{f3}}$) y placas de metal ($T_{Ni_{w1}}, T_{Ni_{w2}}$) se muestran en la Figura 9.

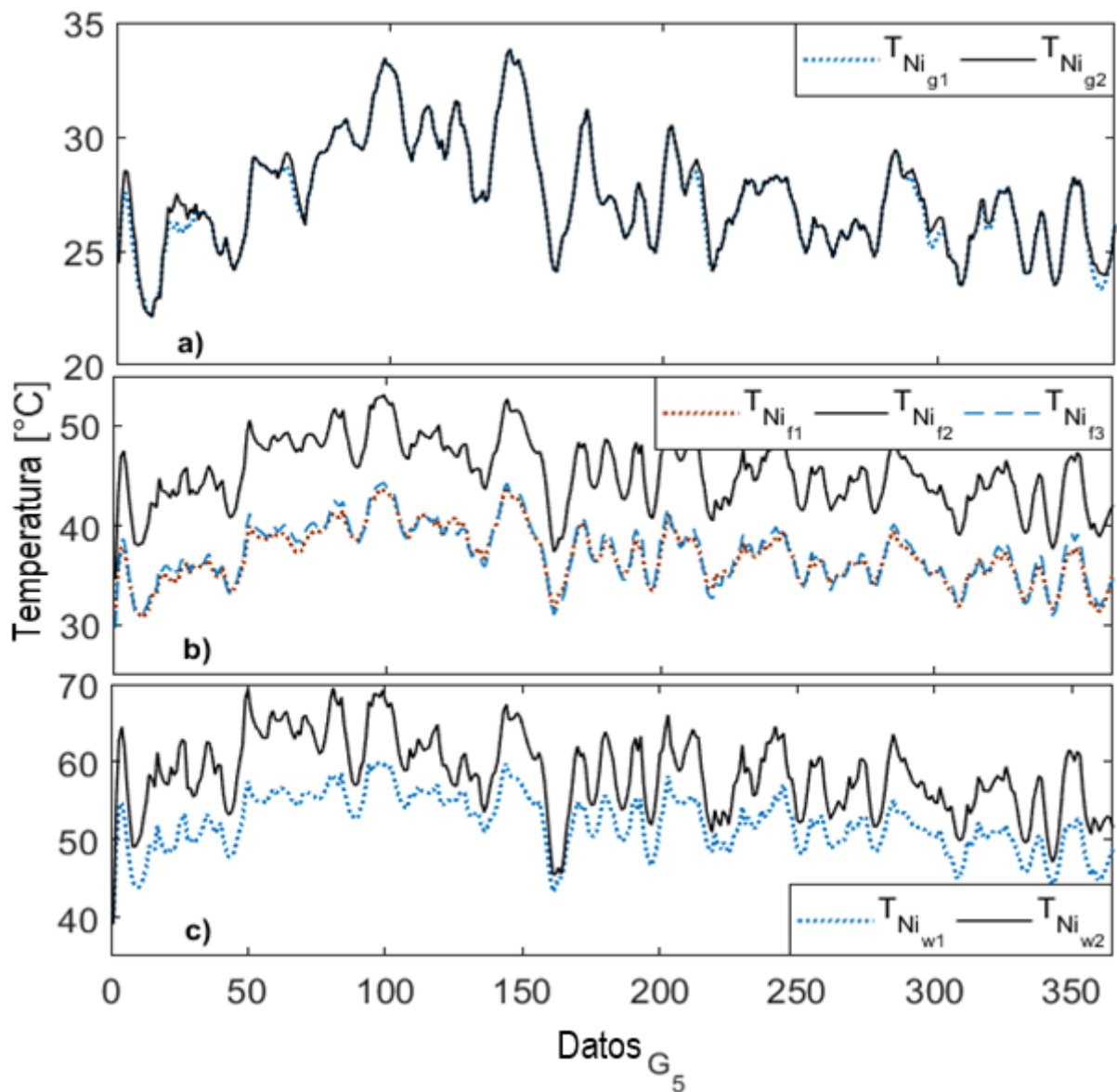


Figura 9 Serie Temporal de Temperaturas de los elementos de la Chimenea Solar considerando la geometría G_5 y el óxido de níquel para la placa metálica. a) Tem. de las cubiertas de vidrio. b) Tem. de los flujos de aire. c) Tem. de las placas metálicas.

La Figura 10 muestra los resultados del caudal másico para ambos conjuntos de la simulación numérica. En los apartados a) y b), se observa un aumento del caudal másico a lo largo del trayecto; ver Figura 10. Esta tendencia se debe al tipo de geometría utilizada, que el primer tramo de izquierda a derecha corresponde a G_1 , seguido de G_2 , posteriormente G_3 y finalmente G_4 . También se aprecia que el caudal másico m_{cu} es ligeramente superior a m_{DS} con variaciones por debajo de 0,01 y 0,03 $\frac{kg}{s}$. Eso corresponde cuando se utilizan placas metálicas con cobre y acero dúctil.

Esta proximidad entre ambos flujos se debe a las propiedades de sus materiales, que son muy similares, siendo mejor el cobre con una superficie de humo negro. Ambos flujos tienen una magnitud promedio de $1.2 \frac{kg}{s}$, ver Figura 10 (a). Sin embargo, el caudal másico m_{Al} que corresponde al utilizar placas metálicas de aluminio, el caudal tiende a ser inferior al 50% en comparación con los demás, esto debido a sus propiedades ópticas y físicas, Figura 10 (b). Mientras que la Figura 10 (c) presenta los resultados del caudal másico con un promedio de $0.5 \frac{kg}{s}$ cuando se utilizan placas metálicas de óxido de níquel.

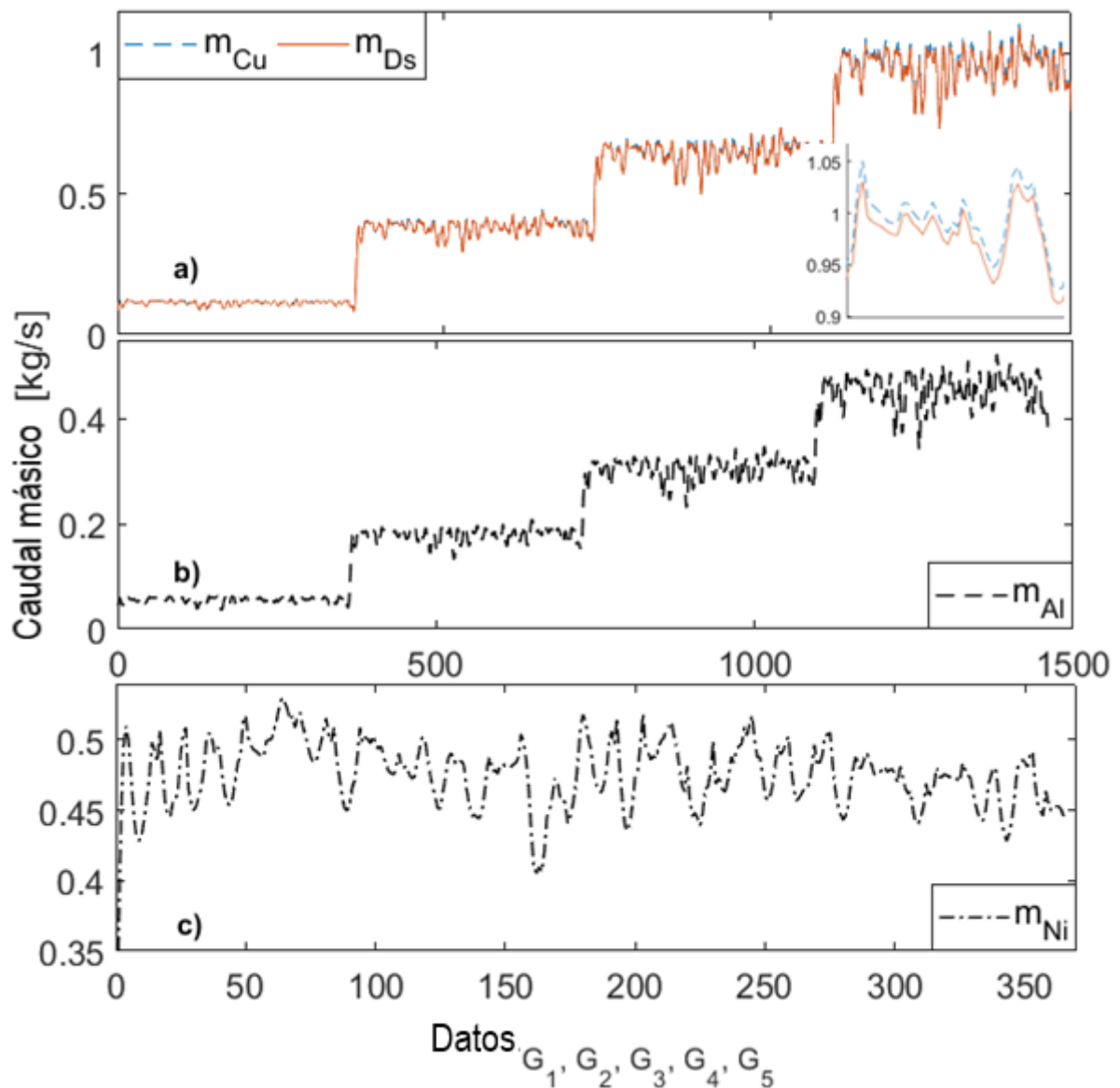


Figura 10 Caudal másico de aire para material de óxido de níquel.

Las simulaciones numéricas brindan resultados satisfactorios para las diferentes geometrías y materiales, independientemente de las condiciones climáticas, cumpliendo con las condiciones de confort térmico y calidad del aire (Kohloss, 2004). Sin embargo, supongamos que se requiere el diseño óptimo con un mínimo costo de inversión (que involucra la definición de la geometría y la selección del material). En ese caso, el proceso debe repetirse para cada geometría y material, con el consiguiente alto coste computacional. Las secciones restantes describen una estrategia alternativa.

6.3 Propuesta de diseño de la chimenea solar

Las simulaciones computacionales han demostrado que el modelo matemático en estado transitorio ha predicho al flujo másico con resultados satisfactorios, subsección 6.2. Por lo tanto, se propone realizar una simulación más de una chimenea con dimensiones siguientes: 1.37 m de altura, 0.60 m de ancho y profundo. 0.40 m de la succión de la chimenea que se encuentra en la parte superior, Figura 11 c). La dimensión entre cada cavidad es de 0.2 m. Se propone una sección al paso de entrada del flujo de aire de 0.25 x 0.60 m, Figura 11 b).

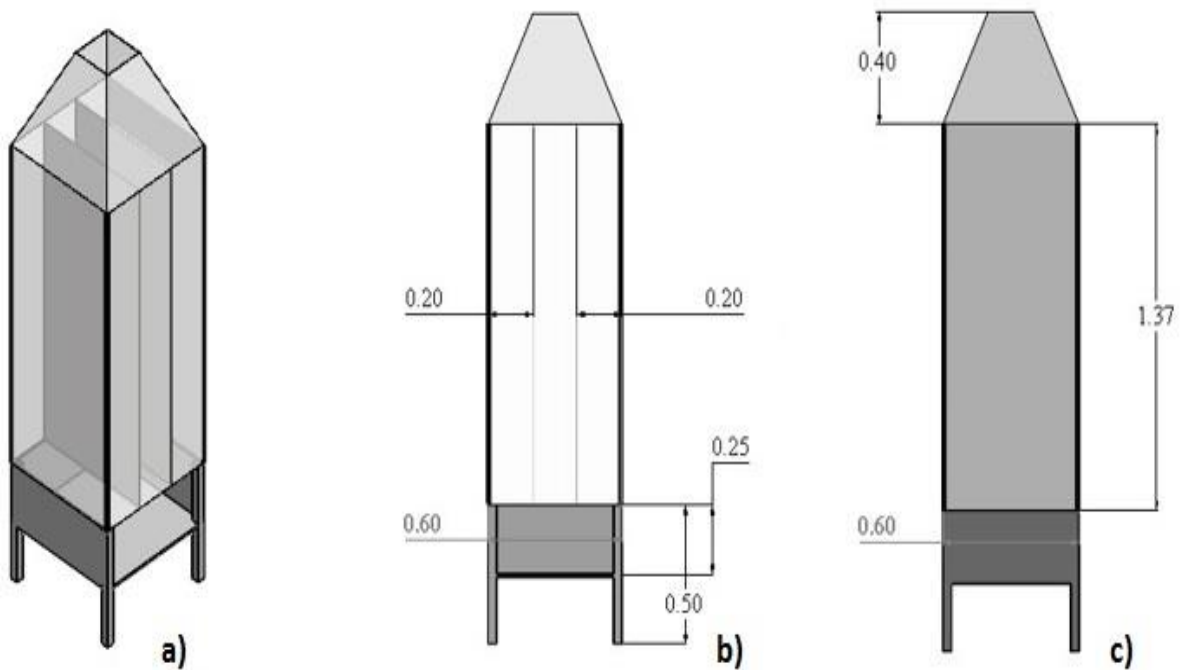


Figura 11 Propuesta de diseño de la chimenea solar.

6.4 Simulación numérica de la propuesta de la chimenea solar

Se ha llevado a cabo la simulación numérica computacional de la chimenea solar propuesta para fines de verificación del modelo matemático en estado estacionario y transitorio. La Tabla 4 presenta los resultados del flujo másico para ambos modelos. Como se puede observar, los datos son satisfactorios debido a que entre cada cavidad presentan magnitudes muy similares.

Tabla 4 Comparación del flujo másico entre el modelo estacionario versus transitorio.

HORA	ESTADO ESTACIONARIO			ESTADO TRANSITORIO		
	Cavidad 1 $\left(\frac{m^3}{s}\right)$	Cavidad 2 $\left(\frac{m^3}{s}\right)$	Cavidad 3 $\left(\frac{m^3}{s}\right)$	Cavidad 1 $\left(\frac{m^3}{s}\right)$	Cavidad 2 $\left(\frac{m^3}{s}\right)$	Cavidad 3 $\left(\frac{m^3}{s}\right)$
9:00	0,05	0,07	0,05	0,05	0,06	0,05
9:30	0,06	0,07	0,05	0,05	0,06	0,04
10:00	0,05	0,06	0,05	0,05	0,07	0,05
10:30	0,06	0,07	0,05	0,05	0,07	0,04
11:00	0,06	0,07	0,05	0,05	0,07	0,04
11:30	0,05	0,06	0,04	0,03	0,04	0,03
12:00	0,05	0,06	0,04	0,05	0,07	0,04
12:30	0,05	0,06	0,04	0,04	0,05	0,03
13:00	0,05	0,06	0,04	0,04	0,06	0,04
13:30	0,05	0,06	0,04	0,04	0,05	0,04
14:00	0,06	0,07	0,04	0,05	0,07	0,04
14:30	0,05	0,06	0,04	0,05	0,07	0,04
15:00	0,05	0,06	0,04	0,05	0,07	0,04
15:30	0,04	0,05	0,04	0,05	0,06	0,04
16:00	0,04	0,05	0,04	0,05	0,06	0,04

6.5 Chimenea solar experimental

En la Figura 12 se presenta la chimenea experimental, la construcción se realizó al interior de la Escuela de Estudios Superiores de Yecapixtla, la estructura es de acero, las cubiertas se consideran de vidrio claro de 6mm. Las placas metálicas son de acero dúctil, mientras que las placas se pintan de color negro mate para aprovechar la máxima radiación solar durante el día para su funcionamiento, la posición de la chimenea se considera de en una de sus caras con orientación al Este para aprovechar la radiación que llega antes del mediodía, sin embargo, la otra cara se orienta al Oeste para aprovechar la radiación del resto del día.

Para la instrumentación se usó un microcontrolador tipo Arduino MEGA. Termopares tipo K fueron empleados para su instalación en los siete elementos de la chimenea solar con el de medir la magnitud de la temperatura, dos anemómetros digitales fueron conectados a la entrada y salida de la chimenea solar para la medición de la velocidad del flujo de aire, Figura 12 b).

Las pruebas experimentales se realizaron el día 24 de noviembre del año 2021 en un horario de 9:00 a.m. a 16:00 p.m. para conocer el funcionamiento térmico de la chimenea solar, Figura 12 c).



Figura 12 Chimenea solar experimental. a) Modelo experimental, b) Instrumentación electrónica y c) Funcionamiento de la chimenea solar.

6.6 Validación del modelo experimental

La validación del modelo experimental se llevó a cabo el día 24 de noviembre del 2021. Para esto, se considera llevar a cabo la comparación del modelo estacionario versus transitoria sección 6.3. Los resultados fueron satisfactorios debido a que existen similitud entre ambos modelos, lo que permitió llevar a cabo la construcción del modelo experimental. La Tabla 5 muestra los resultados del modelo físico de la chimenea solar experimental, como se puede apreciar, los datos experimentales son muy cercanos a los resultados de la simulación en estado estacionario con un valor mínimo y máximo con errores porcentuales absolutos menores al 1 %. Sin embargo, para el caso del modelo en estado transitorio los resultados son aún más cercanos con un valor máximo entre los datos de 0.2 %, mientras que para el menor con 0 %.

El error absoluto es igual al valor experimental menos el valor predicho. Los resultados han sido satisfactorios para los modelos simulado. Esto ha demostrado que los modelos son capaces de predecir con exactitud algún otro tipo de geometría como propuesta de diseño y llevar a cabo la construcción de esta para su aplicación a casas habitación.

Tabla 5 Comparación entre modelo simulado versus experimental.

Hora	Radiación solar $\left(\frac{W}{m^2}\right)$		Flujo másico $\left(\frac{kg}{s}\right)$				
	Orientación Este	Orientación Oeste	Experimental	Estado estacionario	% Error Absoluto	Estado transitorio	% ERP
9:00	416	342	0,17	0,17	0,00	0,16	0,01
9:30	383	383	0,13	0,18	0,05	0,15	0,02
10:00	322	407	0,30	0,16	0,14	0,17	0,13
10:30	325	552	0,33	0,18	0,15	0,16	0,17
11:00	228	584	0,18	0,18	0,00	0,16	0,02
11:30	116	596	0,30	0,15	0,15	0,1	0,20
12:00	100	554	0,08	0,15	0,07	0,16	0,08
12:30	98	507	0,13	0,15	0,02	0,12	0,01
13:00	193	495	0,10	0,15	0,05	0,14	0,04
13:30	264	448	0,20	0,15	0,05	0,13	0,07
14:00	329	415	0,05	0,17	0,12	0,16	0,11
14:30	338	338	0,22	0,15	0,07	0,16	0,06
15:00	342	281	0,36	0,15	0,21	0,16	0,20
15:30	285	197	0,18	0,13	0,05	0,15	0,03
16:00	333	197	0,17	0,13	0,04	0,15	0,02

6.7 Discusión

Se han presentado los resultados de la chimenea solar. Como se pudo apreciar en la subsección 6.6, los resultados han sido confiables y satisfactorios para el modelo experimental que se ajusta a un modelo teórico presentado en un artículo de investigación por Tlatelpa et al. 2022. Para realizar una comparación de los resultados presentados en la Tabla 5, es necesario convertir el flujo másico a flujo volumétrico a partir de la ecuación 1 (White 2004). Esta ecuación permite conocer la cantidad de flujo por volumen de aire requerido para recintos establecidos por la norma ASHRAE Estándar 62.1 2019.

$$Q = \frac{\dot{m}}{\rho} \quad (1)$$

La Tabla 6 muestra la conversión del flujo. Estos valores son comparados para conocer la cantidad de caudal a remover en algunos espacios presentes en la Tabla 6. Como se puede apreciar en la tabla, el valor mínimo de caudal se encuentra para el horario de las 12:00 hrs con una magnitud de 238.4 y un máximo de 1048,9 $\frac{m^3}{h}$ para las 15:00 hrs.

Tabla 6 Conversión de flujo masico a volumétrico

Hora	Flujo másico			
	Experimental		Modelo transitorio	
	$\frac{kg}{s}$	$\frac{m^3}{h}$	$\frac{kg}{s}$	$\frac{m^3}{h}$
9:00	0,17	476,8092	0,16	460,8
9:30	0,13	381,44736	0,15	432
10:00	0,30	858,25656	0,17	489,6
10:30	0,33	953,6184	0,16	460,8
11:00	0,18	524,49012	0,16	460,8
11:30	0,30	858,25656	0,1	288
12:00	0,08	238,4046	0,16	460,8
12:30	0,13	381,44736	0,12	345,6
13:00	0,10	286,08552	0,14	403,2
13:30	0,20	572,17104	0,13	374,4
14:00	0,05	143,04276	0,16	460,8
14:30	0,22	619,85196	0,16	460,8
15:00	0,36	1048,98024	0,16	460,8
15:30	0,18	524,49012	0,15	432
16:00	0,17	476,8092	0,15	432

Ahora bien, Se considera el diseño de la chimenea solar experimental con las dimensiones establecidas para un promedio entre los datos, se obtiene un caudal de $556.3 \frac{m^3}{h}$. Por lo tanto, se toma un tipo de ocupación de la Tabla 7, por ejemplo, el laboratorio de computación, la tabla nos indica que, se requiere $26.6 \frac{m^3}{h}$ por persona. Sin embargo, este tipo de espacios en la EESYecapixtla ingresan un promedio de 20 alumnos a la realización de prácticas. Por consiguiente, al dividir el caudal promedio de $556.3 \frac{m^3}{h}$ entre el requerido y establecido por la norma ASHRAE Estándar 62.1 2019 ($26.6 \frac{m^3}{h}$), como resultados indica que el máximo de ocupantes debe de ser de 20.9 personas. Con estos resultados, se demuestra que la chimenea solar es factible para poder ventilar un recinto de este tipo, garantizando la calidad y el confort térmico del espacio. Al igual en la Tabla 8 se muestra una comparación con el caudal promedio y el número máximo de ocupantes que deben estar dentro del tipo de recinto.

Tabla 7 Valores de Caudales de Aire externo para ventilación general de distintos tipos de ocupación de acuerdo con nivel de ocupación por defecto de ASHRAE Estándar 62.1 2019

<i>Tipo de ocupación</i>	<i>Caudal de aire por persona ($\frac{m^3}{h}$)</i>
<i>Sala de clases (desde 9 años en adelante)</i>	24,2
<i>Laboratorio de computación</i>	26,6
<i>Salón de conferencias</i>	15,3
<i>Biblioteca</i>	30,6
<i>laboratorios de Universidad</i>	30,96
<i>cafeterías/Comedor comida-rápida</i>	16,92
<i>Conferencia/Reuniones</i>	11,2
<i>Espacios de oficina</i>	30,6

Tabla 8 Numero de ocupantes en base al caudal promedio.

Tipo de ocupación	Caudal de aire por persona	Caudal proporcionado por la chimenea.	Número de ocupantes por tipo de ocupación
Sala de clases (desde 9 años en adelante)	24,2	556,3	23,0
Laboratorio de computación	26,6		20,9
Salón de conferencias	15,3		36,4
Biblioteca	30,6		18,2
laboratorios de Universidad	30,96		18,0
cafeterías/Comedor comida-rápida	16,92		32,9
Conferencia/Reuniones	11,2		49,7
Espacios de oficina	30,6		18,2

Ahora bien, se demuestra nuevamente que la chimenea solar experimental proporciona las condiciones para ventilar pasivamente un espacio distinto a la de una casa habitación. Sin embargo, en caso de requerir mayor cantidad de caudal a extraer en algún tipo de recinto mostrado en la Tabla 6 o 7, o algún otro, es necesario modelar computacionalmente con otro tipo dimensiones para obtener el caudal deseado y con ello llevar a cabo la construcción de esta para su correcta aplicación.

7 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

7.1 Conclusiones

Con base en los resultados obtenidos del estudio numérico para la chimenea solar de tres canales de flujo de aire, se concluye lo siguiente:

- a) Se realizaron simulaciones numéricas computacionales, para diferentes materiales de las placas metálicas, a partir del desarrollo de un código numérico en lenguaje de programación Fortran, para simular el funcionamiento térmico de la chimenea solar en estado estacionario y estado transitorio.
- b) Los resultados comparados entre el estudio estacionario versus el transitorio, han demostrado que ambos modelos son útiles, para proponer diseños de chimeneas solares para la ventilación natural pasiva en casas habitación y edificaciones, Tabla 5.
- c) El modelo matemático y el código numérico computacional en estado transitorio de la chimenea solar, proporciona mejores resultados acercándose en menor error en sus datos versus el modelo experimental, Tabla 5.
- d) Se ha demostrado que los materiales de cobre con una superficie cubierta de humo negro y el acero dúctil, son los adecuados para ser usados en el diseño de las chimeneas solares de 3 canales para alcanzar las máximas temperaturas.
- e) A través del estudio paramétrico, se ha demostrado que el modelo transitorio proporciona parámetros importantes para la propuesta de diseño.
- f) Ambos modelos son validados a partir de un modelo experimental. Los resultados del modelo matemático transitorio se acercan a los valores experimentales, Tabla 6.
- g) En general, el modelo matemático en estado estacionario y estado transitorio, son modelos que permiten obtener dimensiones para diseñar chimeneas solares para ventilar viviendas o edificaciones, dependiendo el número de habitantes y la cantidad de volumen a remover. Como se especifica en la norma ASHRAE 62 – 1999, como muestra la Tabla 8.

7.2 Recomendaciones

- a) Se recomienda realizar otras simulaciones numéricas computacionales con otros materiales inteligentes o en su caso, con materiales masivos de energía para mejorar la ventilación natural por un lapso mayor y posterior de que no se cuente con energía solar.
- b) Se recomienda realizar simulaciones numéricas para otras condiciones de clima para diferentes épocas y conocer el comportamiento del sistema solar.
- c) Se recomienda implementar sensores de mayor precisión tal como los TP100 para la instrumentación de la chimenea solar experimental. Esto ayudará a mejorar la adquisición de datos con menor error en las mediciones.
- d) Se recomienda hacer uso de anemómetros digitales de mayor precisión para obtener mejor respuesta en la magnitud del flujo de aire.
- e) Se recomienda realizar pruebas experimentales con algún tipo de sustancia que permita visualizar el comportamiento de la velocidad del flujo de aire al interior de la chimenea solar.

8 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Afonso Clito, Oliveira Armando., 2000, “Solar Chimneys: Simulation and Experiment”, *Energy and Building*, Vol. 32, Págs. 71-79.

ASHRAE Estándar 62.1 2019. ISSN 1041-2336.

https://ashrae.iwrapper.com/ASHRAE_PREVIEW_ONLY_STANDARDS/STD_62.1_2019

Bansal N.K., Mathur R., Bhandari M.S., 1993, “Solar Chimney for Enhanced Stack Ventilation”, *Building and Environment*, Vol. 28, Págs. 373-377.

Bansal, N.K., Mathur, J., Mathur, S. and Jain, M. (2005). Modeling of window-sized solar chimneys for ventilation. *Building and Environment* 40(10), 1302-1308. <https://doi.org/10.1016/j.buildenv.2004.10.011>

Bassiouny R, Nader S.A. Koura, 2008, “An analytical and numerical study of solar chimney use for room natural ventilation”, *Energy and Buildings*, Vol. 40, Págs. 865-873.

Cengel, Y. and Boles, M. (2015). *Thermodynamic*. McGraw-Hill Education, México.

Duffie J. A and William A. Beckman, 1991, “Solar Engineering of Thermal Processes”, 2nd Edition.

Harris D.J., Helwig N., 2007, “Solar Chimney and Building Ventilation”, *Applied Energy*, Vol. 84, Págs. 135-146.

Hazim B. Awbi, 2003, “Ventilation of Buildings” *Renewable and Sustainable Energy* Second Edition, Spon Press.

Hirunlabh, J., Kongduang, W., Namprakai, P. and Khedari, J. (1999). Study of natural ventilation of houses by a metallic solar wall under tropical climate. *Renewable Energy* 18(1), 109–119. [https://doi.org/10.1016/S0960-1481\(98\)00783-6](https://doi.org/10.1016/S0960-1481(98)00783-6)

Imran, A.A., Jalil, J.M. and Ahmed, S.T. (2015). Induced flow for ventilation and cooling by a solar chimney. *Renewable Energy* 78, 236–244. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2015.01.019>

Incropera, F.P. and DeWitt, D.P. (1999). *Fundamentals of heat transfer*. Pearson

Education, México.

Ismail K.A.R., Henriquez J.R., 2006, "Simplified Model for a Ventilated Glass Window under Forced Air Flow Condition", *Applied Thermal Engineering*, Vol. 26, Págs.295-302.

Karima, E.A. and Saif, W.M. (2012). Experimental and numerical studies of solar chimney for natural ventilation in iraq. *Energy and Buildings* 47, 450–57. <https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2011.12.014>

Khedari, J., Kaewruang, S., Pratinthong, N. and Hirunlabh, J. (1999). Natural ventilation of houses by a trombe wall under the climatic conditions in thailand. *International Journal of Ambient Energy* 20(2), pp. 85–94. <https://doi.org/10.1080/01430750.1999.9675323>

Kohloss, F.H. (2004). ASHRAE for standard ventilation for acceptable air quality. *ANSI/ASHRAE Addendum n to ANSI/ASHRAE Standard 62-2001* 8400.

Kwang Ho Lee, Richard K. Strand, 2009, "Enhancement of natural ventilation in buildings using a thermal chimney", *Solar Energy*, Vol. 41, Págs. 615-621.

Layeni, A.T., Adekojo, W.M., Babatunde, A.A., Bukola, O.B., Collins, N.N. and Solomon, O.G. (2020). Computational modelling and simulation of the feasibility of a novel dual purpose solar chimney for power generation and passive ventilation in buildings. *Scientific African* 8, 1-13. <https://doi.org/10.1016/j.sciaf.2020.e00298>

Mathur J., Bansal N.K., Mathur S., Jai M., Anupma, 2006, "Experimental investigations on solar chimney for room ventilation", *Solar Energy*, Vol. 80, Págs. 927-935.

Mathur J., Bansal N.K., Mathur S., Jai M., Anupma, 2006, "Experimental investigations on solar chimney for room ventilation", *Solar Energy*, Vol. 80, Págs. 927-935.

Najid, A., Hayat, M.F., Hamad, N. and Iuqman, M. (2012). Energy consumption and economic growth: evidence from pakistan. *Australian Journal of Business and Management Research* 2(6), 49–53. <https://doi.org/10.1002/mde.4090050108>

Oliva, A.I., Maldonado, R.D., Díaz, E. A. and Montalvo, A.I. (2013). A high absorbance material for solar collectors' applications. Third Congress On Materials Science And Engineering (CNCIM-Mexico 2012). *IOP Conference Series: Materials Science And Engineering* 45(1), 2–6. doi.org/10.1088/1757-899X/45/1/012019

Ong K.S., 2003, "A mathematical model of a solar chimney", *Renewable Energy*, Vol. 28, Págs. 1047-1060.

Ong K.S., Chow C.C., 2003, "Performance of a Solar Chimney", *Solar Energy*, Vol. 74 Págs. 1-17.

Patel, S.K., Prasad, D. and Ahmed, R.M. (2014). Computational studies on the effect of geometric parameters on the performance of a solar chimney power plant. *Energy Conversion and Management* 77, 424–431.
<https://doi.org/10.1016/j.enconman.2013.09.056>

Saifi, N., Settou, N., Dokkar, B., Negrou, B. and Chennouf, N. (2012). Experimental study and simulation of airflow in solar chimneys. *Energy Procedia* 18, 1289–1298.
<https://doi.org/10.1016/j.egypro.2012.05.146>

Shi, L. and Zhang, G. (2016). An empirical model to predict the performance of typical solar chimneys considering both room and cavity configurations. *Build. Environ* 103, 250-261. <https://doi.org/10.1016/j.buildenv.2016.04.024>

Sudprasert, S., Chinsorranant, Ch. and Rattanadecho, P. (2016). Numerical study of vertical solar chimneys with moist air in a hot and humid climate. *Int. J. Heat Mass Tran* 102, 645-656. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2016.06.054>

Tlatempa-Becerro, A., Rico-Martínez, R., Cárdenas-Manríquez, M., Urquiza, G., Alarcón-Hernández, F., & Fuentes-Albarran, M. (2022). Prediction of the dynamic behavior of a solar chimney by means of artificial neural networks. *Revista Mexicana De Ingeniería Química*, 21(1), IE2495. <https://doi.org/10.24275/rmiq/IE2495>

White F.M. 2004. *Mecánica de fluidos*. Mc Graw Hill.

Zhongbao, L. and Su, Y. (2012). An unsteady model for natural ventilation with solar chimney. *Advanced Materials Research* 354–355, 286–289.
<https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMR.354-355.286>