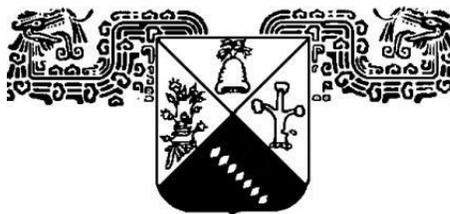


CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN
INGENIERÍA Y CIENCIAS APLICADAS.



UNIVERSIDAD AUTONOMA DEL ESTADO DE MORELOS

INSTITUTO DE INVESTIGACIÓN EN CIENCIAS BÁSICAS Y APLICADAS

CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN INGENIERÍA Y CIENCIAS APLICADAS

**“ESTIMACIÓN DE VIDA ÚTIL DE UN GRUPO DE
ÁLABES DE UNA TURBINA DE VAPOR POR EL
MÉTODO DE ALGORITMOS GENÉTICOS”**

TESIS PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRÍA EN INGENIERÍA Y CIENCIAS APLICADAS

PRESENTA:

I.M. AUGUSTO FABIÁN TORRES CATONGA.

DIRECTOR: DR. JOSÉ ALFREDO RODRÍGUEZ RAMIREZ.

NOMBRE DE LOS SINODALES:

- Dr. Fernando Sierra Espinosa.
- Dr. Gustavo Urquiza Beltrán.
- Dr. Juan Carlos García Castrejón.
- Dr. Miguel Ángel Basurto Pensado.

CUERNAVACA, MORELOS.

SEPTIEMBRE 2019.



INSTITUTO DE INVESTIGACIÓN EN CIENCIAS BÁSICAS Y APLICADAS

Jefatura de Posgrado en Ingeniería y Ciencias Aplicadas

"1919-2019: en memoria del General Emiliano Zapata Salazar"

Cuernavaca, Morelos, a 15 de agosto de 2019.

DR. ROSENBERG JAVIER ROMERO DOMÍNGUEZ
COORDINADOR DEL POSGRADO EN INGENIERÍA Y CIENCIAS APLICADAS
PRESENTE

Atendiendo a la solicitud para emitir DICTAMEN sobre la revisión de la TESIS titulada "ESTIMACIÓN DE VIDA ÚTIL DE UN GRUPO DE ÁLABES DE UNA TURBINA DE VAPOR POR EL MÉTODO DE ALGORITMOS GENÉTICOS" que presenta el alumno AUGUSTO FABIÁN TORRES CATONGA, para obtener el título de MAESTRÍA EN INGENIERÍA Y CIENCIAS APLICADAS.

Nos permitimos informarle que nuestro voto es:

Table with 3 columns: NOMBRE, DICTAMEN, FIRMA. Rows include names like DR. MIGUEL ÁNGEL BASURTO PENSADO and their respective 'Aprobatorio' verdicts and signatures.

PLAZO PARA LA REVISIÓN 20 DÍAS HÁBILES (A PARTIR DE LA FECHA DE RECEPCIÓN DEL DOCUMENTO)

NOTA. POR CUESTION DE REGLAMENTACIÓN LE SOLICITAMOS NO EXCEDER EL PLAZO SEÑALADO, DE LO CONTRARIO LE AGRADECEMOS SU ATENCIÓN Y NUESTRA INVITACIÓN SERÁ CANCELADA.

RJR/RSU/nmc

Av. Universidad 1001 Col. Chamilpa, Cuernavaca Morelos, México, 62209
Tel. (777) 329 70 00, ext. 6206 / raquel.sotelo@uam.mx

UA EM

Una universidad de excelencia

RECTORÍA 2017-2023



DEDICATORIAS

A mi Madre por siempre estar ahí cuando la necesite, por el constante apoyo y los buenos consejos que emanan de ella. A mis hermanos por los buenos momentos que hemos pasamos juntos.

Agradezco a mi esposa “Jeepsell” la ayuda que me brindo en los momentos y situaciones más tormentosas, por ser una parte muy importante de mi vida, por la dedicación, paciencia, cariño y cuidado de nuestra hija Mariana, además, el cuidado y la paciencia que le tendrá al angelito que viene en camino.

A mis Abuelitos por sus buenos deseos y consejos que nunca están de sobra, así como también mis tíos, tías quienes confían, creen en mí y llenan mi vida de buenos momentos.

A las personas que no se encuentran aquí presentes, pues muy dentro de mí sé que no perdí a nadie, los que murieron simplemente se nos adelantaron, porque para halla vamos todos. Además lo mejor de ellos, es su amor incondicional que perdura en mi corazón.



“Otro de mis mayores logros dedicado a mis abuelitos”



AGRADECIMIENTOS

Agradezco a dios por haberme permitido llegar aquí y darme la oportunidad de terminar otra etapa más en mi vida.

Principalmente el más grande agradecimiento a CONACYT por el apoyo recibido tanto económico, como de superación por mis estudios de posgrado lo cual hizo posible este trabajo titulado:

“Estimación de Vida Útil de un Grupo de Álabes de una Turbina De Vapor por el Método de Algoritmos Genéticos”.

A mi Asesor **Dr. José Alfredo Rodríguez Ramírez** por darme la oportunidad de culminar una etapa más en mi vida profesional, por sus consejos y gran conocimiento de la materia.

A mis Sinodales por sus buenos consejos, que contribuyeron a mejorar este trabajo.

- **Dr. Gustavo Urquiza Beltrán**
- **Dr. Juan Carlos García Castrejón**
- **Dr. Fernando Sierra Espinosa**
- **Dr. Miguel Ángel Basurto Pensado**



RESUMEN

La mayoría de las piezas presentes en máquinas rotativas se encuentran sometidas a esfuerzos combinados tales como, los cigüeñales, los ejes traseros y principalmente los álabes giratorios de las Turbinas de Vapor, los cuales suelen estar sujetos a una variedad de estados estacionarios, cargas y esfuerzos mecánicos transitorios, fenómeno que bajo condiciones de cargas combinadas se le denomina Fatiga Multiaxial.

En base a la problemática anterior, la presente tesis muestra una metodología que nos permite llegar a la solución sin hacer uso de instrumentos de medición a través de Métodos de Computo Evolutivo, tal y como se detalla en los siguientes Capítulos.

En el **Capítulo I**, se muestran algunos antecedentes históricos de Mecánica de la Fractura, Fatiga Multiaxial, así como la importancia que tiene los Métodos de Computo Evolutivo para determinar la Solución a un problema en particular mediante procesos aleatorios, además se plantea la problemática, la justificación, el Objetivo General y los Objetivos Específicos.

En el **Capítulo II**, se describen las principales cargas por fatiga presentes en una pieza mecánica, así como los parámetros que caracterizan a dicha carga, además, se establece un criterio de Tensión Media a fin de que tome en cuenta el efecto de los esfuerzos combinados (σ_a y σ_m), se considera un análisis de los campos de tensión y desplazamiento junto con un postulado para Fatiga Multiaxial, por último se habla de la importancia de la Ecuación de Basquin como otra forma para calcular la vida en fatiga y como una aproximación al Diagrama S – N (Curva de Wöhler), finalmente, se menciona que los métodos de Computo Evolutivo son eficientes ante problemas lineales y no lineales, en especial los Algoritmos Genéticos quienes basados en un conjunto de soluciones aleatorias permiten dar una única solución al problema.



El Capítulo III, se describen las propiedades estáticas y cíclicas del material, se menciona una primer metodología con la finalidad de descomponer el “Estado de Tensión de Fatiga Multiaxial”, es decir, calcular los esfuerzos máximos y mínimos de Von Mises bajos condiciones normales de operación, posteriormente, se presenta una segunda metodología para estimar vida en fatiga para 4 criterios de esfuerzo medio.

En cuanto al **Capítulo IV**, se muestran los resultados obtenidos, mencionando que debido a la complejidad para aplicar los datos de pruebas uniaxiales a situaciones multiaxiales, es necesario descomponer el “**Estado de Tensión de Fatiga Multiaxial**” con la finalidad de conocer el efecto de los “**Esfuerzos Principales Variables**”, posteriormente, se combinan ambas tensiones dando lugar a un “**Estado Uniaxial de Fatiga**” mediante la Teoría de Von Mises para un estado biaxial, finalmente, con la Teoría de Esfuerzo Medio de Soderberg se obtiene el “**Estado de Tensión Uniaxial Estática Equivalente**”, en pocas palabras, esta metodología propone reducir la Carga de Fatiga Multiaxial a una Carga Uniaxial Equivalente.

Además, se propone un Algoritmo Genético como un método para predecir vida en fatiga en base a una Función de Evaluación y Operadores Genéticos como Selección, Cruza y Mutación.

Finalmente en el **Capítulo V**, se da por concluido que el Algoritmo Genético proporciona un valor bastante aceptable para ingeniería, por lo tanto, se establece como un método para llegar a estimar vida en fatiga sin el uso de instrumentos de medición o caracterizando el material.



ABSTRACT

Most parts present in rotary machines are subjected to combined stresses such as crankshafts, rear axles and mainly the rotating blades of Steam Turbines, which are usually subjected to a variety of transitional mechanical stresses, and loads, a phenomenon that under combined load conditions is called Multiaxial Fatigue.

Based on the above problem, this thesis shows a methodology that should allow us to reach the solution without making use of measuring instruments through Evolutionary Computing Methods, as detailed in the following Chapters.

Chapter I shows some historical backgrounds of Fracture Mechanics, Multiaxial Fatigue, as well as the importance of Evolutionary Computing Methods in determining the Solution to a particular problem through random processes, in addition to random processes, in addition to random processes, in addition to the problem, justification, the General Objective and the Specific Objectives of this thesis are raised.

Chapter II describes the main fatigue loads present in a mechanical part, as well as the parameters that characterize that load by setting a Medium Voltage criterion to take into account the effect of the combined stresses (a and m), an analysis of stress and displacement fields together with a postulate for Multiaxial Fatigue is also considered, finally talking about the importance of the Basquin Equation as another way to calculate fatigue life and as an approximation to Diagram S – N (Curve from Wöhler), Finally, it is mentioned that the methods of Evolutionary Computing are efficient against linear and nonlinear problems, especially genetic algorithms who based on a set of random solutions allow to give a single solution to the problem.



Chapter III, describing the static and cyclic properties of the material, mentions a first methodology with the aim of breaking down the "Multiaxial Fatigue Stress State", i.e. calculating the maximum and minimum stresses of Von Mises low normal operating conditions, subsequently, a second methodology for estimating fatigue life for 4 average stress criteria is presented.

With regard to **Chapter IV**, the results obtained are shown, mentioning that due to the complexity to apply the data from uniaxial tests to multiaxial situations, it is necessary to break down the "Multiaxial Fatigue State" in order to know the effect of the "Variable Main Efforts", subsequently, the two tensions are combined giving rise to a "Uniaxial State of Fatigue" through the Von Mises Theory for a biaxial state.

Finally, with Soderberg's Medium Stress Theory, the "Uniaxial Static State Equivalent" is obtained, in a nutshell, this methodology proposes to reduce the Multiaxial Fatigue Load to an Equivalent Uniaxial Load.

In addition, a Genetic Algorithm is proposed as a method to predict fatigue life based on an Evaluation Function and Genetic Operators such as Selection, Crossand and Mutation.

Finally, in **Chapter V**, it is concluded that the Genetic Algorithm provides a fairly acceptable value for engineering, therefore it is established as a method to reach the estimation of fatigue life without the use of measuring instruments or characterizing the material.



ÍNDICE

Dedicatorias.....	III
Agradecimientos.....	IV
Resumen.....	V
Abstract.....	VII
Índice.....	IX
Lista De Tablas.....	XVI
Lista De Figura.....	XIX
Nomenclatura.....	XXVI
1. Capítulo I Antecedentes.....	1
1.1 Introducción.....	1
1.2 Estado Del Arte.....	3
1.2.1 Fatiga Y Fractura Mecánica.....	3
1.2.2 Fatiga Multiaxial.....	12
1.2.3 Cómputo Evolutivo.....	25
1.3 Planteamiento Del Problema.....	29
1.4 Justificación.....	31
1.5 Hipótesis.....	32
1.6 Objetivos.....	32



1.6.1	Objetivo General	33
1.6.2	Objetivos Específicos	33
2.	Capítulo II Marco Teórico	34
2.1	Pruebas De Fatiga	35
2.2	Cargas Por Fatiga	39
2.2.1	Cargas De Amplitud Aleatorias.	41
2.2.2	Cargas De Amplitud Constante.	42
2.3	Criterios Para Tensiones Medias De Tracción	49
2.3.1	Criterio De Kececioglu	52
2.3.2	Criterio De Dietman	53
2.3.3	Criterio De Langer O De Fluencia	54
2.3.4	Criterio De Gerber	55
2.3.5	Criterio De Goodman	56
2.3.6	Criterio De Lüpfert	57
2.3.7	Criterio De La Elipse	58
2.3.8	Criterio De Sines	58
2.3.9	Criterio De Bagci	59
2.3.10	Criterio De Morrow	59
2.3.11	Criterio De Smith	60
2.3.12	Criterio De Soderberg	60



2.3.13	Criterio De Walker.....	62
2.3.14	Criterio De Swt.....	63
2.3.15	Criterio De Serensen	64
2.4	Criterios Para Fatiga Multiaxial.	66
2.4.1	Teoria De La Energia De Defomacion Cortante (Von Mises).69	
2.4.2	Criterio Del Esfuerzo Cortante Máximo (Tresca).....	73
2.4.3	Criterio Del Círculo De Mohr.	76
2.5	El Principio De Superposición	84
2.6	Curva De Wöhler “S-N”	85
2.6.1	Construcción De La Curva De Wöhler.	89
2.7	Ecuación De Basquin (Stress - Life)	94
2.8	Algoritmos Geneticos	98
2.8.1	Generación De Población Aleatoria	99
2.8.2	Función De Evaluación	100
2.8.3	Selección	104
2.8.4	Cruce	107
2.8.5	Mutación	110
2.8.6	Elitismo	111
3.	Capítulo III Metodología	113
3.1	Material.....	115



3.2	Metodología Para Calcular Los Esfuerzos Máximos Y Mínimos De Von Mises.	116
3.2.1	Metodologia De La Herramienta De Simulación.....	117
3.2.2	Geometría.....	118
3.2.3	Importación De La Geometría.	118
3.2.4	Propiedades Del Material.....	119
3.2.5	Mallado	126
3.2.6	Condiciones De Frontera	128
3.2.7	Solución.....	135
3.3	Metodología Para Calcular Vida En Fatiga Con Ansys.	138
3.3.1	Calculo De Vida En Fatiga “Criterio De Soderberg”.	141
3.3.2	Calculo De Vida En Fatiga “Criterio De Goodman”.	143
3.3.3	Calculo De Vida En Fatiga “Criterio De Gerber”.	145
3.3.4	Calculo De Vida En Fatiga “Criterio De Asme Elíptica”.	147
4.	Capítulo Iv Resultados Y Discusión.....	149
4.1	Criterio De Von Mises – Soderberg.....	150
4.1.1	Estado De Tensión De Fatiga Multiaxial $\sigma_{max}, \sigma_{min}$	152
4.1.2	Tensiones Principales Variables σ_a y σ_m	153
4.1.3	Estado Uniaxial De Fatiga $\sigma_{eqa}, \sigma_{eqm}$	154



4.1.4	Estado De Tensión Uniaxial Estatica Equivalente $(\sigma_{eqa})_{VMS}$ y $(\sigma_{eqm})_{VMS}$	155
4.2	Criterio De Soderberg – Von Mises.....	156
4.2.1	Estado De Tensión De Fatiga Multiaxial σ_{max} y σ_{min}	158
4.2.2	Tensiones Principales Variables σ_a y σ_m	159
4.2.3	Estado Biaxial Estático σ_{eqa} y σ_{eqm}	160
4.2.4	Estado De Tensión Uniaxial Estática Equivalente $(\sigma_{eqa})_{SVM}$ y $(\sigma_{eqm})_{SVM}$	161
4.3	Criterio De Soderberg – Tresca.	162
4.3.1	Estado De Tensión De Fatiga Multiaxial σ_{max} y σ_{min}	163
4.3.2	Tensiones Principales Variables σ_m y σ_m , τ_a y τ_m	164
4.3.3	Estado Biaxial Estático σ_{eqm} y τ_{eqm}	166
4.3.4	Estado De Tensión Uniaxial Estática Equivalente $(\sigma_{eqm})_{ST}$ y $(\sigma_{eqm})_{SVM}$	168
4.4	Criterio De Mohr – Von Mises.	169
4.4.1	Estado De Tensión De Fatiga Multiaxial σ_{max} y σ_{min}	170
4.4.2	Tensiones Principales Variables σ_m y σ_m	171
4.4.3	Tensiones Normal Y Cortante Estáticas Equivalentes σ_{eqm} y τ_{eqm}	172
4.4.4	Estado Biaxial Estático σ_{1eqm} y σ_{2eqm}	173



4.4.5 Estado De Tensión Uniaxial Estática Equivalente

	$(\sigma_{eqm})_{MVM}$	174
4.5	Calculo De Vida En Fatiga.	179
4.5.1	Vida En Fatiga Criterio De Soderberg.	180
4.5.2	Vida En Fatiga Criterio De Goodman.	181
4.5.3	Vida En Fatiga Criterio De Gerber.	182
4.5.4	Vida En Fatiga Criterio De Elipse.	183
4.5.5	Estimación De Vida En Fatiga Con Coeficiente "A".	184
4.5.6	Estimación De Vida En Fatiga Mediante Un Límite Asociado "SU".	186
4.5.7	Estimación De Vida En Fatiga Por El Modelo De La Triple Pendiente.	187
4.6	Calculo De Vida En Fatiga Con Algoritmos Genéticos.	189
4.6.1	Generación De Población.	191
4.6.2	Función De Evaluación.	192
4.6.3	Fitness Ajustado.	193
4.6.4	Ordenamiento.	194
4.6.5	Elitismo.	195
4.6.6	Selección Natural Por Torneo.	196
4.6.7	Cruce En Un Punto.	198



4.6.8 Mutación.	200
4.6.9 Función De Evaluación Para La Población Temporal.	202
5. Capítulo V Conclusión Final Y Recomendaciones.....	216
6. Referencias	217
7. Apéndices	222
Apéndice A. Esfuerzos Fluctuantes.	222
Apéndice B. Tipos De Esfuerzos.....	223
Apéndice C. Relación De Carga De Un Esfuerzo.....	224
Apéndice D. Límite De Fatiga Para Aceros.	225
Apéndice E. Resistencia A La Fatiga.	226
Apéndice F. Parámetros Que Afectan La Vida Útil.....	227
Apéndice G. Relación Entre Los Límites De Fatiga.	228
Apéndice H. Cargas Proporcionales Y No Proporcionales.	229
Apéndice I. Propiedades De Un Acero Aisi 4340.	230
Apéndice J. Valores Constantes De La Ley General.	231
Apéndice K. Diferentes Tensiones Para El Diagrama De Haigh.	232
Apéndice L. Programación Para El Circulo De Mohr.	233
Apéndice M. Programación Para Estimar Vida Por Algoritmos Genéticos.....	234
Apéndice N. Programación Para Estimar Vida En Fatiga Con El Modelo De La Triple Pendiente.	240



LISTA DE TABLAS

<i>Tabla 1-1. Criterios de Falla por Fatiga Basado en el Esfuerzo.</i>	<i>23</i>
<i>Tabla 2-1. Relaciones de Amplitud y Esfuerzo.....</i>	<i>45</i>
<i>Tabla 2-2. Relación entre los Límites de Resistencia a la Fatiga S_f y S_e con la Resistencia Última S_u</i>	<i>93</i>
<i>Tabla 2-3. Población Aleatoria.</i>	<i>99</i>
<i>Tabla 2-4. Función de Evaluación.....</i>	<i>100</i>
<i>Tabla 2-5. Fitness del Individuo.</i>	<i>103</i>
<i>Tabla 2-6. Selección por Torneo Determinístico.</i>	<i>105</i>
<i>Tabla 2-7. Selección por Torneo Probabilístico.....</i>	<i>106</i>
<i>Tabla 2-8. Cruce en un Punto.</i>	<i>108</i>
<i>Tabla 2-9. Mutación en un Alelo.</i>	<i>110</i>
<i>Tabla 2-10. Orden descendente de acuerdo al Fitness.....</i>	<i>111</i>
<i>Tabla 3-1. Composición Química del AISI 410 Acero Inoxidable.</i>	<i>115</i>
<i>Tabla 3-2. Composición Química AISI 410 y AISI 410S.....</i>	<i>115</i>
<i>Tabla 3-3. Propiedades Mecánicas del AISI 410.</i>	<i>119</i>
<i>Tabla 3-4. Propiedades Cíclicas del Acero AISI 410.....</i>	<i>120</i>
<i>Tabla 3-5. Fuerzas de Vapor Máximas y Mínimas.</i>	<i>131</i>
<i>Tabla 3-6. Valores de los Límites para Interpolar el Esfuerzo Alternante. ...</i>	<i>138</i>
<i>Tabla 3-7. Ciclos de Vida.....</i>	<i>148</i>
<i>Tabla 4-1. Estado de Tensión de Fatiga Multiaxial a 3600 rpm y Fuerzas de Vapor.....</i>	<i>152</i>



<i>Tabla 4-2. Tensiones Principales Variables a 3600 rpm y Fuerzas de Vapor.</i>	153
<i>Tabla 4-3. Estado Uniaxial de Fatiga a 3600 rpm y Fuerzas de Vapor.</i>	154
<i>Tabla 4-4. Tensiones Uniaxiales Equivalentes de Von Mises – Soderberg.</i>	155
<i>Tabla 4-5. Estado Biaxial Estático “Tensiones Principales Equivalentes”. .</i>	160
<i>Tabla 4-6. Tensiones Uniaxiales Equivalentes de Soderberg – Von Mises.</i>	161
<i>Tabla 4-7. Estado de Tensión de Fatiga Multiaxial “Fuerzas Fluctuantes de Vapor”.....</i>	163
<i>Tabla 4-8. Estado de Tensión de Fatiga Multiaxial “Esfuerzos Centrifugos”.</i>	163
<i>Tabla 4-9. Tensiones Principales Variables (Fuerzas de Vapor).....</i>	164
<i>Tabla 4-10. Tensiones Principales Variables (Velocidad de Rotación).....</i>	165
<i>Tabla 4-11. Tensiones Principales Estáticas Equivalentes.</i>	166
<i>Tabla 4-12. Estado Biaxial Estático.</i>	167
<i>Tabla 4-13. Tensión Normal y Cortante Estática Equivalente.</i>	172
<i>Tabla 4-14. Estado Biaxial Estático “Tensiones Principales Estáticas Equivalentes”.....</i>	173
<i>Tabla 4-15. Principales Parámetros del Círculo de Mohr.</i>	176
<i>Tabla 4-16. Tensiones Uniaxiales Estáticas Equivalentes.</i>	178
<i>Tabla 4-17. Calculo de Vida en Fatiga con Ansys.....</i>	179
<i>Tabla 4-18. Cuadro Comparativo de la Vida en Fatiga Analítico.</i>	188
<i>Tabla 4-19. Código de un Algoritmo Genético.</i>	189
<i>Tabla 4-20. Parámetros del Algoritmo Genético.</i>	190
<i>Tabla 4-21. Esfuerzos Combinados.....</i>	192



<i>Tabla 4-22. Población Aleatoria.....</i>	<i>193</i>
<i>Tabla 4-23. Población Ordenada en Base al Fitness Puro.....</i>	<i>194</i>
<i>Tabla 4-24. Población Elitismo.....</i>	<i>195</i>
<i>Tabla 4-25. Población Probabilística Seleccionada.....</i>	<i>197</i>
<i>Tabla 4-26. Población Cruzada en un Punto.....</i>	<i>199</i>
<i>Tabla 4-27. Población Mutada.....</i>	<i>201</i>
<i>Tabla 4-28. Población Temporal.....</i>	<i>202</i>
<i>Tabla 4-29. Población Temporal Primer Generación.....</i>	<i>204</i>
<i>Tabla 4-30. Población Temporal Segunda Generación.....</i>	<i>205</i>
<i>Tabla 4-31. Población Temporal Tercer Generación.....</i>	<i>206</i>
<i>Tabla 4-32. Población Temporal Cuarta Generación.....</i>	<i>207</i>
<i>Tabla 4-33. Población Temporal Séptima Generación.....</i>	<i>208</i>
<i>Tabla 4-34. Población Temporal Decima Generación.....</i>	<i>209</i>
<i>Tabla 4-35. Población Temporal Luego de 15 Generación.....</i>	<i>210</i>
<i>Tabla 4-36. Cuadro Comparativo de Vida en Fatiga.....</i>	<i>211</i>
<i>Tabla 4-37. Porcentaje de Error en Base al Resultado Simulado.....</i>	<i>211</i>



LISTA DE FIGURA

<i>Figura 1-1. Turbina De Herón.</i>	<i>1</i>
<i>Figura 1-2. Esfuerzos Sobre La Sección De Un Álabe.....</i>	<i>2</i>
<i>Figura 1-3 Niveles Jerárquicos De Daño Por Fatiga Que Abarcan Múltiples Escalas.....</i>	<i>3</i>
<i>Figura 1-4 Máquina De Prueba De Fatiga Por Flexión Y Voladizo De Wöhler.</i>	<i>5</i>
<i>Figura 1-5 Principio De Las Pruebas De Flexión Rotativa</i>	<i>6</i>
<i>Figura 1-6 Ejemplo De Un Diagrama S-N.....</i>	<i>7</i>
<i>Figura 1-7 Máquinas De Prueba De Moore.</i>	<i>9</i>
<i>Figura 1-8. Fases Diferentes De La Vida En Fatiga Y Factores Relevantes. 11</i>	
<i>Figura 1-9. Pieza Sometida A Cargas De Tensión Y Torsión.....</i>	<i>12</i>
<i>Figura 1-10. Criterio De Fluencia Para Tresca.....</i>	<i>15</i>
<i>Figura 1-11. Criterio De Fluencia Para Von Mises Y Tresca.</i>	<i>16</i>
<i>Figura 1-12. Placa De Ángulo Con Carga Variable En El Tiempo, Esfuerzo Resultante $\sigma(t)$.....</i>	<i>18</i>
<i>Figura 1-13.Hipotesis De Los Esfuerzos Principales.....</i>	<i>19</i>
<i>Figura 1-14. Estados De Esfuerzos</i>	<i>20</i>
<i>Figura 1-15. Ilustración De La Fluencia De Un Material.</i>	<i>21</i>
<i>Figura 1-16. Rotación De Los Elementos</i>	<i>21</i>



<i>Figura 1-17. Hipótesis De La Deformación Principal.....</i>	<i>22</i>
<i>Figura 1-18. Procedimiento General Para El Análisis En Fatiga.</i>	<i>24</i>
<i>Figura 1-19. Patrón De Franjas Foto-Elastico Indicando Concentración De Esfuerzos En El Cambio De Sección Bajo Una Carga Uniaxial.</i>	<i>25</i>
<i>Figura 1-20. Ciclo Del Algoritmo Genético.</i>	<i>28</i>
<i>Figura 2-1 Máquinas De Ensayo De Fatiga.</i>	<i>34</i>
<i>Figura 2-2 Esquema Del Efecto De Los Tipos De Carga.</i>	<i>35</i>
<i>Figura 2-3. Muestras Típicas De Fatiga.</i>	<i>36</i>
<i>Figura 2-4. Máquina De Prueba De Fatiga De Flexión Rotativa.....</i>	<i>37</i>
<i>Figura 2-5 Máquina De Prueba De Fatiga Axial.....</i>	<i>37</i>
<i>Figura 2-6 Distribución De Esfuerzos En Muestras Sin Muecas, Con $K_f=1$. 38</i>	
<i>Figura 2-7 Comparación De La Vida Del Puente En Una Probeta De Laboratorio.</i>	<i>38</i>
<i>Figura 2-8 Carga Aleatoria De Un Avión Comercial.</i>	<i>41</i>
<i>Figura 2-9 Carga De Amplitud Constante.</i>	<i>42</i>
<i>Figura 2-10 Diagrama De Haigh Efecto De Los Esfuerzos Medios En Un Esfuerzo Normal.</i>	<i>44</i>
<i>Figura 2-11 Esfuerzos Completamente Invertidos $\Sigma_m=0$ Y $R=-1$</i>	<i>46</i>
<i>Figura 2-12 Esfuerzo Cero A Tensión $\sigma_{min} = 0$ Y $R = 0$.....</i>	<i>47</i>
<i>Figura 2-13 Carga En Compresión Cíclica Aplicada De Una Muesca.....</i>	<i>48</i>



<i>Figura 2-14 Diagrama De Amplitud Del Esfuerzo Y Esfuerzo Medio Por Varios Enfoques.</i>	<i>49</i>
<i>Figura 2-15 Gráfico De La Parábola De Dietman.....</i>	<i>53</i>
<i>Figura 2-16 Gráfica De Langer.</i>	<i>54</i>
<i>Figura 2-17 Gráfica De Gerber.</i>	<i>55</i>
<i>Figura 2-18 Diagrama De Goodman Del Límite De Fatiga Contra Los Esfuerzos Medios.</i>	<i>57</i>
<i>Figura 2-19 Diagrama De Serensen </i>	<i>64</i>
<i>Figura 2-20 Ilustración De Los Pasos Principales Para Aplicar Un Criterio. .</i>	<i>66</i>
<i>Figura 2-21 El Máximo Esfuerzo Cortante En Una Prueba De Tensión Uniaxial.....</i>	<i>74</i>
<i>Figura 2-22 Componentes De Esfuerzos Tridimensional.</i>	<i>76</i>
<i>Figura 2-23 Elemento De Volumen Sujeto A Una Transformación De Esfuerzos.....</i>	<i>77</i>
<i>Figura 2-24 Principales Esfuerzos Normales Para El Estado De Esfuerzos Plano.</i>	<i>78</i>
<i>Figura 2-25 Principales Esfuerzos Normales Para El Estado De Esfuerzos Plano.</i>	<i>79</i>
<i>Figura 2-26 Influencia De La Orientación De Las Direcciones Principales. ...</i>	<i>81</i>
<i>Figura 2-27 Construcción Del Círculo De Mohr.....</i>	<i>83</i>
<i>Figura 2-28 Viga Sujeta A Esfuerzos Combinados.</i>	<i>84</i>



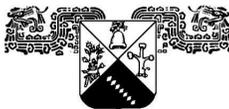
<i>Figura 2-29 Esquema De La Máquina De Fatiga Por Flexión Invertida De R. Moore.....</i>	<i>85</i>
<i>Figura 2-30 Ejemplo De Los Datos De Fatiga Esfuerzo-Vida.....</i>	<i>86</i>
<i>Figura 2-31 Diagrama De Goodman Esfuerzos Alternos Vs Esfuerzos Medios.....</i>	<i>87</i>
<i>Figura 2-32 Diagrama De Haigh Para Varios Enfoques.....</i>	<i>87</i>
<i>Figura 2-33 Curva De Wöhler Ciclos A La Falla.....</i>	<i>88</i>
<i>Figura 2-34 Efecto De Los Esfuerzos Medios En La Vida En Fatiga.....</i>	<i>88</i>
<i>Figura 2-35 Relación De Fatiga Entre El Límite De Fatiga Y La Resistencia A La Tensión.....</i>	<i>89</i>
<i>Figura 2-36 Diagrama S – N Para Diferentes Pendientes.....</i>	<i>90</i>
<i>Figura 2-37 Resistencia A La Fatiga De Los Metales Representada Por La Curva S-N.....</i>	<i>91</i>
<i>Figura 2-38 Curva S – N Para A) Materiales Con Articulación B) Sin Articulación.....</i>	<i>92</i>
<i>Figura 2-39 Relación Entre La Carga Cíclica Y Carga Estática.....</i>	<i>93</i>
<i>Figura 2-40 Representación De La Curva S-N En Escala Semi-Logarítmica.....</i>	<i>94</i>
<i>Figura 2-41 Extrapolación Del Esfuerzo Alternante Equivalente.....</i>	<i>94</i>
<i>Figura 2-42 Convergencia Del Fitness.....</i>	<i>103</i>
<i>Figura 2-43 Representación Del Operador Cruce.....</i>	<i>109</i>



<i>Figura 2-44 Algoritmo Genético Básico.....</i>	<i>112</i>
<i>Figura 3-1 Tipo De Análisis “Static Structural”.....</i>	<i>117</i>
<i>Figura 3-2 Selección Del Tipo De Análisis “Static Structural”.....</i>	<i>117</i>
<i>Figura 3-3 Grupo De Alabes De Una Turbina De Vapor En La Etapa L-0..</i>	<i>118</i>
<i>Figura 3-4 Importación De La Geometría Ansys Workbench 18.2.....</i>	<i>118</i>
<i>Figura 3-5 Pendientes De Los Exponentes B Y C.....</i>	<i>122</i>
<i>Figura 3-6 Agregar Un Nuevo Material.....</i>	<i>124</i>
<i>Figura 3-7 Propiedades Mecánicas Y Cíclicas Del Material AISI 410.....</i>	<i>125</i>
<i>Figura 3-8 Mallado De Un Diente De Engrane.....</i>	<i>126</i>
<i>Figura 3-9 Tipos De Elementos Básicos.....</i>	<i>126</i>
<i>Figura 3-10 Selección Del Tipo De Mallado Ansys Workbench 19.2.....</i>	<i>127</i>
<i>Figura 3-11 Condiciones De Frontera Ansys Workbench 18.2.....</i>	<i>128</i>
<i>Figura 3-12 Aplicación Del Soporte Fijo En La Geometría.....</i>	<i>129</i>
<i>Figura 3-13 Elección De Las Caras Del Soporte Fijo En La Geometría.....</i>	<i>129</i>
<i>Figura 3-14 Registro De La Velocidad De Rotación.....</i>	<i>130</i>
<i>Figura 3-15 Aplicación De La Velocidad De Rotación En La Geometría.....</i>	<i>130</i>
<i>Figura 3-16 Aplicación De Las Fuerzas Máximas Y Mínimas En La Geometría.....</i>	<i>131</i>
<i>Figura 3-17 Selección Del Área Para La Aplicación De Las Fuerzas.....</i>	<i>132</i>



<i>Figura 3-18 Aplicación De Las Fuerzas Máximas Y Mínimas En La Geometría</i>	132
<i>Figura 3-19 Gráfica Con Tensiones Medias No Nulas.</i>	133
<i>Figura 3-20 Representación Gráfica De La Tensión Equivalente.</i>	134
<i>Figura 3-21 Cálculo De Las Cantidades Deseadas (Esfuerzos, Deformaciones).</i>	135
<i>Figura 3-22 Resultados Del Esfuerzo Máximo De Von Mises.</i>	136
<i>Figura 3-23 Calculo Del Esfuerzo De Von Mises A 3600 Rpm.</i>	137
<i>Figura 3-24 Calculo Del Esfuerzo De Von Mises Con Fuerzas De Vapor.</i>	137
<i>Figura 3-25. Editar O Agregar Propiedades Del Material AISI 410.</i>	139
<i>Figura 3-26. Agregar Los Esfuerzos Alternantes Equivalentes.</i>	139
<i>Figura 3-27. Insertar Herramienta De Fatiga.</i>	140
<i>Figura 3-28. Selección De Una Teoría De Esfuerzo Medio.</i>	140
<i>Figura 3-29. Esfuerzos Alternantes Equivalentes Criterio De Soderberg.</i>	141
<i>Figura 3-30. Calculo De Vida En Fatiga Criterio De Soderberg.</i>	142
<i>Figura 3-31. Esfuerzo Alternantes Equivalentes Criterio De Goodman.</i>	143
<i>Figura 3-32. Calculo De Vida En Fatiga Criterio De Goodman.</i>	144
<i>Figura 3-32. Esfuerzos Alternantes Equivalentes Criterio De Gerber.</i>	145
<i>Figura 3-34. Calculo De Vida En Fatiga Criterio De Gerber.</i>	146



<i>Figura 3-34. Esfuerzos Alternantes Equivalentes Criterio De ASME Elíptica.</i>	147
<i>Figura 3-36. Calculo De Vida En Fatiga Criterio ASME Elíptica.</i>	148
<i>Figura 4-1 Secuencia De Von Mises – Soderberg.</i>	151
<i>Figura 4-2 Secuencia De Soderberg – Von Mises.</i>	157
<i>Figura 4-3. Circulo De Mohr.</i>	177
<i>Figura 4-4. Diagrama De Wöhler O Curva S-N.</i>	187
<i>Figura 4-5. Convergencia Del Error Población Adecuada.</i>	212
<i>Figura 4-6. Convergencia Del Error Población No Adecuada.</i>	213



NOMENCLATURA

σ_{eq}	Esfuerzo Equivalente.
σ_{crit}	Esfuerzo Crítico.
σ_a	Esfuerzo Alterno.
σ_m	Esfuerzo Medio.
τ_y	Esfuerzo Cortante en Fluencia
S_{Nf}, S_N^{eq}	Esfuerzo Alternante Equivalente
m	Coefficiente de influencia de los esfuerzos medios
τ_{xy}	Esfuerzo Cortante x, y.
σ_x	Esfuerzo Normal en x.
σ_y	Esfuerzo normal en y.
FEM	Método de Elemento Finito.
$f(x)$	Gradiente de Función
σ_{max}	Esfuerzo Máximo de Von Mises
σ_{min}	Esfuerzo Mínimo de Von Mises
$\sigma(t)$	Esfuerzo como función de tiempo.
F_m	Fuerza Estática
F_a	Fuerza Alterna
R	Relación de Esfuerzo.
$\Delta\sigma$	Rango de Esfuerzos.
A	Relación de Amplitud.



σ_{eqm}	Tensión Estática Equivalente.
S_y	Resistencia a la Fluencia
S_u	Resistencia Última
n	Factor de Seguridad
s	Propiedad del Material
S_{ur}	Esfuerzo de Rotura.
P	Propiedad del Material
γ	Exponente de Walker
$\sigma_{1eqm}, \sigma_{2eqm}$	Tensiones Principales Estáticas Equivalentes.
σ_{1a}, σ_{1m}	Tensiones Principales Variables.
σ_{adm}	Esfuerzo Admisible.
$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$	Deformaciones Normales
$\gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}$	Deformaciones Angulares
τ_{max}	Esfuerzo Cortante Máximo
W_y	Energía de deformación absorbida
W_d	Energía de distorsión
τ_0	Esfuerzo Tangente Octaédrico
σ_e	Límite de Resistencia a la Fatiga.
σ_f	Esfuerzo de Fractura.
σ_{VM}	Esfuerzo Equivalente de Von Mises.
σ_{eqm}	Esfuerzo Medio Equivalente, Esfuerzo Estático Equivalente.



σ_{eqa}	Esfuerzo Alterno Equivalente.
σ_{eqmSVM}	Tensión Uniaxial Estática Equivalente de Soderberg – Von Mises.
σ_{eqaSVM}	Tensión Uniaxial Alterna Equivalente de Soderberg – Von Mises.
σ_{eqmMVM}	Tensión Uniaxial Estática Equivalente de Mohr – Von Mises.
σ_{eqmST}	Tensión uniaxial Estática Equivalente de Soderberg – Tresca.
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	Esfuerzos Principales.
τ_{eqm}	Esfuerzo Cortante Equivalente.
k_f	Coefficiente de Concentración de Tensiones Normal.
k_{fs}	Coefficiente de Concentración de Tensiones a Cortante.
σ'_x	Esfuerzo Principal Máximo
σ'_y	Esfuerzo Principal Mínimo
τ'_{xy}	Esfuerzo Cortante Máximo
σ_{prom}	Esfuerzo Promedio
C	Centro del Círculo de Mohr.
R	Radio del Círculo de Mohr.
N_f	Ciclos de Vida.
f_{10^3}, f_{10^6}	Parámetro para 10^3 y 10^6 ciclos de vida
σ_f'	Coefficiente de Resistencia a la Fatiga
b	Exponente de Resistencia a la Fatiga.



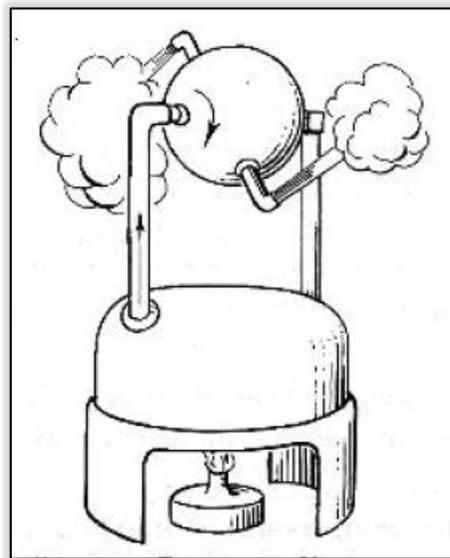
S_f	Resistencia de Durabilidad a la Fatiga
S_e	Resistencia a la Fatiga Límite de Resistencia a la Fatiga.
n'	Exponente de Endurecimiento por Deformación cíclica.
ε_f	Coefficiente de Ductilidad a la Fatiga.
k'	Coefficiente de Resistencia Cíclica.
p	Tamaño de la Población.
l	Longitud del Cromosoma.
$ProbS$	Probabilidad de Selección.
$ProbEl$	Probabilidad de Elitismo.
$ProbC$	Probabilidad de Cruce.
$ProbM$	Probabilidad de Mutación.
Gen	Número de Generaciones.



1. CAPÍTULO I ANTECEDENTES

1.1 INTRODUCCIÓN.

Las Turbinas de Vapor han ido evolucionando y desarrollándose cada vez más a lo largo de los años con el propósito de obtener una mayor eficiencia energética, sin embargo, tardaron en hacer presencia, tan es así, que una de las primeras Turbinas de Vapor de la que se tiene memoria fue construida por Herón de Alejandría alrededor del año 175 A.C.



*Figura 1-1. Turbina de Herón.
(Mataix, 2011).*

El funcionamiento de la Turbina de Vapor se centra en un elemento básico (Rotor), el cual ésta compuesto de un grupo de palas, álabes o hélices, colocados alrededor de ella, de tal forma que el fluido en movimiento produce una fuerza tangencial; misma que aprovechan los álabes de la turbina para transformar la energía interna del vapor en energía mecánica, y posteriormente en electricidad.

CAPÍTULO I ANTECEDENTES

La vida útil de los álabes de una Turbomáquina depende de varios factores, como son, la magnitud, los tipos de carga, materiales, imperfecciones en su estructura, así como los paros y arranques de la misma máquina.

La resonancia de los álabes también es un factor que puede ocurrir en condiciones normales, si por alguna razón cambia la rigidez del material de este.

De acuerdo a diferentes estudios, la magnitud de los esfuerzos vibratorios que se presentan durante la operación normal en los álabes se conoce como “Esfuerzos en Resonancia”, los cuales suelen estar presentes durante arranques o paros de la Turbomáquina. No obstante, hoy en día son el principal objeto de estudio como consecuencia de las operaciones transitorias tales como paros y arranques.

Un caso particular es el de los álabes giratorios de las Turbinas de Vapor, los cuales están sujetos a una variedad de estados estacionarios, cargas y esfuerzos mecánicos transitorios. (P. Bloch & P. Singh, 2009), tal como se ilustra en la Figura 1-2.

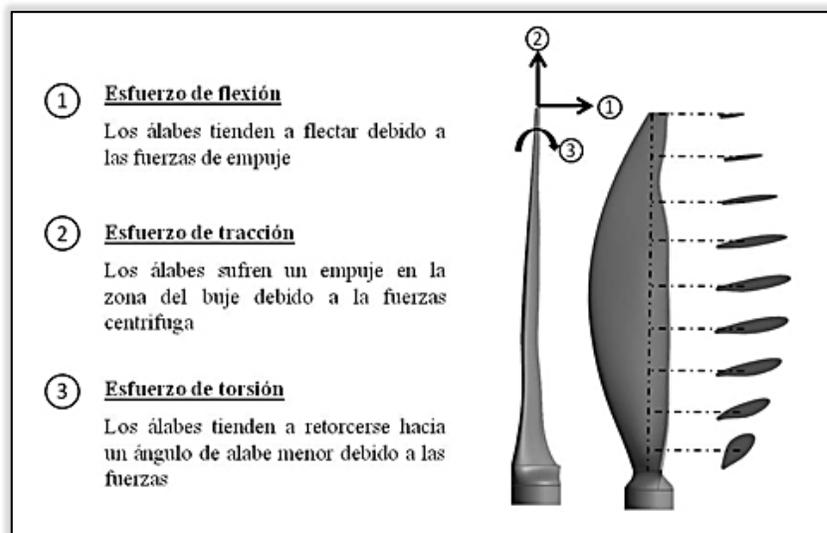


Figura 1-2. Esfuerzos sobre la Sección de un Álabe.
(Interempresas.net, 2019).

1.2 ESTADO DEL ARTE

1.2.1 FATIGA Y FRACTURA MECÁNICA

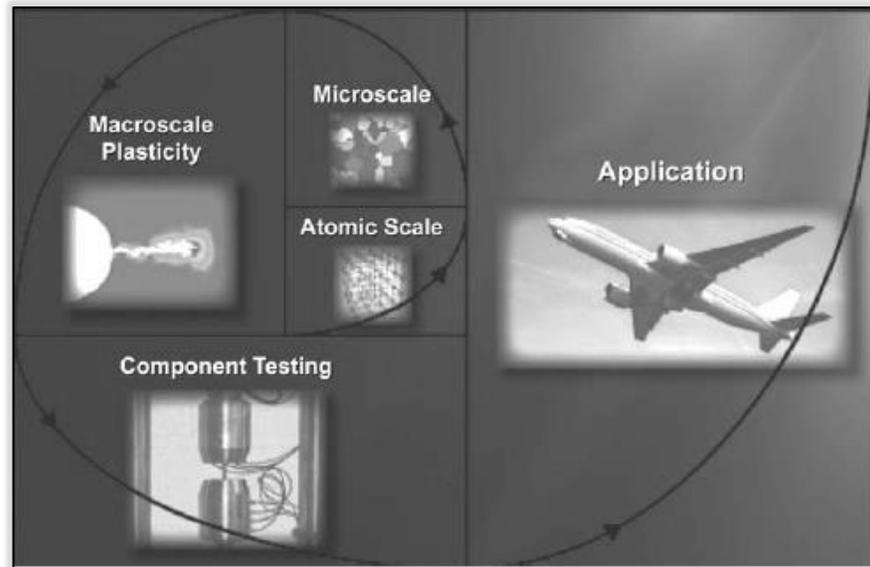


Figura 1-3 Niveles Jerárquicos de Daño por Fatiga que Abarcan Múltiples Escalas.
(M. Khonsari & Amiri, 2013).

En el siglo XIX, la Revolución Industrial resultó en enormes incrementos en el uso de metales para aplicaciones estructurales (Figura 1.3), sin embargo cuando los sólidos contienen fallas o grietas, las ecuaciones de campo no están totalmente definidos por la Teoría de la Elasticidad, porque conduce al agrietamiento e incluso la Fractura.

Parte de aquí, que el término Fractura es entendido como la separación parcial o total de un cuerpo o estructura intacta, no obstante la separación ocurre por la propagación de una o más grietas a través del material.

Sin duda alguna el estudio de la Mecánica de la Fractura se remonta a los inicios de la mecánica moderna, en la era de Galileo Galilei, quien en 1638 reflexionó acerca de la fractura de una viga y concluyó que el momento de flexión es la medida de carga crucial (Dietmar & Thomas, 2011).



CAPÍTULO I ANTECEDENTES

La Fatiga por su parte, constituye un proceso de carga que puede ser Monotónica, Estacionaria, Variable, Uniaxial o Multiaxial las cuales modifican las propiedades de un material.

La historia de Fatiga de Metal, desde el punto de vista ingenieril es bien documentado, sin embargo, las primeras referencias son difíciles de localizar. La mejor historia reciente de Fatiga de Metal es la documentada por Walter S. del año 1996, algunas de las cuales hace referencia este trabajo.

Es conveniente recalcar que el término Fatiga en Metales se refiere a la degradación gradual y falla eventual que ocurre bajo cargas que varían con el tiempo, en la mayoría de los casos la fatiga en metales ha sido durante mucho tiempo asociado con vibraciones de esfuerzo y deformación (S. S. & G. R., 2006).

Los primeros indicios en fatiga se realizaron por W. A. J. Albert, quien fue un funcionario para las minas, quien en el año de 1837, publicó en Clausthal Alemania su primer artículo sobre Fatiga, estableciendo la relación entre la carga cíclica y la durabilidad del metal (Morales, 2011).

Un segundo trabajo apareció en el año 1842, y corresponde al Escocés William John Macquorn Rankine, mejor conocido desde la Termodinámica por el “Proceso Rankine”, quien discutió la Resistencia en Fatiga de los ejes de un ferrocarril, además, analizó y comentó las posibles causas de rotura que presentaban los ejes de algunos ferrocarriles, finalmente, demostró que la reducción de las concentraciones de tensiones incrementaba la duración de los ejes; fenómeno que le atribuyo como “envejecimiento del material” (Avilés R. , 2015).

En opinión del Francés Morin en 1853, en su libro “Resistencia de Materiales” discutió el reporte de dos ingenieros responsables de un vagón de correos tirado por caballos, el reemplazo de los ejes de un vagón fue prescrito después

CAPÍTULO I ANTECEDENTES

de 60,000 km, un ejemplo temprano del enfoque de diseño de Vida Segura, además observó que las grietas se producían principalmente en cambios de sección (Schütz, 1996).

En relación con el estudio de Walter Schütz, el Inglés Braithwaite fue el primero en introducir el término “Fatiga del Metal” en 1854 (Bathias & Pineau, 2010), que posteriormente ha continuado para la descripción normal de fractura debido a esfuerzos repetidos, sin embargo años atrás, en 1839 Jean-Víctor Poncelet diseñador de ejes ya había utilizado el término Fatiga en su libro sobre mecánica (Morales, 2011).

Wöhler entre los años 1850 – 1860, realizó ensayos sistemáticos en laboratorio a partir de probetas y piezas de ferrocarriles (Figura 1-4), dichos ensayos pertenecían al mayor accidente de fallas en ejes ferroviarios debido a esfuerzos repetidos, por lo que son considerados la primer investigación sistemática de fatiga (Stephes, Fatemi, Stephens, & Fuchs, 2001).

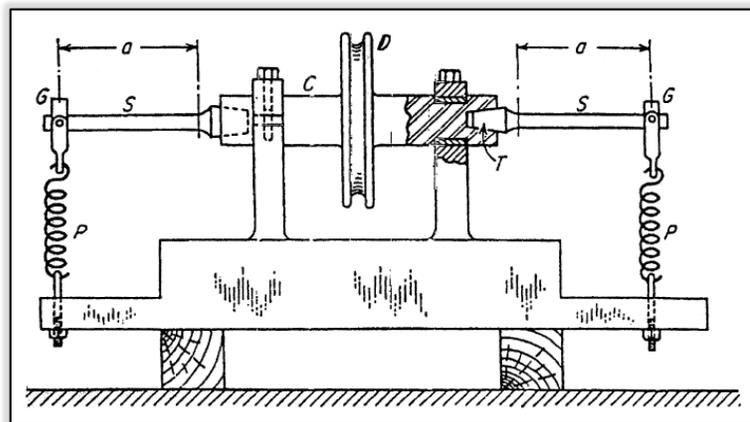


Figura 1-4 Máquina de Prueba de Fatiga por Flexión y Voladizo de Wöhler.
(S. S. & G. R., 2006).

Partiendo de los supuestos anteriores (1860 – 1870), Wöhler había investigado la falla del eje de la locomotora mediante la aplicación de carga cíclica controlada; por lo que se podría resumir que vinculado a los resultados de haber realizado varias probetas en diversas máquinas de ensayo; el introdujo

CAPÍTULO I ANTECEDENTES

el concepto de pruebas de fatiga de Flexión – Rotativa como se ilustra en la Figura 1-5, que aunado a la situación, dichas pruebas le permitieron desarrollar el diagrama de Esfuerzo - Vida (S-N) para estimar vida en fatiga, así como la Resistencia o Limite de Fatiga del metal (Morales, 2011).

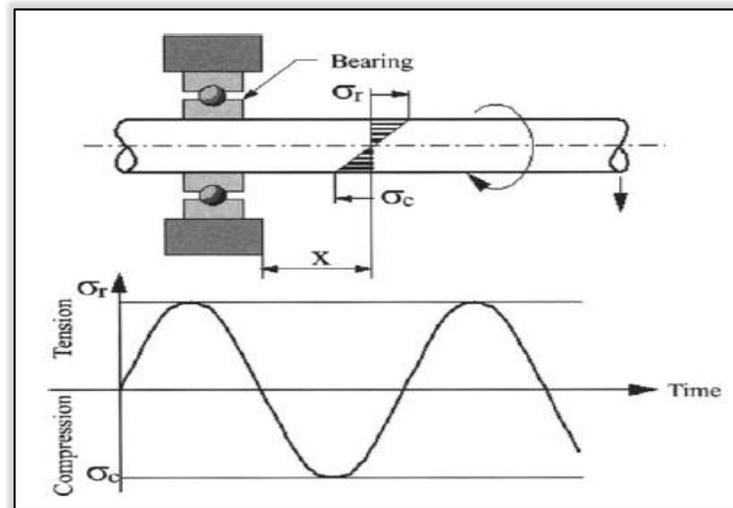


Figura 1-5 Principio de las Pruebas de Flexión Rotativa
(Bathias & Pineau, 2010).

Dicho de otro modo, le permitieron comprobar a Wöhler, que las roturas de fatiga son aún más bajas que la Resistencia a la Tracción σ_{ut} , incluso que el Límite de Fluencia σ_y para materiales dúctiles, además, observó que por debajo del valor de la Tensión de Fatiga σ_e (Límite de Fatiga) no se produce la rotura sin importar el tiempo de aplicación de las cargas fluctuantes (Avilés R., 2015).

Por consiguiente en 1886 Johann Bauschinger, mostró que la Resistencia a la Fluencia tanto a tensión o compresión se reducía tras aplicar una carga de signo opuesto, causando plasticidad en el material (Deformación permanente), a causa de ello escribió el primer documento sobre el comportamiento Cíclico Esfuerzo – Deformación de los materiales; el cual es la base para la hipótesis de Manson – Coffin (Pelleg, 2013).



CAPÍTULO I ANTECEDENTES

Avanzando en el tiempo, para el siglo XIX, se pensaba en la fatiga como un fenómeno misterioso en el material, de allí, que para Ewing y Humphrey en el año de 1903, observaron que si se superaba el límite de proporcionalidad con carga estática, se presentaba un fenómeno de líneas de deslizamiento en algunos planos cristalinos del metal y en efecto deformación permanente, posteriormente, observaron que con tensiones de fatiga después de algunos ciclos el efecto era similar.

Por último, concluyeron que el esfuerzo era directamente proporcional al número de líneas de deslizamiento, además siempre que se prolongaba la carga, la anchura de las líneas aumentaba por lo que el efecto avanzaba hasta lo que ellos interpretaron como rotura del material, finalmente ellos demostraron que la falla por fractura estaba presente en las grietas microscópicas (Suresh S. , 1903).

Otra observación fue en 1910, cuando el Americano Basquin represento la región de Vida Finita en la Curva de Wöhler usando los datos de prueba de hace 50 años, además, mostró que los esfuerzos alternantes contra el número de ciclos podrían ser representados en una relación log-log lineal a la que denomino “Región de Vida Finita” (Figura 1-6) (Basquin, 1910).

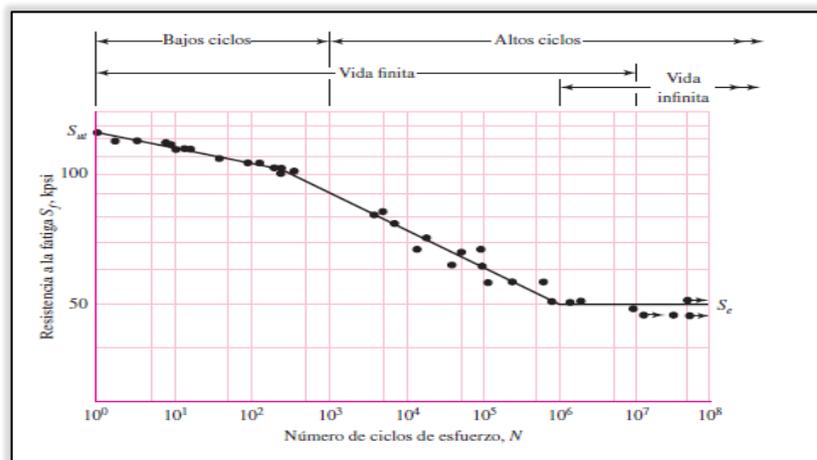


Figura 1-6 Ejemplo de un Diagrama S-N
(Richard G. Budynas, 2008).



CAPÍTULO I ANTECEDENTES

A diferencia del Ingeniero Aeronáutico Alan A. Griffith en 1920, quien investigó grietas en un vaso de vidrio y promovió el entendimiento de fatiga desde conceptos de mecánica de la fractura, publicó en 1921 los resultados y experimentos teóricos para explicar el comportamiento de los materiales frágiles, mismo que lo llevaron a la conclusión de que la resistencia del material real es mucho más bajo en magnitud que la resistencia teórica, por lo que sugirió que la baja resistencia a la fractura observada se debía a la presencia de defectos microscópicos (Gdoutos, Rodopoulos, & Yates, 2003).

Seguidamente en 1923 Hanson y Gough, explicaron el Limite Fatiga de algunos materiales férricos, llegando a la conclusión que durante el agrietamiento se produce un fenómeno de endurecimiento por Deformación Cíclica, es decir, que para esfuerzos bajos de la tensión de fatiga perdura y en consecuencia frena la propagación de las microgrietas, las cuales eran causadas por el fenómeno de las líneas de deslizamiento mencionadas por Ewing y Humphrey (H. J. & D., 1923).

En ese mismo año, Jenkin usó lo que debió ser el primer modelo de resorte deslizante para simular el comportamiento Esfuerzo – Deformación de los metales (Julie A. Bannantine, 1989).

Cabe mencionar, que en 1924 el Sueco Palmgren, desarrollo y publicó un modelo de daño acumulativo lineal para Cargas de Amplitud Variable, dicha relación sigue siendo la base para evaluar el daño por fatiga en situaciones de carga de amplitud no constante, sin embargo permaneció desconocido por 20 años, hasta el año 1945 cuando el Americano Miner presentó un método propio apuntando a los mismos principios, por lo que hoy es conocido como el método de Palmgren-Miner (V. Duggan & Byrne, 1977).

Retomando la historia de Bauschinger, en el año 1886 sugirió el efecto Bauschinger donde menciona en uno de sus trabajos lo siguiente “El cambio

CAPÍTULO I ANTECEDENTES

de Limite Elástico por la frecuencia de esfuerzos cíclicos repetidos” concepto que como se mencionó anteriormente fue la base de los trabajos de Coffin – Manson, quienes en 1950 presentaron de forma independiente el concepto de Deformación Plástica la cual es la responsable del daño cíclico, obteniendo la relación entre el Número de Ciclos y la Tensión Plástica (Coffin, 1954). Evidentemente, otros trabajos fueron mencionados en la literatura dentro de este orden de ideas:

- Moore (1919) Desarrollo un concepto de máquina de ensayos de probeta rotatoria (Figura 1-7).
- Gough (1924) Avances sobre sensibilidad en la entalla.
- Thum (1930) Estudios sobre la reducción del Coeficiente de Concentración de Tensiones en Fatiga.
- Orowan (1939) Considero un modelo de un metal el cual está constituido por una matriz elástica que incorpora unas ciertas inclusiones que convierten el material en no homogéneo.
- Weibull (1939) Comportamiento Resistente de Materiales en General.
- Peterson (1953) Un completo manual de Tablas de Concentraciones de Tensiones.

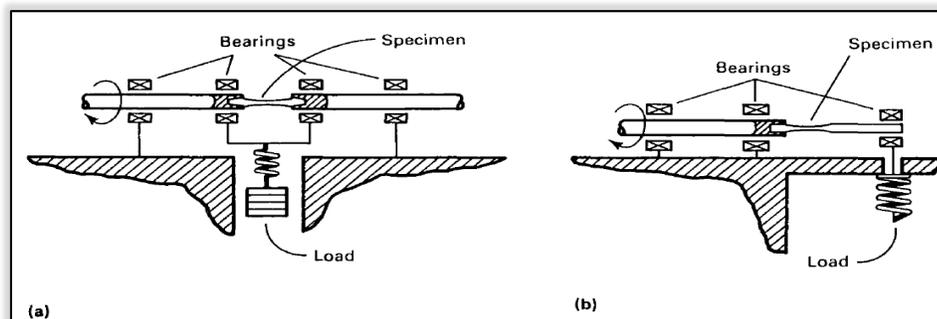


Figura 1-7 Máquinas de prueba de Moore.

a) Carga de 4 puntos.

b) Máquina de prueba en voladizo giratoria de un solo extremo.
(Boyer, 1986).



CAPÍTULO I ANTECEDENTES

Otro concepto importante fueron los trabajos de Neuber en 1947, quien introdujo los efectos del gradiente de esfuerzos en la muescas y el concepto de bloque elemental, donde menciona que la tensión media sobre un pequeño volumen en la raíz de la muesca es más importante que la tensión máxima en la muesca, más tarde denominado como Coeficiente de Concentración de Tensiones (Stephes et al, 2001).

En relación con este tema debe señalarse que en 1957 George Rankine Irwin, sugirió una modificación de la teoría de Griffith, la cual fue largamente ignorada debido a que ofrecía un excelente acuerdo con datos experimentales para materiales frágiles como el vidrio, a diferencia de los materiales dúctiles como el acero, cuya energía de la superficie es demasiado alta (Silva Ribeiro, O. Correia, P. de Jesus, & F. O., 2011).

Para 1961 Paris, Gómez y Anderson fueron los primeros en sugerir que el incremento de la grieta de fatiga avanza por ciclo de esfuerzo (da/dN), además observaron que podría ser relacionado al rango del Factor de Intensidad de Esfuerzos ΔK durante una carga cíclica de amplitud constante (Suresh S. , 1903).

Avanzando nuevamente en el tiempo, y retomando el término de Fatiga, una de las primeras definiciones fue la establecida por la Sociedad Americana para Materiales de Prueba en 1972 por sus siglas en inglés ASTM (ASTM, 1972), enunciada de la siguiente manera:

“Es el proceso progresivo de un cambio permanente estructural ocurrido en un material sujeto a condiciones que producen esfuerzos y deformaciones fluctuantes en un mismo punto o puntos y que pueden culminar en grietas o la fractura completa después de un número suficiente de fluctuaciones”.



CAPÍTULO I ANTECEDENTES

Finalmente, se tiene una clasificación publicada en 1979 por Brown y Miller, donde se distinguen 4 fases para el fenómeno de fatiga, tal como se ilustra en la Figura 1-8 (Bathias & Pineau, 2009).

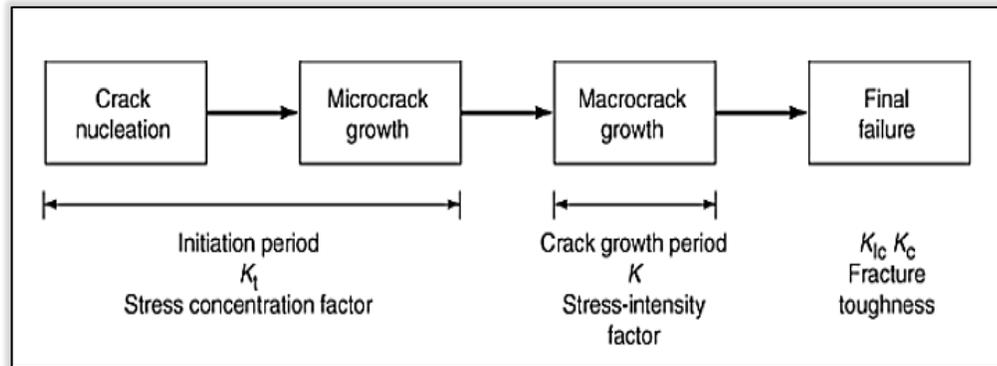


Figura 1-8. Fases Diferentes de la Vida en Fatiga y Factores Relevantes.
(R. Lampman, 1996).

1.2.2 FATIGA MULTIAXIAL.

En muchas aplicaciones de ingeniería es bastante usual encontrar piezas sometidas a esfuerzos combinados, tales como, los cigüeñales, los ejes traseros y principalmente los álabes giratorios de las Turbinas de Vapor, los cuales en su mayoría están sujetos a una variedad de estados estacionarios, cargas y esfuerzos mecánicos transitorios (P. Bloch & P. Singh, 2009), tal como se observa en la Figura 1-9, a este fenómeno bajo condiciones de cargas combinadas se le denomina Fatiga Multiaxial.

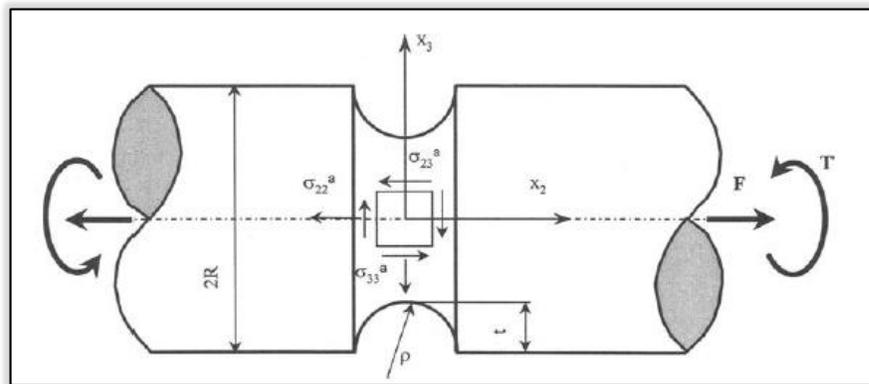


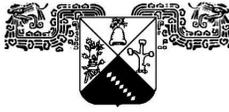
Figura 1-9. Pieza sometida a Cargas de Tensión y Torsión. (Kalluri & J. Bonacuse, 1999).

Cabe mencionar, que si el estado de esfuerzos es multiaxial, el esfuerzo en la fluencia no puede ser determinado tan fácilmente, por lo que, una posible solución es calcular un Esfuerzo Escalar Equivalente σ_{eq} a partir de las seis componentes del tensor de esfuerzos, posteriormente, se compara con un Esfuerzo Crítico σ_{crit} , y finalmente, si el material fluye, el Esfuerzo Equivalente busca el valor crítico, es decir, cumple la ecuación 1-1 (Roesler, Harders, & Baeker, 2007).

$$\sigma_{eq}(\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{23}, \sigma_{13}, \sigma_{12}) = \sigma_{crit} \dots \dots \dots \text{Ecuación 1-1}$$

Escrito en una notación más corta tenemos:

$$\sigma_{eq}(\sigma_{ij}) = \sigma_{crit} \dots \dots \dots \text{Ecuación 1-2}$$



CAPÍTULO I ANTECEDENTES

Por lo anterior, bajo situaciones de esfuerzos combinados, es necesario definir el esfuerzo efectivo de Von Mises σ' , el cual define de la siguiente manera, según el autor (Norton, 2011).

“El esfuerzo de tensión uniaxial que crearía la misma energía de distorsión que la combinación real de los esfuerzos aplicados.”

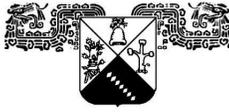
En otras palabras, es la representación geométrica de la combinación de dichos esfuerzos, de aquí, resulta que la Teoría de la Energía de Distorsión proporciona una herramienta útil para los materiales dúctiles, así mismo este enfoque permite tratar casos de esfuerzos combinados multiaxiales de tensión y cortante, como si fueran resultado de tensión pura.

Es conveniente destacar, que los Esfuerzos Alternos y Medios Equivalentes (σ_{qa} , σ_{qm}), pueden ser esperados para dar la misma vida en fatiga en carga uniaxial como en carga multiaxial, por lo que una vez que los Esfuerzos Alternos y Medios Equivalentes σ_{qa} y σ_{qm} son calculados, la vida en fatiga esperada puede ser calculada desde las fórmulas para fatiga uniaxial (criterios de esfuerzo medio) bajo la siguiente condición.

$$\sigma_{qa} = \sigma_a \text{ Y } \sigma_{qm} = \sigma_m \dots\dots\dots \text{Ecuación 1-3}$$

En resumidas cuentas, el enfoque del Esfuerzo Equivalente ha sido comúnmente usado debido a su claridad, a pesar de que su éxito en los datos de correlación de fatiga multiaxial ha sido limitado a pocos materiales y condiciones de carga, por tal razón, es recomendable usar estas teorías solo para condiciones de carga proporcionales (Stephes, et all, 2001).

Por todo lo dicho anteriormente, debe señalarse, que la mayoría de las teorías caen dentro de dos categorías, en la primera están presentes las teorías que cuantifican el daño en fatiga a través de Parámetros Equivalentes tales como el Esfuerzo, Deformación o Energía Equivalente, finalmente, están aquellos que relacionan el daño en fatiga de un plano de falla particular o plano crítico.



Es así, como las teorías más aceptadas son:

- Para Criterios de Fluencia
 - Teoría del Esfuerzo Cortante Máximo
 - Teoría de la Energía de la Distorsión
 - Mohr – Coulomb para Materiales Dúctiles

- Para Criterios de Fractura
 - Teoría del Esfuerzo Normal Máximo
 - Teoría de Mohr – Coulomb para Materiales Frágiles
 - Teoría de Mohr modificada

Una idea es tener una teoría aceptada universalmente para cualquier tipo de material, sin embargo, por una u otra razón se utilizan las anteriores, en consecuencia, este trabajo centra su atención en los Criterios de Fluencia.

Primordialmente, una de las aportaciones más importantes fue en 1868, cuando **H. R. Tresca** propuso un criterio que predice la fluencia cuando el **Esfuerzo Cortante Máximo** alcanza un valor crítico, el cual relaciona los esfuerzos principales con una constante K. (J. Unger, 1995).

$$K = \frac{\sigma_y}{2} = \tau_y \dots \dots \dots \text{Ecuación 1-4}$$

La ecuación anterior, asume que la falla ocurrirá cuando el esfuerzo cortante máximo para un sistema de esfuerzos complejos sea igual a un cierto valor crítico. Bajo una carga estática, este valor es usualmente tomado igual al esfuerzo cortante en el Límite Elástico en Tensión Simple.

Desde resultados de pruebas, el valor que el esfuerzo cortante en tensión simple corresponde a un valor de fluencia igual ha $\frac{\sigma_y}{2}$, justificado para la mayoría de las aplicaciones.

CAPÍTULO I ANTECEDENTES

Entonces, esta teoría de falla es considerada a ocurrir cuando el máximo valor de la diferencia de los esfuerzos principales es igual a una constante:

$$\max \left| \frac{1}{2}(\sigma_\alpha - \sigma_\beta) \right| = k \dots\dots\dots \text{Ecuación 1-5}$$

Con $k = \tau_y$, donde:

$$\alpha = 1, 2, 3$$

$$\beta = 1, 2, 3$$

En cuanto a la superficie de fluencia asociada en el espacio del esfuerzo principal es un prisma hexagonal, cuyo eje medio coincide con el eje hidrostático (Figura 1-10).

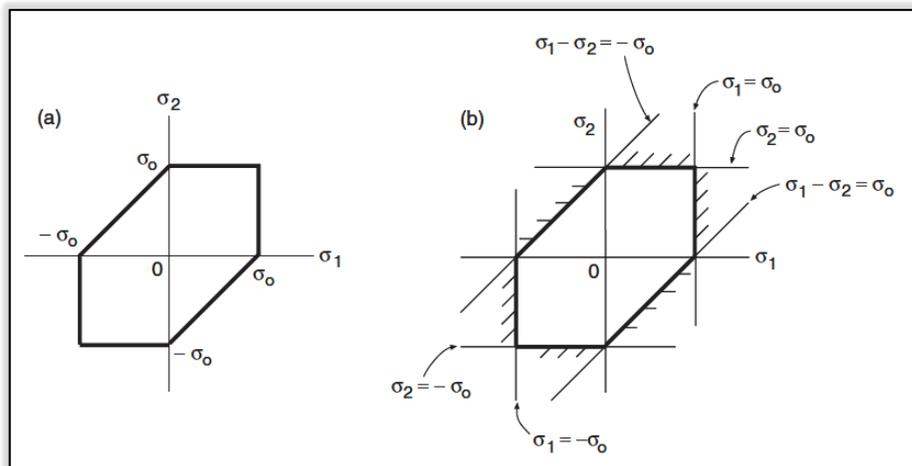


Figura 1-10. Criterio de Fluencia para Tresca. (E. Dowling, 2013).

Aunque la Teoría del Esfuerzo Cortante Máximo fue propuesta por primera vez por Coulomb y descrita por Tresca en 1864, también es conocida como Teoría de Guest o Tresca. Es conveniente recalcar que esta teoría se aplica a materiales dúctiles.

Por su parte, Gough en 1920, junto a otros colaboradores contribuyeron a la comprensión de los mecanismos de fatiga, además mostraron la combinación de los efectos de Flexión y Torsión (Stephes et al, 2001).

CAPÍTULO I ANTECEDENTES

Otra de las aportaciones importantes fue hecha por el **Dr. R. Von Mises** en 1913, quien propuso el criterio del **esfuerzo equivalente**, de forma tal que, la condición de fluencia de Von Mises predice que el comportamiento plástico es iniciado en un material cuando su máxima energía de distorsión alcanza un valor crítico k , además la ecuación 1-6 relaciona el esfuerzo de fluencia en tensión simple σ_y con el esfuerzo de fluencia en cortante puro (Dietmar & Thomas, 2011).

$$\frac{\sigma_y}{\sqrt{3}} = \tau_y = k \dots\dots\dots \text{Ecuación 1-6}$$

De acuerdo con esta teoría, la falla es aceptada a ocurrir cuando, la energía de deformación cortante para el sistema de esfuerzos complejos es igual a la energía de deformación cortante en algún valor crítico por ejemplo la resistencia a la fluencia σ_y , en otras palabras, se debe permanecer en el dominio elástico, por lo que la energía no debe exceder un límite elástico, dicho matemáticamente la falla se considera a ocurrir cuando se cumple con la ecuación 1-7 (Grous, 2013).

$$k^2 = \frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \dots\dots\dots \text{Ecuación 1-7}$$

Donde σ_1, σ_2 y σ_3 son los tres esfuerzos principales, su representación gráfica del criterio de fluencia de Von Mises es mostrada en la Figura 1-11.

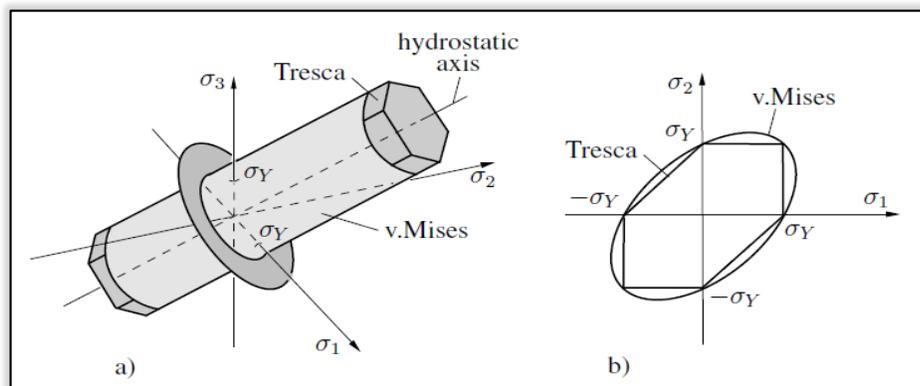


Figura 1-11. Criterio de Fluencia para Von Mises y Tresca. (Dietmar & Thomas, 2011).



CAPÍTULO I ANTECEDENTES

Cabe mencionar que la Teoría de la Energía de Deformación también es conocida como:

- Teoría de Von Mises o Von Mises – Hencky.
- Teoría de la Energía Cortante.
- Teoría del Esfuerzo Cortante Octaédrico.
- Teoría de la Energía de Deformación Cortante

Algo semejante ocurrió con **Sines**, quien en 1955 desarrollo una teoría multiaxial que fue similar al esfuerzo octaédrico de Von Mises, el **método de Sines** usa los esfuerzos cortantes octaédricos alternos para el esfuerzo nominal alterno y los esfuerzos hidrostáticos para el esfuerzo medio, tal como se aprecia en la ecuación 1-8.

$$\sqrt{(\sigma_{a1} - \sigma_{a2})^2 + (\sigma_{a2} - \sigma_{a3})^2 + (\sigma_{a3} - \sigma_{a1})^2} + m(\sigma_{m1} + \sigma_{m2} + \sigma_{m3}) = \sqrt{2}S_{Nf}$$

..... Ecuación 1-8

Donde m es el coeficiente de influencia de los esfuerzos medios cuyo valor está en el orden de 0.5 y S_{Nf} es la resistencia a la fatiga uniaxial completamente invertida, donde se espera que proporcione la misma vida de fatiga en muestras uniaxiales lisas que el estado de estrés multiaxial.

En términos de los componentes de esfuerzo X, Y, y Z el método de Sines se expresa por la ecuación 1-9:

$$\sqrt{(\sigma_{ax} - \sigma_{ay})^2 + (\sigma_{ay} - \sigma_{az})^2 + (\sigma_{az} - \sigma_{ax})^2 + 6(\tau_{axy}^2 + \tau_{ayz}^2 + \tau_{azx}^2)} + m(\sigma_{mx} + \sigma_{my} + \sigma_{mz}) = \sqrt{2}S_{Nf}$$

..... Ecuación 1-9

Una ventaja del Método de Sines, es que el esfuerzo equivalente S_{Nf} es derivado de la tensión calculada en cualquier teoría de esfuerzo medio (Goodman, Soderberg, Gerber, etc.), por lo tanto, para calcular los ciclos de vida en fatiga bastara con sustituir en la ecuación de Basquin (S – N).

CAPÍTULO I ANTECEDENTES

Una de desventaja de la teoría de Von Mises es cuando los esfuerzos coinciden con los esfuerzos principales, sin embargo, para dar solución a este inconveniente el esfuerzo medio equivalente se obtiene como la suma de los esfuerzos normales medios en direcciones mutuamente perpendiculares.

$$\sigma_{qm} = \sigma_{m1} + \sigma_{m2} + \sigma_{m3} = \sigma_{mx} + \sigma_{my} + \sigma_{mz} \dots\dots\dots \text{Ecuación 1-10}$$

De modo similar, si graficamos en términos de los esfuerzos alternos principales, para un estado de esfuerzos biaxial el método de Sines resulta similar a la teoría del esfuerzo cortante octaédrico (Stephes, et all, 2001).

De aquí se deriva el termino equivalente y lo que se espera es que su efecto conjunto dé la misma vida en fatiga en pruebas uniaxiales que en la situación multiaxial.

Hay que reconocer que ambos métodos conducen la carga multiaxial compleja a una carga uniaxial equivalente, tal como se ilustra en la Figura 1-12 (K. & B. F., 1992).

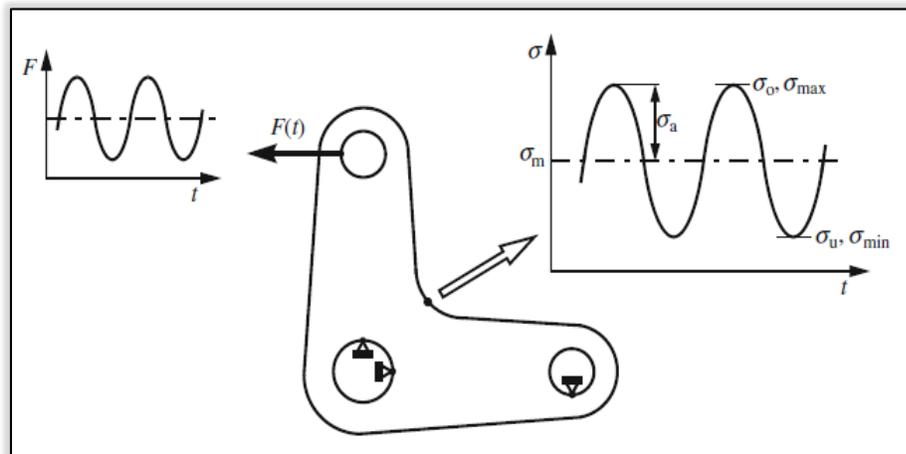


Figura 1-12. Placa de Ángulo con Carga Variable en el Tiempo, Esfuerzo Resultante $\sigma(t)$ (Hans & Manuela, 2016).

Otro criterio menos importante es **El Criterio del Esfuerzo Principal Máximo**, esta hipótesis se remonta a W. J. M. Rankine (1820 - 1872), G. Lamé (1795 - 1870) y C. L. Navier (1785 - 1836), el cual establece, que el comportamiento del material es caracterizado por dos valores principales, la resistencia a la tensión σ_t y la resistencia a la compresión σ_p , por lo que la falla toma lugar cuando el esfuerzo principal máximo alcanza σ_t o cuando el esfuerzo principal mínimo alcanza $-\sigma_p$, en otras palabras cuando la ecuación 1-11 se cumple (Dietmar & Thomas, 2011).

$$\sigma_1 = \begin{cases} \sigma_t \\ -\sigma_p \end{cases} \quad \sigma_2 = \begin{cases} \sigma_t \\ -\sigma_p \end{cases} \quad \sigma_3 = \begin{cases} \sigma_t \\ -\sigma_p \end{cases} \dots\dots\dots \text{Ecuación 1-11}$$

La superficie de falla asociada en el espacio de tensión principal es representada por un cubo como se aprecia en la Figura 1-13.

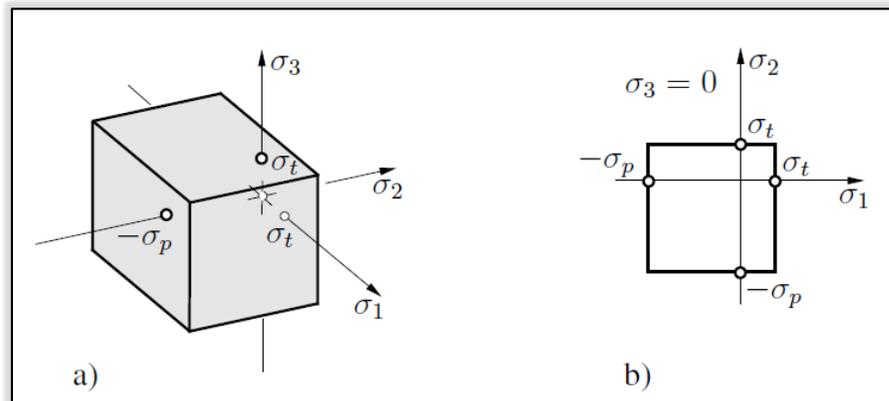


Figura 1-13. Hipótesis de los Esfuerzos Principales.
(Dietmar & Thomas, 2011).

La hipótesis del Esfuerzo Principal Máximo predominantemente sirve para describir la fractura frágil de los materiales.

Sin embargo, se asume que la teoría del esfuerzo principal máximo no es aplicable a materiales dúctiles.

CAPÍTULO I ANTECEDENTES

Otra de las aportaciones es una representación gráfica de las transformaciones de ecuaciones para el esfuerzo plano, que fue desarrollada por **Otto Mohr** en 1880, estas ecuaciones pueden ser mostradas para representar un círculo denominado **El Círculo de Mohr** el cual se expresa mediante la siguiente ecuación 1-12:

$$\left(\sigma - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2 \dots\dots\dots \text{Ecuación 1-12}$$

La ecuación 1-12, también adquiere la siguiente forma:

$$(\sigma - a)^2 + (\tau - b)^2 = r^2 \dots\dots\dots \text{Ecuación 1-13}$$

Esta ecuación es una representación para el estado de esfuerzos bidimensional, donde el cálculo de los esfuerzos principales se puede visualizar usando la distribución de esfuerzos del círculo de Mohr. Una descripción más detallada se observa en la siguiente Figura 1-14.

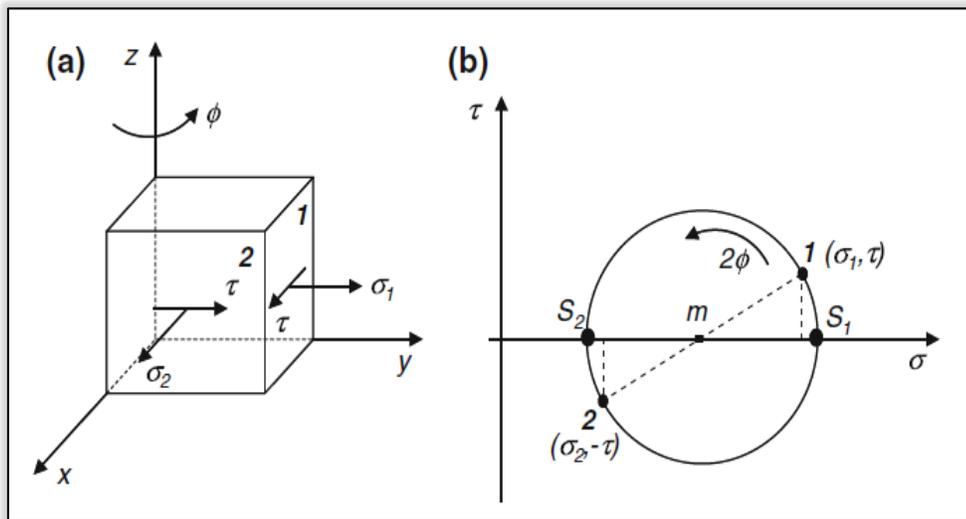


Figura 1-14. Estados de Esfuerzos

- a) Componentes de Esfuerzo Para un Estado de Esfuerzo Plano
- b) Representación Gráfica de los Esfuerzos en los Planos 1 y 2 en un Círculo de Mohr. (Tinga, 2013).

CAPÍTULO I ANTECEDENTES

Al igual que el Estado de Esfuerzos, la resistencia a la fluencia puede ser graficada en un círculo de Mohr como se muestra en la Figura 1-15, además se observa que, tan pronto como el círculo de Mohr toca el límite de fluencia el material comienza a fluir (Roesler, Harders, & Baeker, 2007).

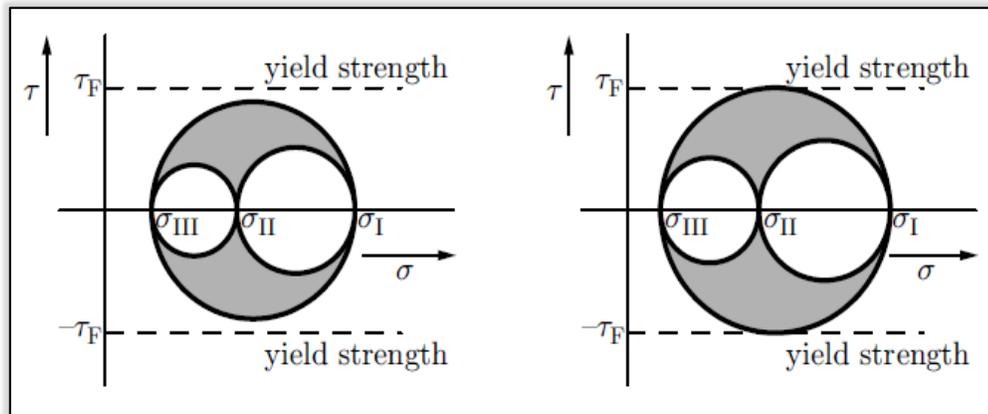


Figura 1-15. Ilustración de la Fluencia de un Material. (Roesler, Harders, & Baeker, 2007).

De forma similar, en la Figura 1-16 se observa que los esfuerzos principales pueden estar sujetos a cambios de posición con respecto a un ángulo dado, por lo que será necesario obtener los esfuerzos máximo y mínimo a través del criterio del círculo de Mohr para el cambio de estados de esfuerzo.

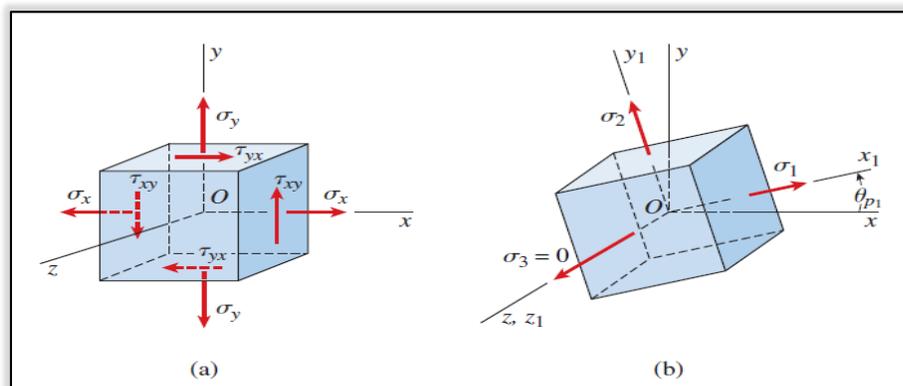


Figura 1-16. Rotación de los Elementos (M. Gere & J. Goodno, 2009).

CAPÍTULO I ANTECEDENTES

Otro de los criterios es la **Deformación Principal Máxima** sugerida por **Saint-Venant (1797-1886)**, el cual considera que la falla ocurre cuando la deformación principal máxima alcanza el valor crítico ϵ_t , posteriormente, si se asume el comportamiento elástico lineal hasta el fallo e introducimos el esfuerzo de tensión crítica $\sigma_t = E\epsilon_t$, se obtienen las siguientes condiciones.

$$\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3) = \sigma_t \quad \sigma_2 - \nu(\sigma_3 + \sigma_1) = \sigma_t \quad \sigma_3 - \nu(\sigma_2 + \sigma_1) = \sigma_t$$

En términos de la deformación se obtiene la ecuación 1-14.

$$\epsilon_t = \frac{\sigma_t}{E} = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)] \dots \dots \dots \text{Ecuación 1-14}$$

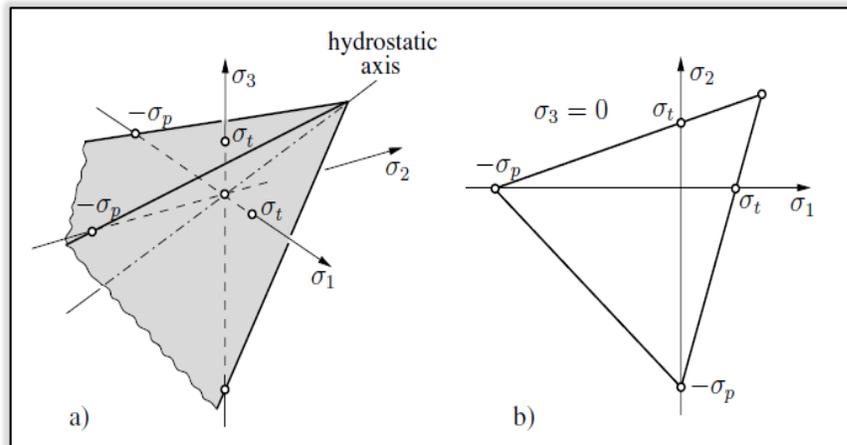


Figura 1-17. Hipótesis de la Deformación Principal. (Dietmar & Thomas, 2011).

De acuerdo a esta hipótesis, la falla bajo compresión uniaxial ocurre si se cumple la ecuación

$$\sigma_p = \frac{\sigma_t}{\nu} \dots \dots \dots \text{Ecuación 1-15}$$

Hasta este punto se ha hablado de una combinación de esfuerzos fluctuantes, sin embargo, el análisis de fatiga de un componente sujeto a esfuerzos fluctuantes combinados requiere, ante todo, que todas las regiones críticas sean localizadas con una Teoría de Falla adecuada.



CAPÍTULO I ANTECEDENTES

Evidentemente, en cuanto al análisis de fatiga multiaxial se requiere el uso del criterio de fluencia para fatiga bajo carga combinada, debido a esto, varios métodos han sido propuestos como, la teoría del Esfuerzo Principal Máximo, el Criterio de Von Mises y el Criterio del Esfuerzo Cortante Máximo (Tresca), con el fin de determinar los esfuerzos equivalentes bajo situaciones de carga Multiaxial.

La Tabla 1-1 muestra otros criterios de falla, además de los ya mencionados.

CRITERIO	RELACIÓN
Esfuerzo Principal Máximo	$\sigma_1 = \sigma_{FL}$
Máximo Esfuerzo Cortante (Tresca)	$\tau_{\max} = \frac{1}{2} \max[\sigma_1 - \sigma_2 , \sigma_2 - \sigma_3 , \sigma_3 - \sigma_1] = \frac{1}{2} \sigma_{FL}$
Densidad de Energía de Deformación	$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\vartheta(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3) = \sigma_{FL}$
Densidad de Energía de Deformación de la Distorsión (Von Mises)	$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_{FL}^2$
Gough y Pollard	$\left(\frac{\sigma}{\sigma_{FL}}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_{FL}}\right)^2 = 1$
Stan Field	$\tau_{\max} + \lambda\sigma_n = \tau_{FL}$
Findley	$\left(\frac{\sigma_n}{\sigma_{FL}}\right)^{\frac{\sigma_{FL}}{\tau_{FL}}} + \left(\frac{\tau_{\max}}{\tau_{FL}}\right)^2 = 1$
McDiarmid	$\tau_{\max} + \lambda\sigma_n^n = \tau_{FL}$
Esfuerzo Equivalente	$\sigma_{eq} = \beta[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]^{\frac{1}{2}} = \sigma_{FL}$

Tabla 1-1. Criterios de Falla por Fatiga Basado en el Esfuerzo.
(Ellyin, 1997).

Resulta útil mencionar, que el Criterio de Tresca como el Criterio de Von Mises son los más usados para predecir fluencia en materiales isotrópicos con volumen constante, por otra parte, el modelo de Rankine no es tan frecuente debido a su falta de habilidad para predecir el comportamiento cuando un esfuerzo principal es negativo o positivo.



CAPÍTULO I ANTECEDENTES

En cuanto a un procedimiento general para el análisis de vida en fatiga para un componente la Figura 1-18 muestra una idea de los pasos que se debe seguir.

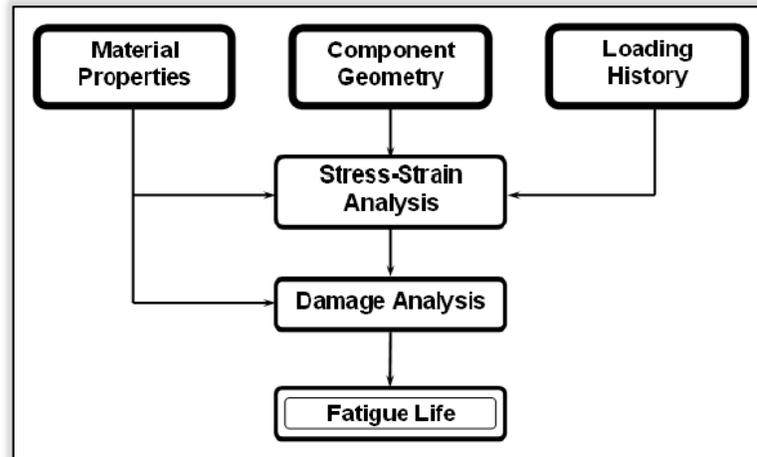


Figura 1-18. Procedimiento General para el Análisis en Fatiga.
(Bathias & Pineau, 2009).



1.2.3 CÓMPUTO EVOLUTIVO.

Desde una perspectiva más general, se ha aceptado que la tensión máxima en la intersección de las uniones tubulares o cambios de sección gobierna la resistencia a la fatiga, por lo que su determinación y evaluación es un paso importante en la etapa de diseño. Ver Figura 1-19.

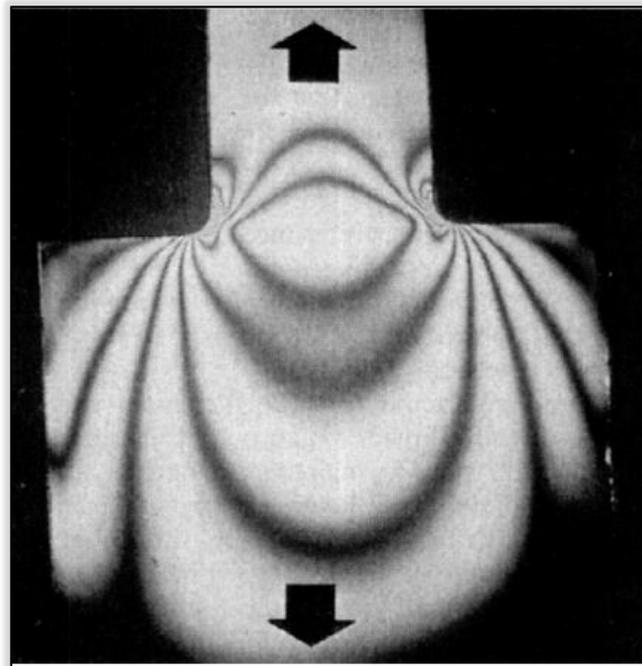


Figura 1-19. Patrón de Franjas Foto-elástico Indicando Concentración de Esfuerzos en el Cambio de Sección Bajo una Carga Uniaxial. (S. J., 2002).

Aun, cuando el análisis de tensiones en las intersecciones es compleja, se han desarrollado y empleado a lo largo de los años una gran variedad de técnicas para evaluar dichas uniones, no obstante, los primeros intentos de analizar dichas articulaciones fueron basados en métodos teóricos a principios de los años cincuenta y sesenta cuando Biljaard y Toprac, después de estudiar cilindros sometidos a cargas concentradas diametralmente opuestas, utilizaron los resultados de Roark, los cuales fueron desarrollados en forma de ecuaciones empíricas para esfuerzo y deformación.



CAPÍTULO I ANTECEDENTES

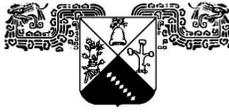
Kellogg, por su parte usó una analogía del comportamiento de un cilindro circular sujeto a cargas circunferenciales uniformes y desarrolló un método para obtener esfuerzos en la cuerda, en cuanto a Caulkins utilizó un programa informático llamado **FRAMETI**, basado en la teoría de la Tensión de Flexión cilíndrica de la membrana, para evaluar las tensiones de refuerzo y cuerda para las uniones T e Y (L. S., 2001).

En cuanto a la solución de problemas en uniones soldadas se ha dicho que es posible obtener una solución analítica para la distribución de esfuerzos y deformaciones, sin embargo, la mayoría de los problemas no pueden ser resueltos de manera exacta usando métodos empíricos, de tal forma, que son necesarios métodos más sofisticados para determinar las distribuciones de esfuerzos en estructuras.

Como resultado, los métodos empíricos han sido reemplazados por el uso de herramientas avanzadas (software) para simulaciones de una sola física o multifísica, gracias al impacto de las computadoras sobre todas las ramas de ingeniería, tanto así, que Mecánica de la Fractura no es la excepción (T. L., 1994).

Una de las herramientas avanzadas es **ANSYS** un software que involucra el Método de Elemento Finito por sus siglas en inglés (FEM), el cual puede resolver problemas en estructuras, térmicos, fluidos, acústicos y multifísica, etc., donde principalmente la estructura de interés es subdividida en formas discretas llamadas elementos con el fin de localizar las regiones más críticas de un componente Mecánico.

Aunque los trabajos en ANSYS se realizan en el menú principal de una manera fácil, hay que tener presente la metodología mostrada abajo para llegar a la obtención de los resultados luego de que la geometría ha sido importada (Alawadhi, 2010).



De esta forma los principales pasos del Método de Elemento Finito son:

- En el Preprocesador, se asignan las propiedades del material, se especifica las constantes reales y por último se selecciona el tipo de elemento a utilizar de acuerdo a la física requerida.
- En la solución, se imponen las condiciones de frontera y se especifica los parámetros de configuración de la solución.
- En el Postprocesador, se realiza la presentación de los resultados de ANSYS de forma gráfica.

Es necesario mencionar que aun contando con un software muy eficiente para el Análisis Estructural, relativamente pocos problemas tienen soluciones analíticas de forma cerrada.

Bajo estas circunstancias los Métodos Clásicos de Optimización y los Métodos de Cómputo Evolutivo se han consolidado como una alternativa y son considerados herramientas genéricas de optimización que pueden resolver problemas muy complejos de una manera más rápida y robusta.

De acuerdo con los **Métodos Clásicos de Optimización** estos se basan en el uso del gradiente de una función $f(x)$ para la generación de nuevas soluciones, una ventaja de esta técnica es que garantizan la obtención de la solución óptima al problema, sin embargo, su aplicación está restringida, debido a que requiere que la función objetivo sea dos veces diferenciable y unimodal (Xin-Shen, 2006).

Por el contrario, los **Método de Cómputo Evolutivo** no usan información del gradiente de la función objetivo, por lo que prescindir de este requerimiento, hace posible que los métodos evolutivos puedan utilizar funciones objetivo tan complejas (Dan, 2013).



CAPÍTULO I ANTECEDENTES

Debe señalarse que los métodos de cómputo evolutivo son estocásticos, lo que significa que usan procesos aleatorios para determinar las direcciones de búsqueda (Solución).

Otra característica de los algoritmos de cómputo evolutivo es que son diseñados para simular el comportamiento de fenómenos biológicos, tales como el proceso de Selección Natural, sin embargo, su origen se remonta a Charles Darwin cuando propuso el concepto de evolución dando a entender que es un desarrollo biológico de las especies con selección de apareamiento y supervivencia del más apto (Oliver, 2017).

Así pues, la solución del problema basado en los principios de computo evolutivo, mantienen una población de soluciones (individuos) basado en la aptitud del individuo (función de evaluación) y algunos “operadores genéticos” con el fin de llegar al Fenotipo, dichos operadores genéticos se muestra en la Figura 1-20.

La Figura 1-20 resume algunos de los operadores genéticos más comunes.

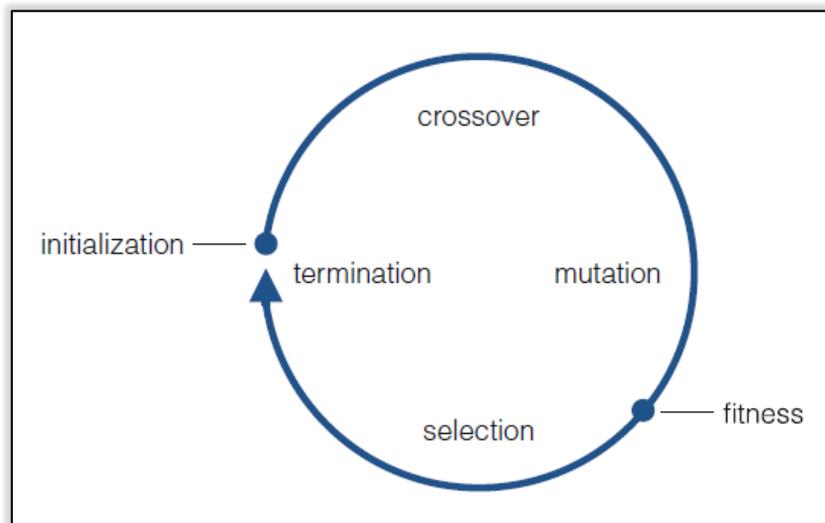
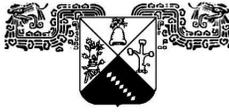


Figura 1-20. Ciclo del Algoritmo Genético.
(Oliver, 2017).



1.3 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

Por todo lo dicho anteriormente, se ha mencionado que en muchas aplicaciones de ingeniería es bastante usual encontrar piezas sometidas a esfuerzos combinados, principalmente los álabes giratorios de las turbinas de vapor los cuales suelen estar sujetos a una variedad de cargas fluctuantes.

Específicamente, hay que considerar las centrales termoeléctricas que comenzaron sus operaciones años atrás, pues hoy, son el principal objeto de estudio como consecuencia de las operaciones transitorias tales como paros y arranques.

En relación con este tema, se observa claramente que debido a las operaciones transitorias y en ocasiones al mal mantenimiento, se presentan dos tipos de esfuerzos en los álabes.

- Esfuerzos Estacionarios σ_m
- Esfuerzos Alterantes σ_a

En el caso de los Esfuerzos Estacionarios estos se deben a la presencia de fuerzas centrífugas del peso de los álabes (Velocidad de Rotación) y a las fuerzas de vapor notable del álabe.

Mientras que los Esfuerzos Transitorios también conocidos como Esfuerzos Alternos, Cíclicos o Vibratorios son atribuibles a varios factores, pero principalmente a la excitación de los álabes en una frecuencia igual a la frecuencia natural de los álabes, fenómeno que se conoce como “Resonancia”.

En relación a la problemática expuesta, es evidente que debido a las operaciones transitorias otros componentes críticos de las Turbinas como los rotores son sometidos a ciclos de esfuerzos repetitivos, por lo que vale la pena decir, que afectan significativamente la vida útil de las Turbinas de Vapor.



CAPÍTULO I ANTECEDENTES

Se plantea entonces el siguiente problema, debido a que el grupo de álabes es un estado de esfuerzos multiaxial, el esfuerzo en la fluencia no puede ser determinado tan fácilmente, por lo que una posible solución es obtener un esfuerzo equivalente a partir de las componentes σ_x , σ_y y τ_{xy} del tensor de esfuerzos.

Evidentemente, bajo condiciones de esfuerzos combinados, siempre es necesario pasar de un estado multiaxial de fatiga a un estado uniaxial estático mediante la teoría de Von Mises a fin de obtener los esfuerzos alternos y medios, finalmente con la ayuda de una teoría de esfuerzo medio (Gerber, Goodman, Soderberg, Morrow, etc.) se obtiene un esfuerzo equivalente, donde la idea de equivalente como ya se mencionó es que su conjunto dé como resultado los mismos efectos que sus componentes σ_x , σ_y y τ_{xy} .

El análisis que se menciona en este trabajo puede hallar una solución para calcular un esfuerzo escalar equivalente σ_{eq} a partir de las seis componentes del tensor de esfuerzos, sin embargo, para saber si una pieza es capaz de resistir las cargas se elige una tensión de fallo, la cual es una propiedad del material.

Para el caso de piezas con Análisis Estático esta tensión de fallo puede ser la Resistencia a la Fluencia σ_y si el material es dúctil o la Resistencia a la Fractura σ_f si el material es frágil.

Finalmente, resulta lógico que tanto la teoría de fallas como la mecánica de la fractura tratan de predecir el efecto que las tensiones estáticas producen sobre el material a través de la comparación con resultados de ensayos de laboratorio realizados sobre probetas.



1.4 JUSTIFICACIÓN

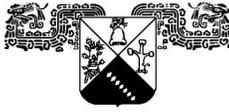
Sin duda alguna, se ha mencionado que las pruebas de fatiga se realizan ciclando un material mediante rangos de amplitud de esfuerzo y registrando el número de ciclos a la falla, es por ello, que el análisis de fatiga resulta ser más complicado de realizar que el análisis estático, independientemente de que este método resulta ser sencillo pero costoso.

A pesar de eso, existen diversas formas para obtener los resultados de los ensayos en fatiga mediante pruebas de laboratorio, aunque, en el peor de los casos no existe información acerca de dichos ensayos para el material deseado, debido a esto, es necesario establecer un medio para conocer dichos valores a partir de datos de resistencia estática.

Considerando este último factor, el hecho de obtener información en base a modelos computacionales iterativos mediante expresiones analíticas, sin la necesidad de pasar por ensayos de laboratorios, después de todo, estimar la vida cíclica de un componente deja mucho que desear por lo que es necesario establecer métodos cada vez más confiables.

Además, para el caso de estructuras complicadas o situaciones de cargas complejas, son preferibles los métodos experimentales o numéricos, por el hecho de que se necesitan métodos de programación matemática que garanticen resolver problemas de optimización que surgen con frecuencia en aplicaciones de ingeniería.

De esta forma, en presenta trabajo justifica que determinar las distribuciones de tensiones en las estructuras se harán con métodos más sofisticados y no estarán basados en suposiciones simplificadas con respecto al comportamiento del material y la geometría estructural, a fin de obtener una noción del estado de tensión.



1.5 HIPÓTESIS

En relación a la problemática expuesta, el presente trabajo establece una metodología en la resolución de problemas complejos mediante el uso de algoritmos estocásticos, por consiguiente, se generan algunas preguntas clave para este estudio.

¿Es posible estimar vida útil con un modelo de cómputo evolutivo?

¿Qué tan eficiente es predecir vida en fatiga de manera aleatoria?

¿Qué características debe poseer la población aleatoria?

¿Cuál es la función de evaluación ideal para evaluar a la población aleatoria?

¿En base a qué criterios se seleccionan los mejores individuos?

1.6 OBJETIVOS

Proponer un algoritmo genético que genere un conjunto de datos aleatorios (población), asimismo evaluar a cada individuo de la población con el fin de obtener su nivel de adaptación (fitness), finalmente, el fitness puede determinar si los individuos de la población presentan o no buenas soluciones al problema.



1.6.1 OBJETIVO GENERAL

Desarrollar un Algoritmo Genético para predecir Vida en Fatiga bajo condiciones normales de operación (Cargas Biaxiales).

1.6.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Descomponer el “Estado de Tensión de Fatiga Multiaxial” $\sigma_{max}, \sigma_{min}$
Obtener los Esfuerzos Máximos y Mínimos a condiciones normales de operación.
- Obtener las “Tensiones Principales Variables” σ_a y σ_m .
- Combinar el “Estado Uniaxial de Fatiga” $\sigma_{eqa}, \sigma_{eqm}$
- Calcular el “Estado de Tensión Uniaxial Estática y Alterno Equivalente”
(σ_{eqa})_{VMS} y (σ_{eqm})_{VMS}
- Verificar si existe Ruptura por Fatiga.
- Verificar si existe Fallo por Fatiga.
- Proponer una Función de Evaluación para calcular vida en fatiga por Algoritmos Genéticos.
- Elaborar una tabla comparando los ciclos de vida analíticos, simulados, analíticos, Gráficos y numéricos.

2. CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

Desde mucho antes, se ha constatado que los materiales rompen más fácilmente bajo la acción de cargas variables que con cargas constantes. Sin embargo, no es hasta la tercera década del siglo XIX cuando se comienza a analizar este aspecto del comportamiento de los materiales.

Evidentemente, fue a principios del año 1970 cuando una cantidad limitada de Fatiga Multiaxial comenzó, esto debido a la dificultad que involucraba obtener datos experimentales, no obstante, algunas máquinas fueron empleadas para pruebas de ensayos de fatiga tal como se observa en la Figura 2.1.

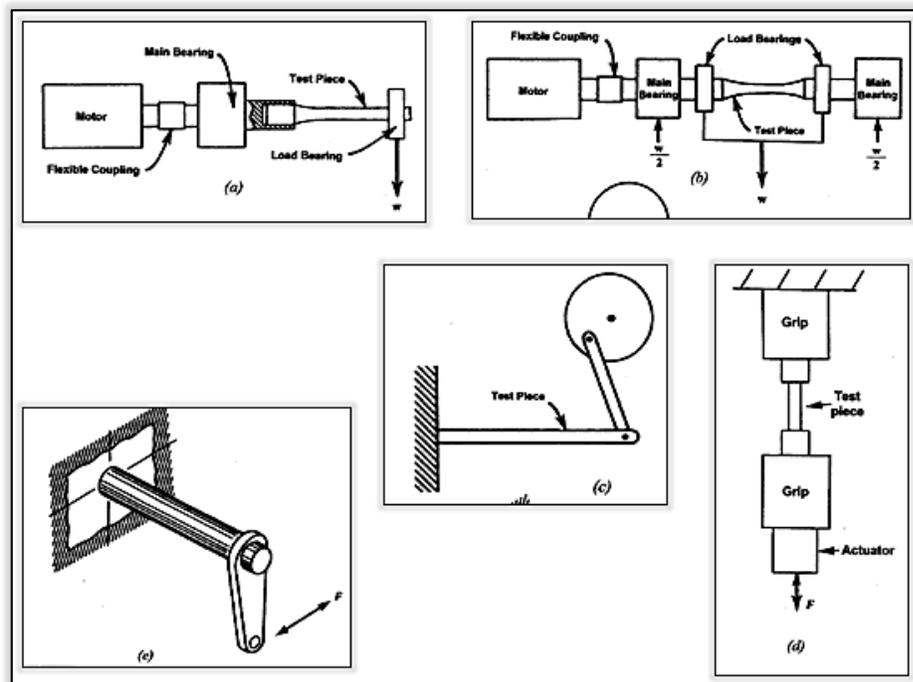


Figura 2-1 Máquinas de Ensayo de Fatiga.

- Viga en Voladizo Flexión Rotativa.
- Rotación Flexión Pura.
- Flexión de la Biela Excéntrica en Voladizo.
- Carga Axial.
- Torsión y Flexión Combinadas.

(Stephes, Fatemi, Stephens, & Fuchs, 2001).

2.1 PRUEBAS DE FATIGA

Las primeras pruebas de fatiga se han elaborado ciclando un material dado mediante rangos de amplitud de esfuerzo y registrando el número de ciclos a la falla. Por tal motivo, el análisis de fatiga es más complicado de realizar que el análisis estático, puesto que además de las fuerzas elásticas influyen las fuerzas de inercia y las disipativas. Algunos ejemplos son componentes mecánicos, estructuras y vehículos que están sujetos principalmente a historiales de carga bastante diversos. En un extremo su historial puede ser simple y repentino, mientras en el otro extremo puede ser completamente aleatorio. En la Figura 2.2 se muestra como la distribución de esfuerzos difiere del tipo de prueba de fatiga para una carga aplicada.

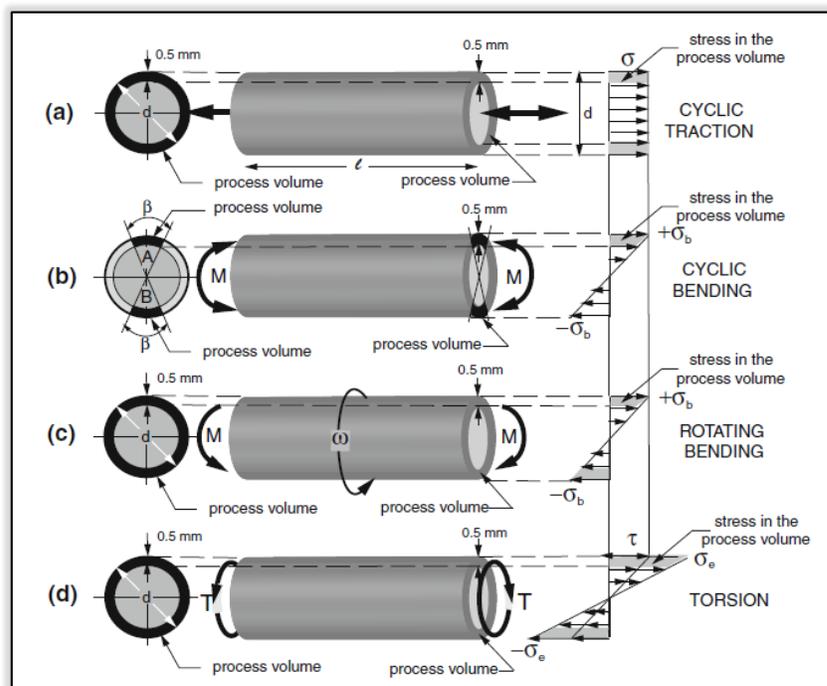


Figura 2-2 Esquema del Efecto de los Tipos de Carga.
a) Muestra Cilíndrica Completa Bajo una Tracción Cíclica.
b) Muestra Cilíndrica Completa Bajo Flexión Cíclica.
c) Muestra Cilíndrica Completa Bajo Flexión Rotativa.
d) Muestra Cilíndrica Completa Bajo Torsión Cíclica.
(Milella, 2013).

CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

Uno de los primeros enfoques y el más antiguo es el de Wöhler, quien aplicó una carga de Flexión a una viga en voladizo, con el objetivo de lograr variaciones de esfuerzo que puedan proporcionar una referencia cuantitativa, de esta forma, cuando se ensayan probetas de diversos materiales se comprueba que para un valor de σ_{\max} el número de ciclos hasta la ruptura depende también del valor σ_m (esfuerzo medio), es decir de la componente estática.

Existen varias técnicas y máquinas de prueba para medir la respuesta del material a esfuerzos y deformaciones que varían con el tiempo, gracias a la ayuda de prototipos y probetas de laboratorio (ensayos) es como los ensayos de probetas pretende caracterizar un material a fatiga independientemente de las condiciones de uso (Figura 2-3), mientras que los ensayos de prototipos tratan de verificar el comportamiento de un producto en condiciones de trabajos reales (Figura 2-7) (Avilés R. , 2015).

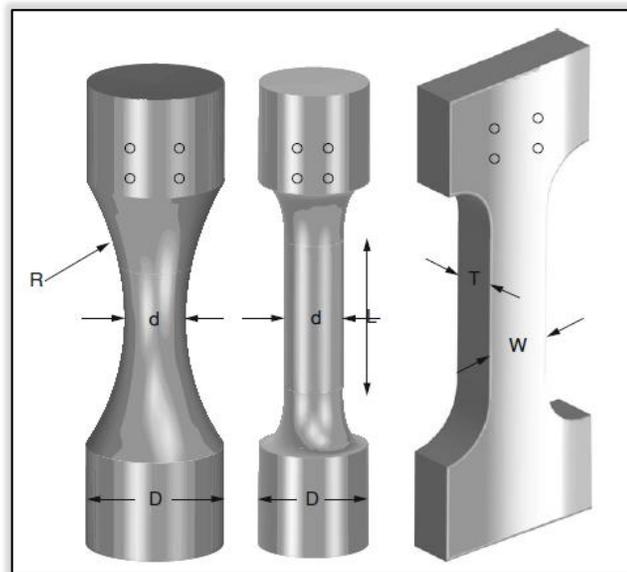


Figura 2-3. Muestras Típicas de Fatiga.
(Milella, 2013)

CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

El método más utilizado para obtener la curva de resistencia a la fatiga es la prueba de flexión rotativa (Bathias & Pineau, 2010), donde la carga aplicada varia de forma sinodal entre un esfuerzo máximo σ_{\max} y un esfuerzo mínimo σ_{\min} , tal como se aprecian en la Figura 2-4.

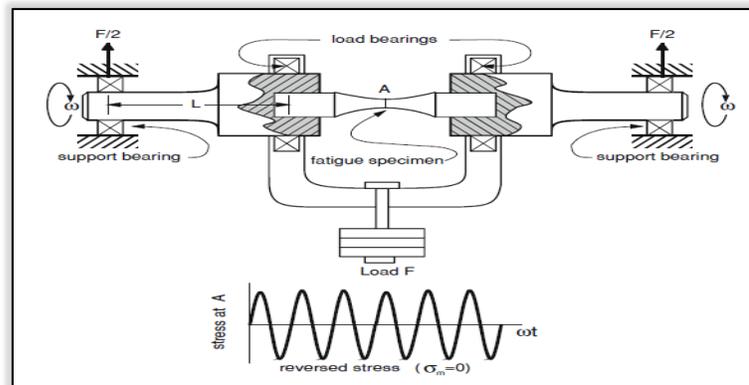


Figura 2-4. Máquina de Prueba de Fatiga de Flexión Rotativa. (Milella, 2013).

Otro dispositivo es la máquina de prueba de fatiga por esfuerzo directo de tipo resonante esquematizada en la Figura 2-5, cuyo sistema consiste de dos masas acopladas por resortes, los cuales entran en resonancia cuando una de ellas se excita a la frecuencia adecuada mediante un sistema giratorio. Al controlar la amplitud de la oscilación, la muestra puede estar sujeta a cualquier nivel de esfuerzo deseado.

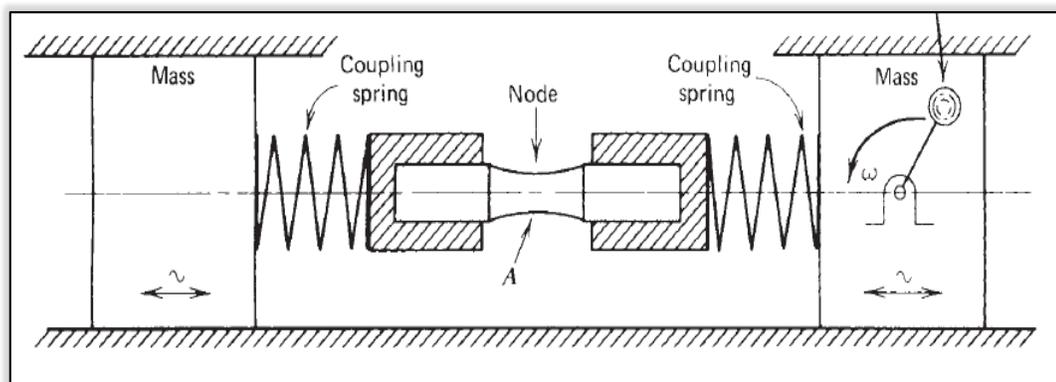


Figura 2-5 Máquina de Prueba de Fatiga Axial. (E. Dowling, 2013).

CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

En relación a la idea anterior, en las máquinas de esfuerzo directo, el esfuerzo dentro de la muestra lisa y sin muescas es uniaxial, además, está distribuido uniformemente sobre la sección de volumen (Figura 2-6), de tal manera, que la muestra puede ser tomada como referencia y comparada con otros tipos de esfuerzos (Weibull, 1961).

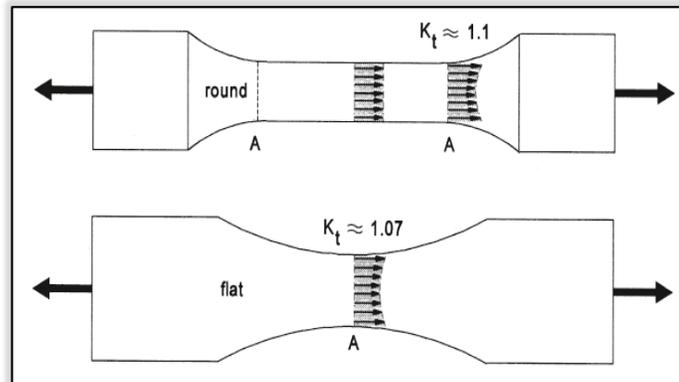


Figura 2-6 Distribución de Esfuerzos en Muestras sin Muecas, con $k_t=1$. (Schijve, 2003).

De aquí deriva el concepto de “Similitud” el cual establece que, la vida de una parte estructural es la misma como la vida de una muestra de ensayo, si ambos han sufrido el mismo esfuerzo nominal. En la Figura 2-7 se observa que la vida de un puente se puede determinar mediante datos de prueba de fatiga de una muestra de laboratorio (Farahmand, 1997).

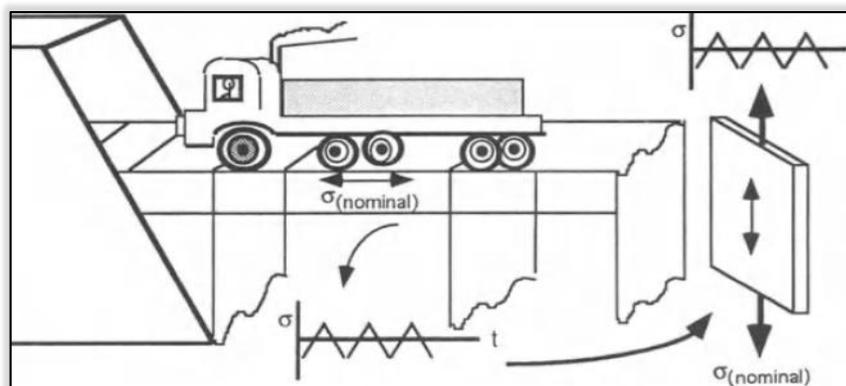
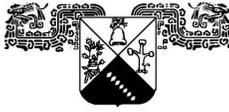


Figura 2-7 Comparación de la Vida del Puente en una Probeta de Laboratorio. (Farahmand, 1997).



2.2 CARGAS POR FATIGA.

En la actualidad, la mayoría de información que existe es de resistencia a la fatiga de viga giratoria en ciclo de flexión invertida, también denominada carga de flexión – rotativa; seguido de las cargas axiales, mientras con información muy escasa se encuentran las cargas de torsión, finalmente, en el peor de los casos no hay información acerca de los ensayos de fatiga para el material deseado, por lo que es necesario establecer un medio para estimar un valor a partir de los datos de resistencia estática (Norton, 2011).

De esta forma, resulta lógico que los ensayos sobre probetas se suelen hacer con cargas que varían de forma sencilla, continua y cíclica, desde un valor mínimo σ_{min} hasta un valor máximo σ_{max} .

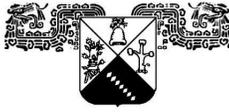
El primer caso es el sistema más complejo de realizar, puesto que además de las fuerzas elásticas influyen las fuerzas de inercia y las disipativas (Análisis Dinámico), sin olvidar que es más difícil la obtención de las fuerzas variables en el tiempo, es así como la Ecuación 2-1 adquiere una forma compleja.

$$\sigma(t) = \frac{F_m}{A} + \frac{F_r}{A} \sin \bar{\omega}t = \sigma_m + \sigma_a \sin \bar{\omega}t \dots \dots \dots \text{Ecuación 2-1}$$

Para el segundo caso, se asume que la Fuerza es Axial y que la ampliación dinámica es igual a 1 (Análisis Cuasiestático), por lo que se recurre a despreciar las fuerzas de inercia y las disipativas, **tal como se describe en este trabajo**, es así como la Ecuación 2-2 adquiere la siguiente forma:

$$\sigma(t) = \frac{F_m}{A} + \frac{F_r}{A} = \sigma_m + \sigma_a \dots \dots \dots \text{Ecuación 2-2}$$

Este método resulta ser sencillo pero costoso.



CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

Para el tercer caso se asume que la carga aplicada es tal que $F_m \gg F_a$, de esta forma bastara con obtener la tensión nominal como el cociente de F_m y A (Análisis Estático), es así, que la ecuación 2-3 proporciona una solución aproximada.

$$\sigma(t) = \frac{F_m}{A} = \sigma_m \dots\dots\dots \text{Ecuación 2-3}$$

De aquí, resulta que los ensayos que se realizan sobre componentes de gran escala (prototipos), tratan de reproducir condiciones de trabajo tan próximas a la reales, por ésta razón las cargas se hacen variar de forma tan compleja como sea posible con el fin de proporcionar información valiosa.

De esta forma, el efecto de los esfuerzos medios (σ_m) siempre debe ser considerado para el análisis en fatiga, esto se debe, a que tienen un efecto significativo en el fenómeno de fatiga para el régimen de altos ciclos en fatiga (HCF), en comparación con el régimen de bajos ciclos en fatiga (LCF), donde existe muy poco o ningún efecto de los esfuerzos medios en la resistencia a la fatiga (Yung-Li, Mark E., & Hong-Tae, 2012), de aquí, la importancia del análisis de fatiga en el régimen de altos ciclos en fatiga.

Por otra parte, los esfuerzos fluctuantes (σ_a) sobre la maquinaria adoptan la forma de un patrón sinusoidal. Para el caso de “Máquinas Rotatorias” las cargas tienden a ser consistentes en amplitud con el transcurso del tiempo y a repetirse con cierta frecuencia (Figura 2-9), mientras, en “equipos de servicio” las cargas no se definen con tanta facilidad, y suelen ser totalmente variables en amplitud y frecuencia durante un tiempo e incluso se piensa que pueden ser de naturaleza aleatoria, tal como se observa en la figura 2-8.

2.2.1 CARGAS DE AMPLITUD ALEATORIAS.

Cuando una carga se aplica en un período relativamente corto recibe el nombre de “Carga Dinámica”. Este tipo de cargas se distingue de las estáticas por el hecho de originar modificaciones tanto en la magnitud como en las deformaciones afectando la forma y límite de rotura de los materiales.

Sin duda alguna, las cargas de servicio frecuentemente tienen una compleja dependencia del tiempo, la gráfica que mejor descripción hace de este tipo de carga aleatoria es la mostrada en la Figura 2-8, un claro ejemplo de Fatiga Multiaxial Compleja.

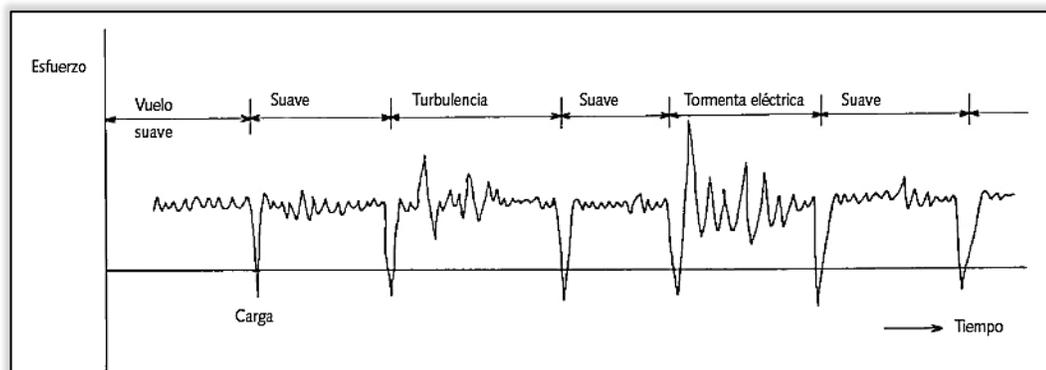


Figura 2-8 Carga Aleatoria de un Avión Comercial.
(Norton, 2011).

Otro ejemplo ocurre en las estructuras, las cuales resultan ser de naturaleza casi aleatoria, donde los elementos principalmente varían en magnitud durante su vida útil, lo que dificulta el cálculo de vida en fatiga, es así, como métodos distintos al de **Cargas de Amplitud Constante** se utilizan para obtener la tensión alterna equivalente.

En conclusión, cuando una carga no se define con facilidad y varía tanto en amplitud como frecuencia durante un lapso de tiempo se le conoce con el nombre de carga de amplitud aleatoria.

2.2.2 CARGAS DE AMPLITUD CONSTANTE.

A diferencia de los equipos de servicio quienes presentan cargas de amplitud aleatoria, las máquinas rotatorias se caracterizan por generar cargas que tienden a ser consistentes en amplitud con el transcurso del tiempo y a repetirse con cierta frecuencia, es decir, la carga de amplitud cíclica constante, es aquella donde el esfuerzo de amplitud y el esfuerzo medio permanecen constantes. El tipo de función que experimenta la maquinaria rotativa se aprecia en la Figura 2-9. En el **Apéndice A** se muestran otros tipos de cargas.

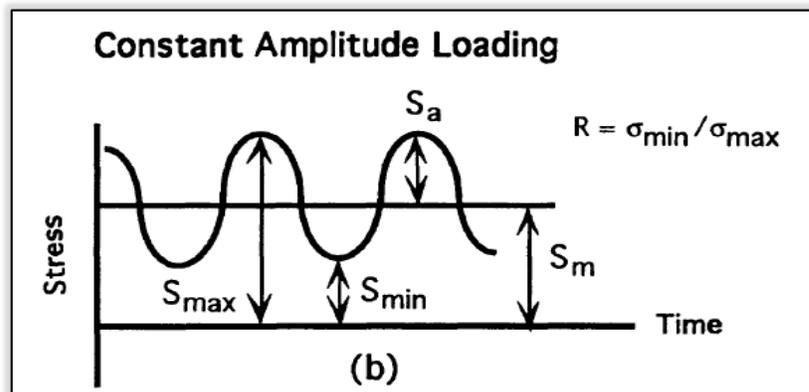


Figura 2-9 Carga de Amplitud Constante.
(Farahmand, 1997).

De acuerdo con la Figura 2-9, existen 5 parámetros (esfuerzos) que pueden definir el tipo de carga.

- σ_m Esfuerzo Medio o Estado Estacionario.
- σ_a Amplitud del Esfuerzo Variable o Alterno.
- σ_{max} Esfuerzo Máximo.
- σ_{min} Esfuerzo Mínimo.
- R Relación de Esfuerzo.



CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

Los ciclos de las tensiones aplicadas pueden ser caracterizados por las ecuaciones (2.4) y (2.5) mediante un esfuerzo máximo σ_{max} y un esfuerzo mínimo σ_{min} , esto con la finalidad de tomar en cuenta el efecto de los esfuerzos combinados (σ_a y σ_m), y con el fin de proponer el mejor criterio de diseño.

$$\sigma_m = \frac{1}{2}(\sigma_{max} + \sigma_{min}) \dots\dots\dots Ecuación 2-4$$

$$\sigma_a = \frac{\Delta\sigma}{2} = \frac{1}{2}(\sigma_{max} - \sigma_{min}) \dots\dots\dots Ecuación 2-5$$

Cabe mencionar, que el término Esfuerzo Alternante es usado por algunos autores y tiene el mismo significado como Amplitud de Esfuerzo, por lo que, también es útil tener en cuenta las siguientes ecuaciones:

$$\sigma_{max} = \sigma_m + \sigma_a \dots\dots\dots Ecuación 2-6$$

$$\sigma_{min} = \sigma_m - \sigma_a \dots\dots\dots Ecuación 2-7$$

Además de los parámetros mencionados, existen otros parámetros comúnmente usados como son:

$\Delta\sigma$ Rango de Esfuerzos.

A Relación de Amplitud.

Esta última se define como “Relación de Amplitud”, el cual se obtiene como el cociente de la tensión alterna y la tensión media. Ecuación 2-8.

$$A = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} \dots\dots\dots Ecuación 2-8$$

Por otra parte, los parámetros A y R están vinculadas por las ecuaciones 2-9 y 2-10.

$$R = \frac{1-A}{1+A} \dots\dots\dots Ecuación 2-9$$

$$A = \frac{1-R}{1+R} \dots\dots\dots Ecuación 2-10$$

CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

Donde "R" es la relación de esfuerzos, también conocida como Coeficiente de Ciclo, Tasa de Variación del Esfuerzo o Relación de Carga. Además es frecuentemente usada en la literatura con el fin de determinar el tipo de ensayo de fatiga o el tipo de análisis; es decir, las cargas completamente invertidas corresponden a una relación "R" negativa y las cargas pulsantes a valores positivos para el caso de tensión.

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \dots\dots\dots Ecuación 2-11$$

Finalmente, el Rango de Esfuerzos está definido como la diferencia del Esfuerzo Máximo y el Esfuerzo Mínimo:

$$\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min} = 2\sigma_a \dots\dots\dots Ecuación 2-12$$

Para (Haibach, 2003), el diagrama de Haigh, ésta basado en un esfuerzo normal y se clasifica en cuatro regímenes dependiendo el valor de "R", tal como se aprecia en el Figura 2.10.

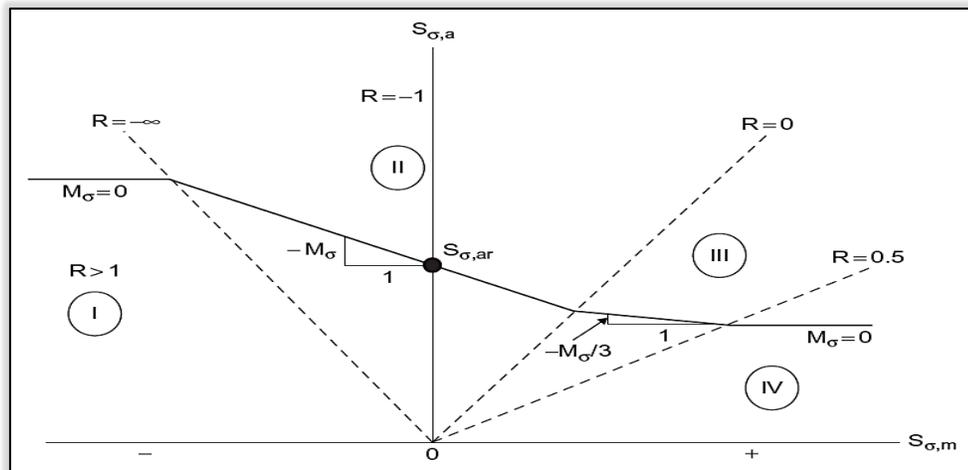


Figura 2-10 Diagrama de Haigh Efecto de los Esfuerzos Medios en un Esfuerzo Normal. (Yung-Li, Mark E., & Hong-Tae, 2012).

Otra descripción más detallada se muestra en el **Apéndice K**.



CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

Donde:

- Régimen 1 Es aplicado para la relación de Esfuerzo $R > 1$ donde el esfuerzo máximo y mínimo están bajo compresión.
- Régimen 2 Es aplicado a el caso de $-\infty \leq R \leq 0$, donde $R = -\infty$ es el esfuerzo de Cero a Compresión con un esfuerzo mínimo cero.
- Régimen 3 Es para $0 < R < 0.5$, donde el esfuerzo máximo y mínimo están bajo tensión.
- Régimen 4 Es para $R \geq 0.5$, el régimen de altos esfuerzos de tensión alterna.

No obstante, los casos más importantes en el análisis de fatiga según (Roesler, Harders, & Baeker, 2007) son:

- El Esfuerzo Completamente Invertido
- Cero a Tensión
- Cero a Compresión

En la Tabla 2-1 se muestran los casos con su respectiva situación.

Situación	Esfuerzo Medio	Relación de Esfuerzo	Relación de Amplitud
Completamente Invertida	$\sigma_m = 0$	$R = -1$	$A = \infty$
Cero a Máximo	$\sigma_{min} = 0$	$R = 0$	$A = 1$
Cero a Mínimo	$\sigma_{max} = 0$	$R = -\infty$	$A = 0$

Tabla 2-1. Relaciones de Amplitud y Esfuerzo.
(Julie A. Bannantine, 1989).

Una tabla más detallada se puede observar en el **Apéndice C**, donde además se resumen otros casos más comunes para valores de "R".

2.2.2.1 ESFUERZOS COMPLETAMENTE INVERTIDOS.

La carga presente en la Figura 2-11 es un esfuerzo de forma sinusoidal completamente invertida, el cual tiene una relación de esfuerzo $R = -1$ cuando el esfuerzo medio es nulo $\sigma_m = 0$.

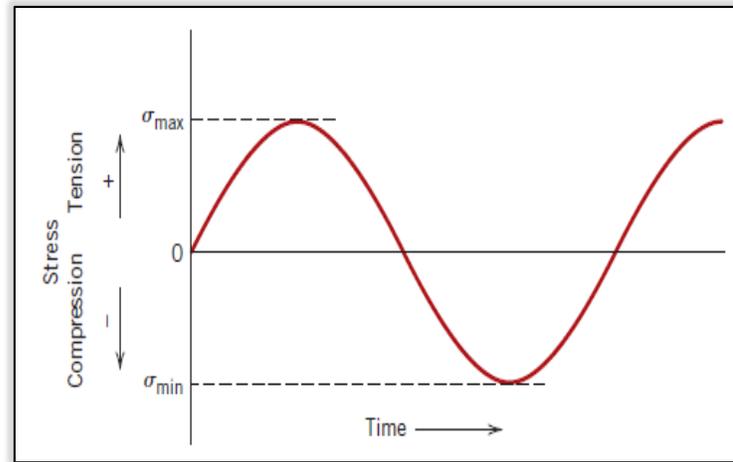


Figura 2-11 Esfuerzos Completamente Invertidos $\sigma_m=0$ y $R=-1$
(Callister Jr, 2007).

Es decir, si $\sigma_{\min} = -\sigma_{\max}$ entonces, implica que al sustituir en las ecuaciones para el esfuerzo medio y el esfuerzo alterno resulte lo siguiente:

$$\sigma_m = \frac{1}{2}(\sigma_{\max} - \sigma_{\max}) = 0$$

$$\sigma_a = \frac{1}{2}(\sigma_{\max} - (-\sigma_{\max})) = \sigma_{\max}$$

En otras palabras, el esfuerzo de tensión máxima es igual al esfuerzo de compresión máxima, de ahí que recibe el nombre de esfuerzo alterno o esfuerzo completamente invertido.

Su principal característica es que entra en un régimen de tracción y compresión, razón por la cual se denota como invertido.

2.2.2.2 CERO A MÁXIMO

También se conoce como esfuerzo cero – tensión y se caracteriza por tener un esfuerzo mínimo nulo $\sigma_{min} = 0$ y una relación de carga $R = 0$, también denominado tensión de tracción, pulsante o repetida (Figura 2-12). Cualquier otra combinación se le conoce como esfuerzo fluctuante o esfuerzo de tracción fluctuante.

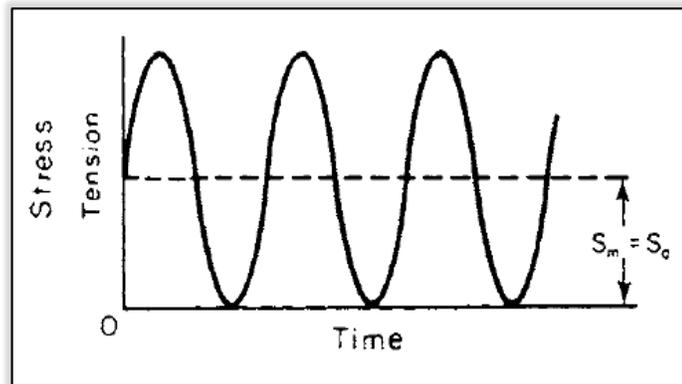


Figura 2-12 Esfuerzo Cero a Tensión $\sigma_{min} = 0$ y $R = 0$.
(P. G., 1970).

Para este caso, si $\sigma_{min} = 0$, entonces implica que al sustituir en las ecuaciones de esfuerzo medio y esfuerzo alterno resulte lo siguiente:

$$\sigma_m = \frac{1}{2}(\sigma_{max} + 0) = \frac{1}{2}\sigma_{max}$$

$$\sigma_a = \frac{1}{2}(\sigma_{max} - 0) = \frac{1}{2}\sigma_{max}$$

De esta forma se comprueba que $\sigma_m = \sigma_a$, sin embargo, cuando la componente de tensión media σ_m no es nula, es decir, $\sigma_m \neq 0$ se debe hacer uso de un criterio de esfuerzo medio a fin de obtener una tensión alterna equivalente, la cual será llevada a la curva de Wöhler para obtener el número de ciclos de vida en fatiga, tal como se describen en este trabajo.

2.2.2.3 CERO A MÍNIMO.

Hasta aquí, se sabe que las tensiones medias y alternas influyen en el comportamiento a fatiga de los materiales, especialmente se ha mencionado que la componente media de tensión produce una reducción de la capacidad de resistencia frente a tensiones alternas, sin embargo, para el caso de compresión mejora la resistencia a la fatiga.

De modo similar al esfuerzo cero a tensión, este tipo de carga cíclica es completamente a compresión (Figura 2-13). Además de que difieren en el sentido de aplicación de las cargas su vida en fatiga es más prolongada.

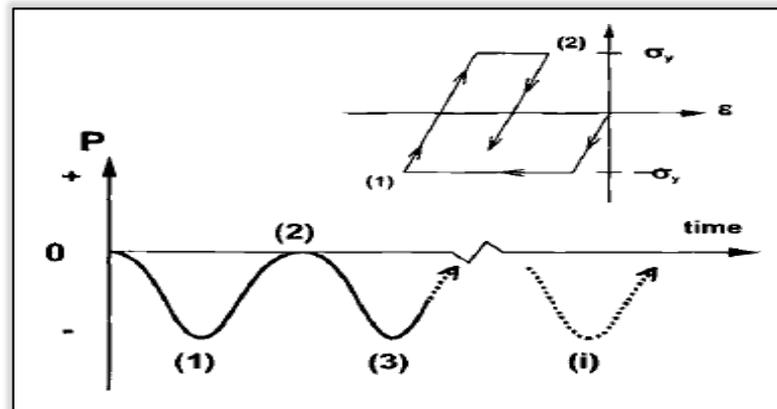


Figura 2-13 Carga en Compresión Cíclica Aplicada de una Muesca.
(R. Daniewicz, Schwalbe, & C. Newman, 2005)

En otras palabras, si $\sigma_{max} = 0$, entonces implica que al sustituir en las ecuaciones de esfuerzo medio y esfuerzo alterno resulte lo siguiente:

$$\sigma_m = \frac{1}{2}(0 + \sigma_{min}) = \frac{1}{2}\sigma_{min}$$

$$\sigma_a = \frac{1}{2}(0 - \sigma_{min}) = -\frac{1}{2}\sigma_{min}$$

De esta forma se comprueba que $\sigma_a = -\sigma_m$, el signo negativo es una muestra clara de que se encuentra en un régimen de compresión.

2.3 CRITERIOS PARA TENSIONES MEDIAS DE TRACCIÓN

Ya se ha dicho, que los componentes y estructuras están sujetos a cargas cíclicas con la presencia de esfuerzos medios y alternos. La tensión media por su parte ha demostrado tener un efecto marcado en el Límite de Resistencia, por lo que una vez que el esfuerzo de fluencia ha sido excedido localmente y la deformación plástica alterna hecha un esfuerzo de tensión media se aceleran los mecanismo de fractura por fatiga (Soboyejo, 2002).

Para ello, es necesario un criterio adicional que tome en cuenta el efecto de los esfuerzos combinados (σ_a y σ_m) con el objetivo de identificar los parámetros que afectan la vida en fatiga. **Apéndice F.**

No obstante, se han sugerido algunos métodos por el énfasis en su búsqueda del esfuerzo de tensión media y el esfuerzo tensión alterna (Esfuerzos Combinados) con respecto a la vida en fatiga (Pelleg, 2013), es así, que los primeros modelos en tomar en cuenta el efecto de los esfuerzos medios fueron sugeridos por autores como Gerber (1874), Goodman (1899), Haigh (1917), Soderberg (1930) y Morrow (1968), quienes representaban datos empíricos en “gráficos de vida constante” (σ_a y σ_m) como se ilustra en la Figura 2-14 (Yung-Li, Mark E., & Hong-Tae, 2012).

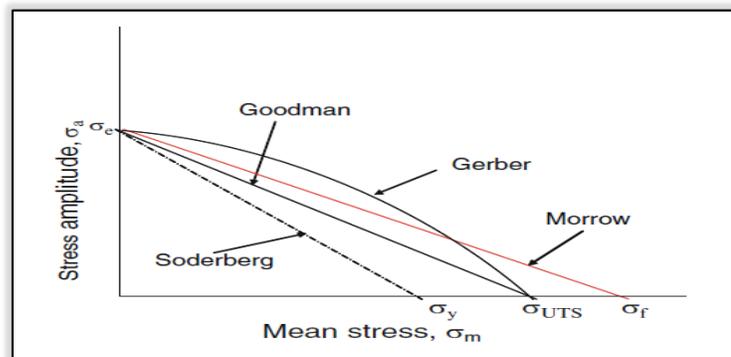
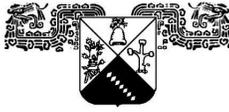


Figura 2-14 Diagrama de Amplitud del Esfuerzo y Esfuerzo Medio por Varios Enfoques. (Pelleg, 2013).



CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

Cabe mencionar, que los “gráficos de vida constante” son referidos como “Diagrama de Haigh” en Alemania, mientras en Norte América reciben el nombre de “diagrama de Goodman”.

Sin duda alguna, una alternativa es establecer un criterio de falla por fatiga con el propósito de que los valores de los esfuerzos combinados aplicados σ_a y σ_m se utilicen para calcular el “esfuerzo alternante equivalente (S_N^{eq})”. Algunos autores como (E. Dowling, 2013) lo describen como “amplitud de esfuerzo completamente invertido equivalente”, ahora bien, tomando como modelo a la ecuación de Soderberg se obtiene la ecuación 2-13.

$$\frac{\sigma_a}{S_N^{eq}} + \frac{\sigma_m}{S_y} = \frac{1}{n} \dots\dots\dots Ecuación 2-13$$

Donde:

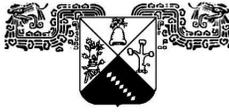
- σ_a Amplitud del Esfuerzo.
- σ_m Esfuerzo Medio.
- S_y Resistencia a la Fluencia.
- n Factor de Seguridad.
- S_N^{eq} Esfuerzo Alternante Equivalente.

Para verificar si existe fallo por fatiga se debe comparar la **Tensión Estática Equivalente** σ_{eqm} con el límite estático asociado al criterio con el que se ha determinado, S_y para el Criterio de Soderberg, S_u para el Criterio de Goodman, de esta forma, la ecuación de Soderberg adquiere la siguiente forma:

$$\sigma_{eqm} = \sigma_m + \frac{S_y}{S_N^{eq}} \sigma_a \dots\dots\dots Ecuación 2-14$$

Mientras la **Tensión Alterna Equivalente** σ_{eqa} adquiere la siguiente forma:

$$\sigma_{eqa} = \sigma_a + \frac{S_N^{eq}}{S_y} \sigma_m \dots\dots\dots Ecuación 2-15$$



CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

Resumiendo lo planteado, una variedad de ecuaciones (criterios), han sido propuestas con la finalidad de acercarse más a la tendencia central de datos de este tipo, además de modelar el efecto de los esfuerzos medios en el comportamiento de fatiga de los metales.

Aun cuando numerosos modelos han sido desarrollados para tomar en cuenta el efecto de los esfuerzos medios en la resistencia a la fatiga, cuatro formulas son comúnmente usadas y elegidas por discusión:

- Criterio de Goodman
- Criterio de Morrow
- Criterio de Smith Watson Topper (SWT)
- Criterio de Walker

Por otra parte, el estado del arte muestra que se han realizado varios intentos para proponer reglas adecuadas para predecir el efecto de los esfuerzos medios en fatiga, de tal forma que, casi todos los criterios propuestos se pueden resumir de manera concisa usando una ecuación general conocida como ecuación de Marin (Susmel, 2009).

$$\left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{0,R=-1}}\right)^n + \left(f \frac{\sigma_{s,m}}{\sigma_{UTS}}\right)^m = 1 \dots\dots\dots \text{Ecuación 2-16}$$

Donde:

$\sigma_{0,R=-1}$ Es usado aquí para denotar el Límite de Fatiga generado bajo carga completamente invertida.

σ_{UTS} Es la Resistencia Última.

f, m y n Son constantes que toman diferentes valores de acuerdo a la consideración del modelo de daño en fatiga.



Es así, como existen diversos criterios para aproximar los resultados de los ensayos mediante expresiones analíticas sencillas, es decir, para definir las líneas que separan la zona de fallo de la que no presenta fallo.

A continuación se presentan algunos principales criterios que son derivados de la Ecuación de Marin con sus respectivas características.

2.3.1 CRITERIO DE KECECIOGLU

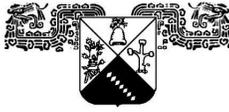
Existen otros criterios, como el de la Elipse, el de Kececioglu, Chester y Dodge, que dependen de un exponente “s” que es preciso obtener para cada material.

La expresión de Kececioglu está dada por la Ecuación 2-17:

$$\left(\frac{n\sigma_a}{S_N^{eq}}\right)^s + \left(\frac{n\sigma_m}{S_u}\right)^2 = 1 \dots\dots\dots \text{Ecuación 2-17}$$

Donde:

- σ_a Amplitud del Esfuerzo.
- σ_m Esfuerzo Medio.
- S_N^{eq} Esfuerzo Alternante Equivalente.
- S_u Esfuerzo Último.
- n Factor de Seguridad.
- s Propiedad del Material.



2.3.2 CRITERIO DE DIETMAN

La Parábola de Dietman se obtiene de la ecuación de Marín cuando $f = 1, m = 1$ y $n = 2$, (Susmel, 2009).

$$\left(\frac{n\sigma_a}{S_N^{eq}}\right)^2 + \left(\frac{n\sigma_m}{S_u}\right) = 1 \dots\dots\dots Ecuación 2-18$$

Donde:

- σ_a Amplitud del Esfuerzo.
- σ_m Esfuerzo Medio.
- S_N^{eq} Esfuerzo Alternante Equivalente.
- S_u Esfuerzo Último.
- n Factor de Seguridad.

Una representación gráfica de la curva de Dietman es la que se muestra en la Figura 2-15.

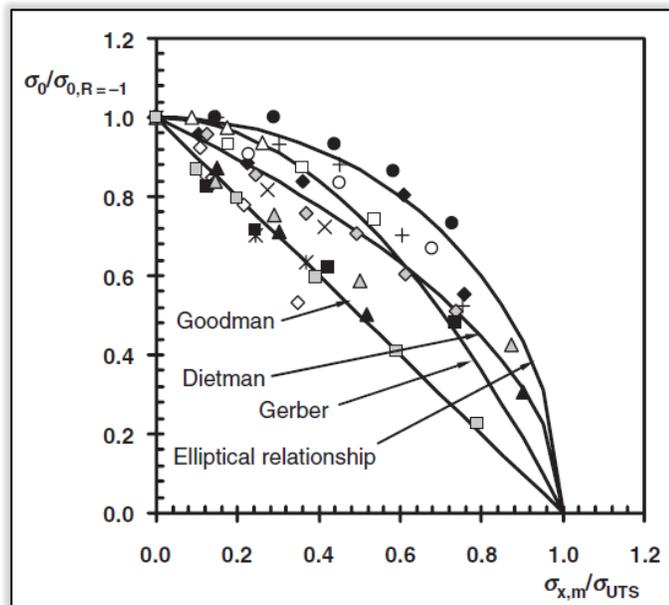


Figura 2-15 Gráfico de la Parábola de Dietman. (Susmel, 2009).

2.3.3 CRITERIO DE LANGER O DE FLUENCIA

Un criterio menos conservador que se utiliza frecuentemente para materiales dúctiles consiste en añadir a la línea de Goodman o a otros criterios la condición de fluencia regida por la Ecuación 2-19.

$$\frac{\sigma_a}{S_y} + \frac{\sigma_m}{S_y} = \frac{1}{n} \dots\dots\dots \text{Ecuación 2-19}$$

Donde:

σ_a Amplitud del Esfuerzo.

σ_m Esfuerzo Medio.

S_y Esfuerzo Fluencia.

n Factor de Seguridad.

La Figura 2-16 muestra la representación de la Línea de Fluencia.

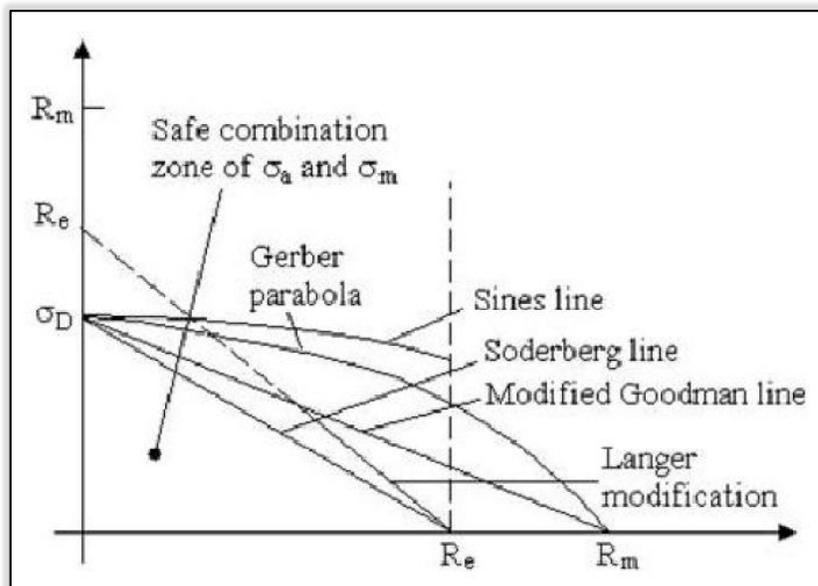


Figura 2-16 Gráfica de Langer. (Lalanne, 1999).

2.3.4 CRITERIO DE GERBER

Cabe mencionar que tanto para Goodman y Gerber, los puntos que superan la tensión de fluencia no son considerados necesariamente como fallos, ya que son criterios de rotura, es así, como la Parábola de Gerber se puede obtener de la ecuación de Marín cuando $f = 1, m = 2$ y $n = 1$.

$$\frac{n\sigma_a}{S_N^{eq}} + \left(\frac{n\sigma_m}{S_u}\right)^2 = 1 \dots\dots\dots \text{Ecuación 2-20}$$

Donde:

- σ_a Amplitud del Esfuerzo.
- σ_m Esfuerzo Medio.
- S_N^{eq} Esfuerzo Alternante Equivalente.
- S_u Esfuerzo Último.
- n Factor de Seguridad.

La relación de Gerber asume un efecto parabólico de los esfuerzos medios entre $\sigma_m = 0$ y S_u .

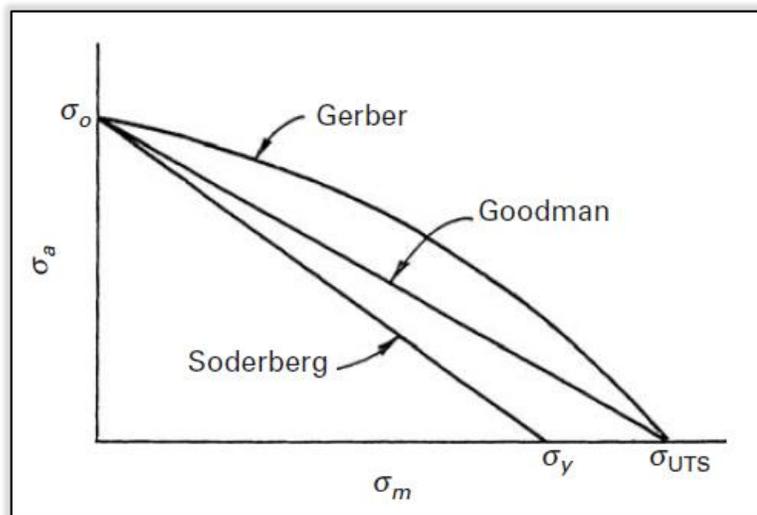


Figura 2-17 Gráfica de Gerber.
(André Meyers & Kumar Chawla, 2009).



2.3.5 CRITERIO DE GOODMAN

El criterio de Goodman es el más empleado debido a que distingue entre tensiones medias de tensión y compresión, además, considera que las tensiones medias compresivas no afectan a la vida en fatiga.

Aun, cuando prevalece el criterio de Goodman, cabe mencionar que tiene una grave desventaja, debido a que sobrestima la influencia del esfuerzo medio en la resistencia del metal (Stephes et al, 2001).

Goodman propuso el criterio y la línea recta que lleva su nombre como se muestra en la Figura 2-18, además, se sabe que la ley de Goodman tiende a dar valores más conservativos (W. D., 1965), y la relación que describe dicha línea es la Ecuación 2-21:

$$\frac{\sigma_a}{S_N^{eq}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_u} = \frac{1}{n} \dots\dots\dots \text{Ecuación 2-21}$$

Donde:

- σ_a Amplitud del Esfuerzo.
- σ_m Esfuerzo Medio.
- S_N^{eq} Esfuerzo Alternante Equivalente.
- S_u Esfuerzo Último.
- n Factor de Seguridad.

CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

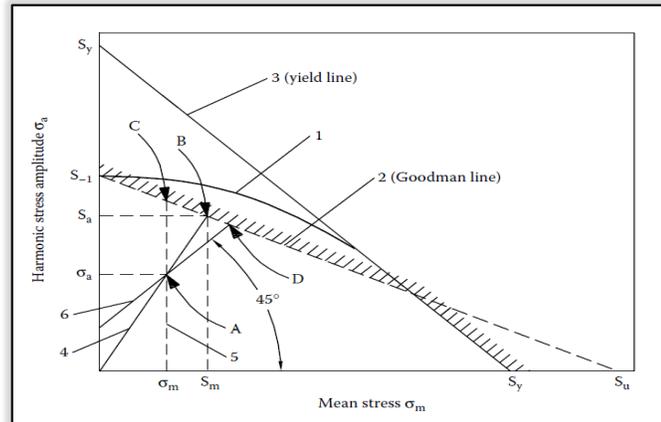


Figura 2-18 Diagrama de Goodman del Límite de Fatiga contra los Esfuerzos Medios. (M. Klebanov, M. Barlam, & E. Nystrom, 2008).

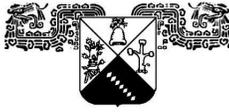
2.3.6 CRITERIO DE LÜPFERT

Lüpfert propuso una línea recta que previene el fallo con respecto al esfuerzo último, sin embargo, la Ecuación 2-22 posee un parámetro “p” que depende del material, para el caso de los materiales dúctiles es cercano a 0.4 y mayor a 1 para los frágiles.

$$\left(\frac{n\sigma_a}{S_N^{eq}}\right)^{1/p} + \left(\frac{n\sigma_m}{S_u}\right) = 1 \dots\dots\dots \text{Ecuación 2-22}$$

Donde:

- σ_a Amplitud del Esfuerzo.
- σ_m Esfuerzo Medio.
- S_N^{eq} Esfuerzo Alternante Equivalente.
- S_u Esfuerzo Último.
- p Propiedad del Material.
- n Factor de Seguridad.



2.3.7 CRITERIO DE LA ELIPSE

Establecida por Von Settings-Hencky o J. Marin Elipse (Lalanne, 1999), quienes propusieron una línea recta que previene el fallo con respecto al esfuerzo último o de fluencia la ecuación 2-23 también es llamada “Línea de la Elipse”:

$$\left(\frac{n\sigma_a}{S_N^{eq}}\right)^2 + \left(\frac{n\sigma_m}{S_y}\right)^2 = 1 \dots\dots\dots Ecuación 2-23$$

Donde:

- σ_a Amplitud del Esfuerzo.
- σ_m Esfuerzo Medio.
- S_N^{eq} Esfuerzo Alternante Equivalente.
- S_y Esfuerzo Fluencia.
- n Factor de Seguridad.

2.3.8 CRITERIO DE SINES

Sines desarrollo un criterio para fatiga multiaxial el cual combina los esfuerzos cortantes octaédricos alternos de Von Mises (ecuación 2-48) y los esfuerzos hidrostáticos (ecuación 2-49), mediante la ecuación 2-24.

$$\sigma_{eqa} + m(\sigma_{eqm}) = \sqrt{2}S_N^{eq} \dots\dots\dots Ecuación 2-24$$

Donde:

- m Coeficiente de influencia de los esfuerzo medios $m=0.5$.
- σ_{eqm} Esfuerzo Hidrostático.
- σ_{eqa} Esfuerzo Alterno Equivalente.
- S_N^{eq} Esfuerzo Alternante Equivalente.



2.3.9 CRITERIO DE BAGCI

Bagci por su parte, propuso una línea recta que previene el fallo con respecto al esfuerzo de fluencia, sin embargo, a diferencia de los demás criterios su exponente no depende del material, por lo que la línea de Bagci se relaciona con la Ecuación 2-25:

$$\left(\frac{n\sigma_a}{S_N^{eq}}\right) + \left(\frac{n\sigma_m}{S_y}\right)^4 = \frac{1}{n} \dots\dots\dots Ecuación 2-25$$

Donde:

- σ_a Amplitud del Esfuerzo.
- σ_m Esfuerzo Medio.
- S_N^{eq} Esfuerzo Alternante Equivalente.
- S_y Esfuerzo de Fluencia.

2.3.10 CRITERIO DE MORROW

Morrow, también propuso una línea recta que previene el fallo con respecto a la tensión de rotura, el estableció la ecuación 2-26 también conocida como línea de Morrow:

$$\left(\frac{\sigma_a}{S_N^{eq}}\right) + \left(\frac{\sigma_m}{S_{ur}}\right) = \frac{1}{n} \dots\dots\dots Ecuación 2-26$$

Donde:

- σ_a Amplitud del Esfuerzo.
- σ_m Esfuerzo Medio.
- S_N^{eq} Esfuerzo Alternante Equivalente.
- S_{ur} Tensión de Ruptura.
- n Factor de Seguridad.



2.3.11 CRITERIO DE SMITH

Smith propuso una línea recta que previene el fallo con respecto al esfuerzo último, sin embargo, el modelo de Smith es uno de los pocos modelos que difieren de la ecuación Marin, la ecuación 2-27 se conoce como línea de Smith.

$$\frac{n\sigma_a}{S_N^{eq}} = \frac{\left(1 - \frac{n\sigma_m}{S_u}\right)}{\left(1 + \frac{n\sigma_m}{S_u}\right)} = \dots\dots\dots Ecuación 2-27$$

Donde:

- σ_a Amplitud del Esfuerzo.
- σ_m Esfuerzo Medio.
- S_N^{eq} Esfuerzo Alternante Equivalente.
- S_u Esfuerzo Último.
- n Factor de Seguridad.

2.3.12 CRITERIO DE SODERBERG

En diseño de máquinas a fatiga no se admite habitualmente que el valor de la tensión supere el de fluencia, es por ello que Soderberg propuso la ecuación 2-28 el cual previene el fallo por fluencia:

$$\left(\frac{\sigma_a}{S_N^{eq}}\right) + \left(\frac{\sigma_m}{S_y}\right) = \frac{1}{n} \dots\dots\dots Ecuación 2-28$$

Donde:

- σ_a Amplitud del Esfuerzo.
- σ_m Esfuerzo Medio.
- S_N^{eq} Esfuerzo Alternante Equivalente.
- S_y Esfuerzo de Fluencia.



CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

n Factor de Seguridad.

En el caso de la tensión estática equivalente, la tensión media de tracción según Soderberg se obtiene mediante la ecuación 2-29:

$$\sigma_{eqm} = \sigma_m + \frac{S_y}{S_e} \sigma_a = \frac{S_y}{n} \dots\dots\dots Ecuación 2-29$$

En el caso de la tensión alterna equivalente se utiliza la ecuación 2-30:

$$\sigma_{eqa} = \sigma_a + \frac{S_e}{S_y} \sigma_m = \frac{S_e}{n} \dots\dots\dots Ecuación 2-30$$

En análisis con Elemento Finito, se recomienda utilizar el método de Goodman en lugar de Soderberg, esto se debe, a que posiblemente se trate de piezas de mayor valor añadido donde se requiera una demanda de precisión en los cálculos (Avilés R. , 2015).

Por consiguiente, se entiende que estos métodos se aplican en casos de cálculos y de diseños no muy exigentes, por lo que, el hacer uso de un método más conservador puede ser adecuado. Cabe mencionar que dicho razonamiento se puede emplear para cualquier tipo de criterio de tensiones.

De modo similar, para aceros de alta resistencia se utilizan el Criterio de Walker y de modo específico el Criterio de Smith, Watson Topper (SWT), los cuales tratan de predecir un esfuerzo alternante equivalente S_N^{eq} para una duración de N_f ciclos de vida, no obstante, estos criterios no pueden ser utilizados con una Relación de Fatiga $R=1$, es decir, en la zona **D**, donde se supone que no existe fallo por fatiga. Ver **Apéndice K**.

Otro enfoque alternativo para el caso de carga cero-tensión ($R=0$), es la ecuación 2-31 proporcionada por Walker:

$$S_N^{eq} = \sigma_{max}(1 - R)^\gamma \dots\dots\dots Ecuación 2-31$$



2.3.13 CRITERIO DE WALKER

El modelo de Walker para un esfuerzo alterno equivalente se define por tomar en cuenta diferentes condiciones de esfuerzo medio, de esta forma, dicho esfuerzo alterno equivalente es usado en la relación esfuerzo – vida (S – N).

Un enfoque diferente se le puede dar a la ecuación de Walker, siendo este la ecuación de SWT, donde se utiliza comúnmente para consolidar los datos para bajos ciclos en fatiga (LCF) calculados a diferentes relaciones de Esfuerzo R.

La ecuación es similar al Criterio de SWT, con la diferencia de que se agrega un grado de flexibilidad a través del exponente γ (Nicholas, 2006).

Donde el exponente γ de Walker es una propiedad del material.

$$S_N^{eq} = \sigma_{max}^{1-\gamma} \sigma_a^\gamma = \sigma_{max} \left(\frac{1-R}{2}\right)^\gamma = \sigma_a \left(\frac{2}{1-R}\right)^\gamma \dots\dots\dots Ecuación 2-32$$

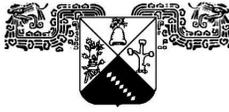
Donde:

σ_a Amplitud del Esfuerzo.

S_N^{eq} Esfuerzo Alternante Equivalente.

σ_{max} Esfuerzo Máximo

R Relación de Carga.



2.3.14 CRITERIO DE SWT

Para este Criterio, una tensión alterna equivalente es dada en términos del esfuerzo máximo y un rango de deformación, sin embargo, debido a que en altos ciclos en fatiga (HCF) se asume un comportamiento elástico, el rango de deformación y el rango de esfuerzos pueden ser usados indistintamente cuando se trata de condiciones de fluencia (Nicholas, 2006).

De ahí que, la ecuación de Walker dé como resultado la ecuación 2-33 de SWT cuando el exponente de la ecuación de Walker toma un valor de $\gamma = 0.5$ para materiales dúctiles, como recurso final resulta ser una estimación razonable en ausencia de datos de prueba (Stephes et al, 2001).

$$S_N^{eq} = \sqrt{\sigma_{max}\sigma_a} = \sigma_{max}\sqrt{\frac{1-R}{2}} = \sigma_a\sqrt{\frac{2}{1-R}} \dots\dots\dots Ecuación 2-33$$

Autores como (Nicholas, 2006), expresan la ecuación de SWT de la forma:

$$S_N^{eq} = \left(\frac{\sigma_{max}\Delta\sigma}{2}\right)^{1/2} = (\sigma_{max}\sigma_a)^{1/2} \dots\dots\dots Ecuación 2-34$$

Donde:

σ_a Amplitud del Esfuerzo.

S_N^{eq} Esfuerzo Alternante Equivalente.

σ_{max} Esfuerzo Máximo

R Relación de Carga.

Para este caso se comprende que el esfuerzo alternante equivalente S_N^{eq} no depende de alguna propiedad del material como se los demás criterios, por ejemplo el Esfuerzo de Fluencia σ_y , Esfuerzo Último σ_u , Esfuerzo de Fractura σ_f , por lo tanto, es válido decir, que el efecto del material está presente en el exponente.

2.3.15 CRITERIO DE SERENSEN

De acuerdo a Figura 2-19, la curva limitante 1 conecta a 3 puntos de control σ_N , σ_0 y σ_u . Este diagrama es graficado en coordenadas del (σ_{max}, σ_m) . Donde el punto A conforma un ciclo harmónicamente puro S_N^{eq} , y el punto B un ciclo pulsante σ_0 , tal como se observa a continuación.

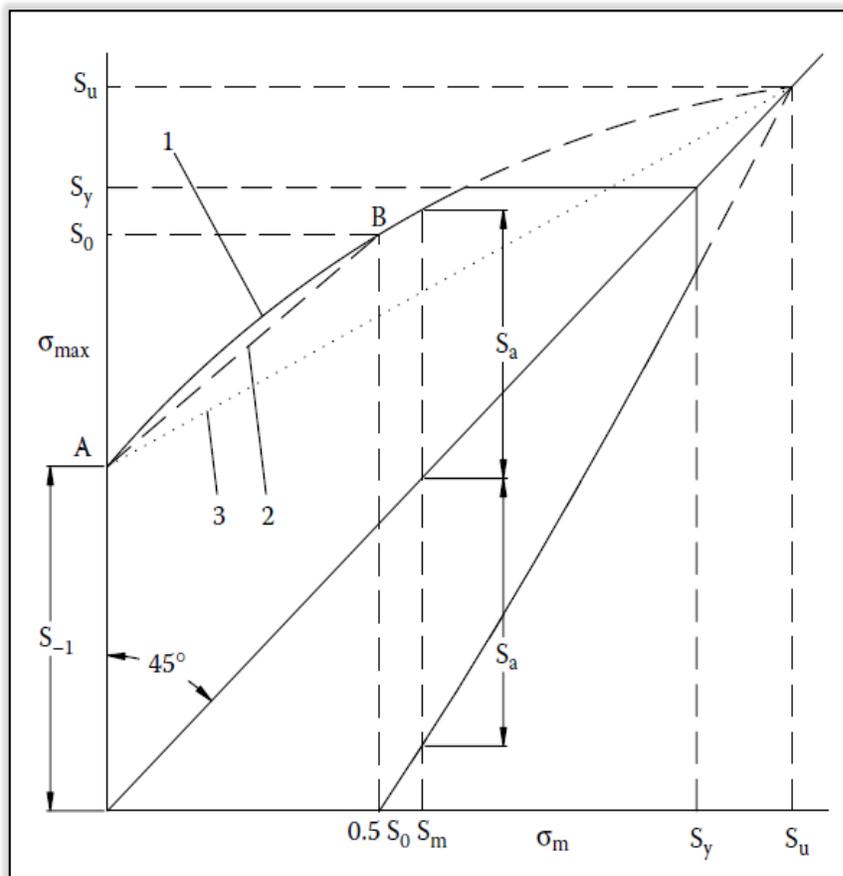


Figura 2-19 Diagrama de Serensen (M. Klebanov, M. Barlam, & E. Nystrom, 2008).

Para simplificar las ecuaciones de la porción A-B de la curva 1 se reemplaza por la línea recta 2 obteniendo la ecuación 2-35.

$$\sigma_{max} = S_N^{eq} + (1 - \Psi_\sigma)\sigma_m \dots \dots \dots \text{Ecuación 2-35}$$



CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

Donde:

$$\Psi_{\sigma} = \frac{2S_N^{eq} - \sigma_0}{\sigma_0} \dots\dots\dots Ecuación 2-36$$

Que sustituyendo $\sigma_{max} = \sigma_a + \sigma_m$ dentro de la ecuación 2-35 resulta.

$$\sigma_a = S_N^{eq} - \Psi_{\sigma} \sigma_m \dots\dots\dots Ecuación 2-37$$

Otra ecuación similar es válida para los Esfuerzos Cortantes.

$$\tau_a = \tau_N - \Psi_{\tau} \tau_m \dots\dots\dots Ecuación 2-38$$

Para muestras sin recaudación de esfuerzos los siguientes valores de Ψ_{σ} y Ψ_{τ} , han sido experimentalmente encontrados en la literatura:

- Para Aceros al Carbón: $\Psi_{\sigma} = 0.1 - 0.2$ y $\Psi_{\tau} = 0 - 0.1$.
- Para Aceros Aleados y Aleaciones Ligeras $\Psi_{\sigma} = 0.15 - 0.30$ y $\Psi_{\tau} = 0.05 - 0.15$.

En resumen el criterio de Goodman como el de Soderberg son recomendables para trabajar con modelos de elemento finito, sin embargo, la ventaja del criterio de Soderberg es que puede hacer el paso de cada una de las tensiones principales variables $(\sigma_{1a}, \sigma_{1m})$ y $(\sigma_{2a}, \sigma_{2m})$, a unas tensiones principales estáticas equivalentes $(\sigma_{1eqm}, \sigma_{2eqm})$; posteriormente, estas tensiones principales estáticas a un estado de tensión uniaxial equivalente con ayuda de un criterio de fatiga multiaxial.

En resumen, el criterio de Soderberg permite el paso de un caso de “fatiga multiaxial” a un “estado estático multiaxial” y posteriormente con ayuda de un criterio de fatiga multiaxial a un “estado estático uniaxial”.

Finalmente, este valor es comparado con el σ_{adm} , como el cociente de límite de fluencia (σ_y) y el coeficiente de seguridad (n) .

2.4 CRITERIOS PARA FATIGA MULTIAXIAL.

El diseño mecánico de las estructuras de ingeniería generalmente involucra un análisis de los campos de tensión y desplazamiento junto con un postulado que predice el evento de falla en sí.

Para el entendimiento del estado de esfuerzos y deformación en un componente o estructura es esencial realizar un análisis de fatiga, donde el cuerpo esta expresado por seis componentes de esfuerzos $(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz})$ y por seis componentes de deformación $(\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz})$ actuando en planos ortogonales X, Y e Z.

Los esfuerzos principales y el esfuerzo cortante máximo son importantes para el diseño, porque ambos son usados en expresiones de fallas comunes para calcular la capacidad de carga máxima.

Sin embargo, el análisis de fatiga multiaxial requiere el uso de criterios de fluencia más complejos, como en el caso de fatiga bajo carga combinada, donde su historial de carga para el cálculo del esfuerzo equivalente se deberá realizar por otros métodos (Figura 2-20).

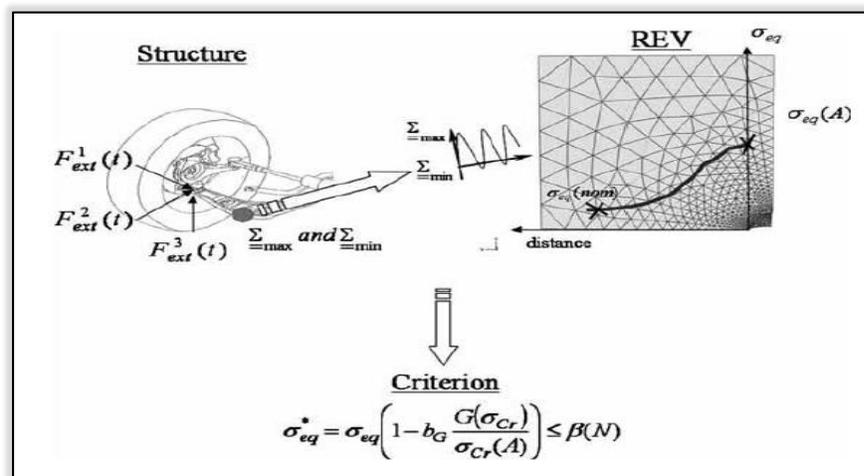


Figura 2-20 Ilustración de los Pasos Principales para Aplicar un Criterio. (Kalluri, A. McGaw, & Neimitz, 2011).



CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

Los enfoques del Esfuerzo Equivalente son extensiones del criterio de fluencia estática para fatiga. Algunas de las teorías más comunes usadas para fatiga multiaxial son:

- La Teoría del Esfuerzo Principal Máximo (Rankine).
- La Teoría del Esfuerzo Cortante Máximo (Teoría de Tresca).
- La Teoría del Esfuerzo Cortante Octaédrico (Teoría de Von Mises).

Otros autores clasifican como Criterios de Fluencia a las siguientes teorías:

- Teoría del Esfuerzo Cortante Máximo (Teoría de Tresca).
- Teoría de Energía de la Distorsión (Teoría de Von Mises).
- Teoría de Mohr – Coulomb para Materiales Dúctiles.
- Teoría de Sines.

Algunos de estos métodos serán aplicados para determinar el Esfuerzo Equivalente bajo situaciones de Carga Multiaxial (K. Bhanu , S., & Raghunath Wasudev, 2018).

Se puede incluir métodos sofisticados para determinar las distribuciones de tensión en estructuras, sin embargo, se realizan análisis teóricos detallados basados en las suposiciones simplificadas con respecto al comportamiento del material y la geometría estructural para obtener un conocimiento preciso del estado de tensión.

Por su parte, para las estructuras complicadas o situaciones de carga complejas, son preferibles los métodos experimentales o numéricos, luego de realizar el análisis de tensión, se selecciona un criterio de falla adecuado para evaluar la resistencia y la integridad del componente.

Cabe mencionar, que en una prueba a tensión de un material dúctil realizado en laboratorio, existen seis magnitudes que, cuando inicia la fluencia, se alcanzan simultáneamente, tomando cada una de ellas un valor determinado.



CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

Algunas teorías comunes son:

- El Esfuerzo Principal Máximo (Rankine), este esfuerzo principal es máximo y alcanza el límite de fluencia a tensión del material, en efecto las otras dos son nulas.

$$\sigma_1 = \sigma_y \dots \dots \dots \text{Ecuación 2-39}$$

- El Esfuerzo Cortante Máximo (Tresca) toma el valor de:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_y}{2} \dots \dots \dots \text{Ecuación 2-40}$$

- La Deformación Longitudinal Unitaria Máxima:

$$\epsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} \dots \dots \dots \text{Ecuación 2-41}$$

- La Energía de Deformación Absorbida por Unidad de Volumen:

$$W_y = \frac{1}{2} \sigma_y \epsilon_y = \frac{\sigma_y^2}{2E} \dots \dots \dots \text{Ecuación 2-42}$$

- La Energía de Distorsión (Von Mises), la energía debida al cambio de forma, absorbida por unidad de volumen:

$$W_d = \frac{1+\nu}{3E} \sigma_y^2 = \frac{\sigma_y^2}{6G} \dots \dots \dots \text{Ecuación 2-43}$$

- El Esfuerzo Tangente Octaédrico alcanza el valor:

$$\tau_0 = \frac{\sqrt{2}}{3} \sigma_y = 0.47 \sigma_y \dots \dots \dots \text{Ecuación 2-44}$$



2.4.1 TEORIA DE LA ENERGIA DE DEFOMACION CORTANTE (VON MISES).

Este criterio fue propuesto originalmente por Huber y lo expreso como “Cuando la expresión...

$$\frac{\sqrt{2}}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]^{1/2} > \sigma_0 \dots\dots\dots \text{Ecuación 2-45}$$

Entonces el material fluirá plásticamente” (André Meyers & Kumar Chawla, 2009), donde el término a la izquierda es conocido como esfuerzo efectivo, dicho criterio fue iniciado por Von Mises sin interpretación física y hoy, es aceptado para expresar el valor crítico de la componente de distorsión (o Cortante) de la energía de deformación de un cuerpo.

El criterio de la densidad de energía de distorsión, de Von Mises establece que la fluencia inicia cuando la densidad de energía de distorsión en un punto es igual a la densidad de energía de distorsión de una prueba uniaxial en tensión o compresión.

En el caso de fatiga de larga duración, el esfuerzo de fluencia (σ_y) es reemplazado por el límite de resistencia de fatiga del material (σ_e) o la amplitud del esfuerzo de fractura (σ_f) (Ellyin, 1997).

Dicho valor obtenido (σ_{Mises}) puede ser directamente usado para comparar la carga interna con la capacidad de un componente σ_u (Esfuerzo Último de Tensión). En un proceso de diseño, las relaciones $\frac{\sigma_{Mises}}{\sigma_{Yield}}$ y $\frac{\sigma_{Mises}}{\sigma_{Tensile}}$ son usados para evaluar la integridad de un diseño.

Las relaciones deberían ser al menos más pequeñas que la unidad, sin embargo, en la mayoría de los casos son aplicados factores de seguridad adicionales (Tinga, 2013).



CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

El criterio del esfuerzo normal es asumido para ser válido cuando se usa el esfuerzo promedio para evaluar la resistencia del material, visto de otra forma, ahora el “Esfuerzo Equivalente de Von Mises” es considerado alternativamente como:

$$\sigma_{VM} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2} \dots\dots\dots \text{Ecuación 2-46}$$

De acuerdo a esta teoría, existen dos enfoques para determinar el concepto de esfuerzo equivalente, el primer enfoque y el más simple asume que las componentes del esfuerzo multiaxial pueden ser convertidas a un solo Esfuerzo Equivalente σ_{eq} , de tal forma que, el problema puede ser tratado como un problema de fatiga uniaxial (M. Khonsari & Amiri, 2013).

Un segundo enfoque es determinar las llamadas Tensiones Principales Equivalentes, es decir, el Esfuerzo Estático Equivalente y el Esfuerzo Alterno Equivalente, que haciendo uso las ecuaciones de esfuerzo medio se obtienen una solución.

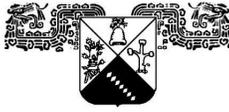
En cuanto a las Tensiones Uniaxiales Equivalentes, estas se obtienen usando una apropiada teoría de falla, por lo tanto, para un sistema en que los tres esfuerzos principales varían periódicamente en fase entre un valor máximo y un valor mínimo, dichas componentes de las tensiones principales equivalentes serán calculadas usando las ecuaciones 2-47 y 2-48 referentes a la teoría de la energía de distorsión (V. Duggan & Byrne, 1977).

$$\sigma_{eqm} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{[(\sigma_{m1} - \sigma_{m2})^2 + (\sigma_{m2} - \sigma_{m3})^2 + (\sigma_{m3} - \sigma_{m1})^2]}. \text{Ecuación 2-47}$$

$$\sigma_{eqa} = \frac{1}{\sqrt{2}} [(\sigma_{a1} - \sigma_{a2})^2 + (\sigma_{a2} - \sigma_{a3})^2 + (\sigma_{a3} - \sigma_{a1})^2]^{1/2} \dots\dots \text{Ecuación 2-48}$$

Donde σ_{eqm} es conocido como Esfuerzo Medio Equivalente y σ_{eqa} como Esfuerzo Alterno Equivalente. Otra forma de obtener el Esfuerzo Medio Equivalente es como la suma de los Esfuerzos Normales Medios.

$$\sigma_{eqm} = \sigma_{m1} + \sigma_{m2} + \sigma_{m3} \dots\dots\dots \text{Ecuación 2-49}$$



CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

Por su parte la ecuación 2-49 existe debido a que la suma de tensiones normales representa una invariante de tensiones, es decir, una cantidad de tensiones independiente de los ejes de coordenadas utilizados.

De esta forma, tanto la Tensión Equivalente de Tresca como la Tensión Equivalente de Von Mises son insensibles a una tensión hidrostática, donde $\sigma_{m1} = \sigma_{m2} = \sigma_{m3}$ resultan ser iguales, por lo tanto, si la tensión media es hidrostática la ecuación 2 – 47 resulta ser cero ($\sigma_{eqm} = 0$), dado que se ha observado que la vida en fatiga es sensible al esfuerzo hidrostático, el uso de la ecuación 2 – 49 es útil para este caso (Stephes et all, 2001).

Mientras el caso de torsión la siguiente ecuación es válida de acuerdo al **Apéndice G.**

$\sigma_y = \sqrt{3}\tau_y$ Ecuación 2-50

Para simplificar la ecuación 2 – 46 se debe tener un valor de $\sigma_3 = 0$, donde se obtiene el caso especial de esfuerzo plano. Ecuación 2-51.

$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2 = \sigma_y^2$ Ecuación 2-51

Mientras que para el esfuerzo cortante bidireccional planar se tiene:

$\sigma_y = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$ Ecuación 2-52

Recordemos que en fatiga multiaxial siempre se debe establecer un Esfuerzo Equivalente Estático (σ_{eqm}), en consecuencia, es necesario establecer un criterio para tensiones medias. En síntesis, si se toma la ecuación 2 – 29 de Soderberg para el Esfuerzo Estático Equivalente.

$$\sigma_{eqm} = \sigma_m + \frac{S_y}{S_e} \sigma_a$$

Y se sustituye en la ecuación 2-51 para el caso de Esfuerzo Plano se llega a **la Tensión Uniaxial Estática Equivalente de Soderberg – Von Mises:**

$\sigma_{eqmSVM} = (\sigma_{1eqm}^2 + \sigma_{2eqm}^2 - \sigma_{1eqm}\sigma_{2eqm})^{0.5}$ Ecuación 2-53



CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

De forma similar, se puede hacer uso de la ecuación 2-52, la ventaja de esta ecuación es la presencia de un esfuerzo cortante que permite tratar casos de esfuerzos combinados multiaxiales de tensión y cortante, como si fueran resultado de tensión pura.

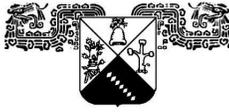
De aquí, la importancia del “Principio de Superposición” el cual establece que el efecto de la aplicación de una fuerza a una estructura es independiente de la existencia o no de otras fuerzas aplicadas a la estructura, dando, el mismo resultado si se analizan de forma independiente o no.

De acuerdo a lo anterior, la ecuación para esfuerzo bidireccional planar se puede reescribir en términos del Esfuerzo Estático Equivalente σ_{eqm} y el Esfuerzo Cortante Estático Equivalente τ_{eqm} , para obtener la **Tensión Uniaxial Estática Equivalente de Soderberg – Von Mises:**

$$\sigma_{eqmSVM} = \sqrt{\sigma_{eqm}^2 + 3\tau_{eqm}^2} \dots\dots\dots Ecuación 2-54$$

Ante esta formulación, la ecuación 2-52 puede ser interpretada como función de algún criterio para tensiones medias; como resultado adquiere la siguiente expresión de acuerdo con la ecuación 2-54 con Soderberg:

$$\sigma_{eqmSVM} = \left(\left(\sigma_m + k_f \frac{S_y}{S_e} \sigma_a \right)^2 + 3 \left(\tau_m + k_{fs} \frac{S_y}{S_e} \tau_a \right)^2 \right)^{0.5} \dots\dots\dots Ecuación 2-55$$



2.4.2 CRITERIO DEL ESFUERZO CORTANTE MÁXIMO (TRESCA).

De acuerdo con el criterio de Tresca, la fluencia ocurre cuando el Esfuerzo Cortante Máximo alcanza el esfuerzo cortante en el punto de fluencia en tensión uniaxial, es decir.

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_0}{2} \dots\dots\dots Ecuación 2-56$$

En otras palabras, menciona que la plastificación se alcanza cuando la tensión tangencial máxima en un punto de un sólido alcanza un valor igual a la mitad del límite elástico obtenido en el ensayo de tracción del material, razón por la cual también se le conoce como **Criterio de Máxima Tensión Tangencial**.

Hay que señalar que para el Esfuerzo de Fluencia en Cortante τ_y de un material dado, puede ser obtenido directamente desde una prueba en cortante simple como un tubo de pared delgada en torsión (Probeta). Sin embargo en la literatura solo están disponibles las resistencias uniaxiales de las pruebas de tensión, por lo que resulta más conveniente calcular τ_y desde σ_y , de aquí, resulta la Ecuación 2-57.

$$\frac{\sigma_y}{2} = \tau_y \dots\dots\dots Ecuación 2-57$$

La afirmación anterior propone que los Esfuerzos Cortantes Principales pueden ser obtenidos de los Esfuerzos Normales Principales, mediante las siguientes ecuaciones.

$$\frac{|\sigma_2 - \sigma_3|}{2} = \tau_1 \dots\dots\dots Ecuación 2-58$$

$$\frac{|\sigma_1 - \sigma_3|}{2} = \tau_2 \dots\dots\dots Ecuación 2-59$$

$$\frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{2} = \tau_3 \dots\dots\dots Ecuación 2-60$$

CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

Para los esfuerzos principales son ordenados $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$, se obtiene la ecuación 2-61:

$$\tau = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{\sigma_y}{2} \dots\dots\dots \text{Ecuación 2-61}$$

Además, este valor es fácil calcular con ayuda del Círculo de Mohr, tal como se muestra en la figura 2-21, de ahí, que la ecuación 2-62 puede ser escrita en términos de los Esfuerzos Cortantes.

$$\frac{\sigma_y}{2} = \max(\tau_1, \tau_2, \tau_3) \dots\dots\dots \text{Ecuación 2-62}$$

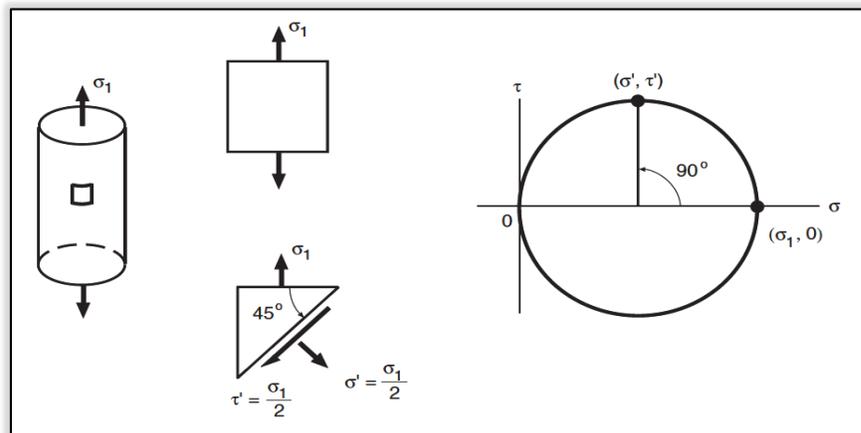


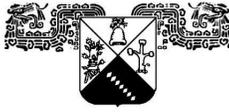
Figura 2-21 El Máximo Esfuerzo Cortante en una prueba de Tensión Uniaxial. (E. Dowling, 2013).

Respecto al esfuerzo bidireccional planar, esta se obtiene a partir de la ecuación 2-63, que al mismo tiempo resulta ser la misma expresión para obtener la magnitud del radio para el Círculo de Mohr:

$$\tau_y = \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2} \dots\dots\dots \text{Ecuación 2-63}$$

Ahora, asumiendo que la cortadura máxima es la mitad de la tensión normal, la ecuación 2-64 resulta de sustituir la ecuación 2-57 para el caso de torsión $\sigma_y = 2\tau_y$ en la ecuación 2-63 obteniendo la siguiente relación.

$$\sigma_y = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \dots\dots\dots \text{Ecuación 2-64}$$



CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

Al igual que el criterio de Von Mises para Fatiga Multiaxial, en el criterio de Tresca también se debe obtener un Esfuerzo Estático Equivalente (σ_{eqm}), en todo caso, la ecuación 2-65 es necesaria como criterio adicional para tensiones medias.

$$\sigma_{eqm} = \sigma_m + k_f \frac{S_y}{S_e} \sigma_a \dots\dots\dots \text{Ecuación 2-65}$$

Mientras, el Esfuerzo Cortante Equivalente se obtiene con la ecuación 2-66.

$$\tau_{eqm} = \tau_m + k_{fs} \frac{\tau_y}{\tau_e} \tau_a \approx \tau_{eqm} = \tau_m + k_{fs} \frac{S_y}{S_e} \tau_a \dots\dots\dots \text{Ecuación 2-66}$$

Cabe decir, que tanto la ecuación 2-65 y 2-66 presentan un Coeficiente de Concentración de Tensiones para fatiga a Tensión Normal k_f y Torsión k_{fs} distinto de 1 siempre y cuando exista cambios de sección. En cuanto a la Cortadura Máxima de Tresca, está relación se obtiene substituyendo la ecuación 2-65 y 2-66 en la ecuación 2-63.

$$\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{eqm}}{2}\right)^2 + \tau_{eqm}^2} \dots\dots\dots \text{Ecuación 2-67}$$

De manera similar, la ecuación 2-67 presenta un esfuerzo cortante como su homologó la ecuación 2-54, en tal caso, ambos enfoques permiten tratar casos de esfuerzos combinados multiaxiales de tensión y cortante. Además, se mencionó en párrafos anteriores, que la cortadura máxima se encuentra a la mitad de la tensión normal; que substituyendo la ecuación 2-57 en 2-67 se obtiene la **Tensión Uniaxial Estática Equivalente de Soderberg – Tresca:**

$$\sigma_{eqmST} = \sqrt{\sigma_{eqm}^2 + 4\tau_{eqm}^2} \dots\dots\dots \text{Ecuación 2-68}$$

Finalmente, la ecuación 2-68 también puede ser expresada como función de algún criterio para tensiones medias, substituyendo las ecuaciones 2-65 y 2-66 en la ecuación 2-68 dando como resultado la ecuación 2-69.

$$\sigma_{eqmST} = \left(\left(\sigma_m + k_f \frac{\sigma_y}{\sigma_e} \sigma_a \right)^2 + 4 \left(\tau_m + k_{fs} \frac{\tau_y}{\tau_e} \tau_a \right)^2 \right)^{0.5} \dots\dots\dots \text{Ecuación 2-69}$$



2.4.3 CRITERIO DEL CÍRCULO DE MOHR.

La descripción de la tensión en un punto en tres dimensiones requiere el etiquetado de las tensiones que actúan en tres planos mutuamente perpendiculares y en tres direcciones mutuamente perpendiculares, está claro que para definir los componentes de tensión las etiquetas pueden darse en coordenadas cartesianas donde los ejes mutuamente perpendiculares están dados por X, Y, y Z.

Manteniendo las tensiones de la misma manera que antes, σ para la Tensión Normal y τ para la Tensión de Corte, las nueve componentes de la tensión se definen con los subíndices que se refieren a las direcciones de las coordenadas. Por ejemplo, σ_{xx} es la Tensión Normal que actúa sobre un plano perpendicular a la dirección de la coordenada X y que actúa en la dirección X, de manera similar, τ_{xy} es la Tensión de Corte que actúa en un plano normal a X y en la dirección Y. Usando esta nomenclatura, las nueve componentes de esfuerzo pueden ser definidas por la ecuación 2-70.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xxy} & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \dots\dots\dots \text{Ecuación 2-70}$$

Donde estas componentes comprenden el Tensor de Esfuerzos como se aprecia en la Figura 2.22.

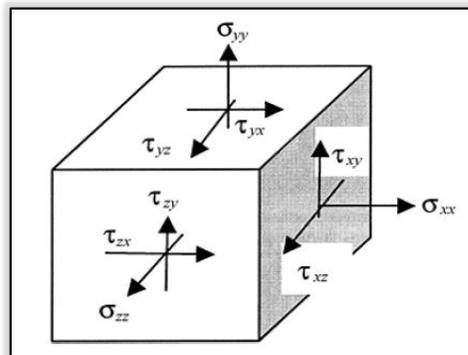


Figura 2-22 Componentes de Esfuerzos Tridimensional. (T. Becker & J. Shipley, 2002)

CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

Además, para un cuerpo cargado arbitrariamente, el material en cualquier sección transversal lisa se somete a un vector de tensión que se puede resolver en tres componentes: una tensión normal y dos tensiones de corte.

En cuanto a la definición de Transformación de Esfuerzos, resulta ser una operación que se realiza para determinar las componentes del esfuerzo σ'_x , σ'_y y τ'_{xy} , asociadas con el elemento después de girar un ángulo θ (Figura 2.23), con el objeto de que las tensiones más altas y dañinas se puedan determinar y contemplar en el análisis.

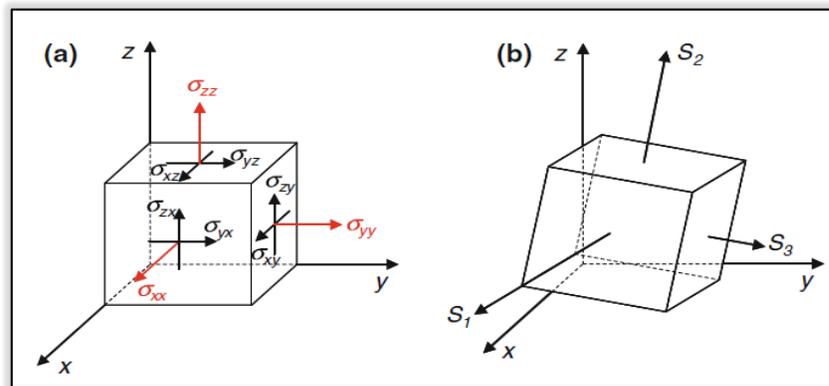


Figura 2-23 Elemento de Volumen Sujeto a una Transformación de Esfuerzos. (Tinga, 2013).

Por lo que se refiere a la componente σ'_x la ecuación 2-71 permite obtener el Esfuerzo Principal Máximo respecto al ángulo θ_p .

$$\sigma'_x = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta \dots\dots\dots \text{Ecuación 2-71}$$

Mientras que con la ecuación 2-72 podemos calcular el Esfuerzo Principal Mínimo con ayuda del ángulo θ_p .

$$\sigma'_y = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta - \tau_{xy} \sin 2\theta \dots\dots\dots \text{Ecuación 2-72}$$

Por último la ecuación 2-73 permite calcular el Esfuerzo Cortante Máximo con respecto al ángulo θ_s .

$$\tau'_{xy} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta \dots\dots\dots \text{Ecuación 2-73}$$

CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

En relación con los esfuerzos principales máximo y mínimo la Figura 2.24 permite una representación gráfica de las Tensiones Principales Estáticas Equivalentes para un estado bidimensional, probando ser una manera eficiente para solucionar problemas.

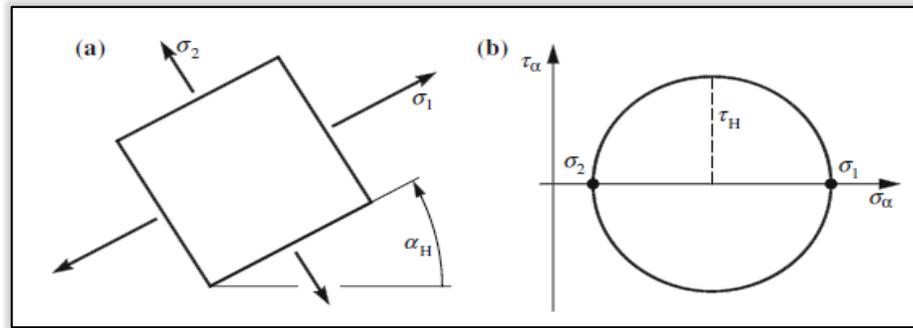


Figura 2-24 Principales Esfuerzos Normales Para el Estado de Esfuerzos Plano.
(Hans & Manuela, 2016).

Es necesario mencionar que el Círculo de Mohr también funciona para el caso de esfuerzos tridimensionales, sin embargo, no existe una metodología de construcción gráfica para crearlos directamente a partir de los datos del esfuerzo aplicado.

El caso especial donde uno de los esfuerzos principales coincide con un eje del sistema coordenado X, Y e Z, el Estado de Esfuerzos Tridimensional pasa a un Estado de Esfuerzos Bidimensional.

Particularmente para el caso del Círculo de Mohr mostrado en la Figura 2-25, se observa que los puntos A y B intersectan al eje horizontal, siendo estos puntos de especial interés, donde A corresponde al valor máximo del esfuerzo normal σ'_x y B al valor mínimo σ'_y ; además, se considera que ambos poseen un valor para el Esfuerzo Cortante de $\tau'_{xy} = 0$.



CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

De esta manera, los valores de ϕ_p corresponden a los puntos A y B de la Figura 2-25 haciendo $\tau'_{xy} = 0$ de la ecuación 2-73, dando como resultado la ecuación 2-74.

$$\tan 2\phi_p = \frac{\tau_{xy}}{\frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)} \dots\dots\dots \text{Ecuación 2-74}$$

La ecuación anterior define dos valores $2\phi_p$ que están apartados 180° , o en su defecto dos valores de ϕ_p que están apartados 90° , una forma analítica de obtener estos valores es mediante la ecuación 2-75.

$$2\phi_{p2} = 180 + 2\phi_p \dots\dots\dots \text{Ecuación 2-75}$$

Los valores de $2\phi_p$ determinan la orientación de los Esfuerzos Principales.

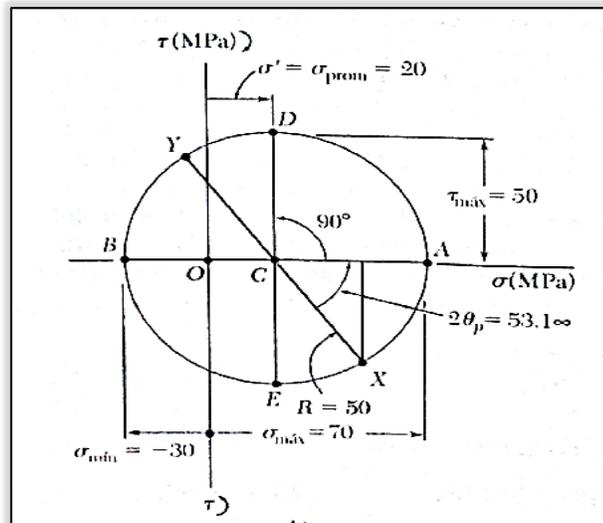


Figura 2-25 Principales Esfuerzos Normales Para el Estado de Esfuerzos Plano. (P. Beer, E. Russell, DeWolf, & Mazurek, 1982).

De modo similar, la abscisa para los puntos D y E es el σ_{prom} , donde los valores de $2\phi_s$ se obtienen sustituyendo $\sigma'_x = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$ en la ecuación 2-71, dando como resultado la ecuación 2-76.

$$\tan 2\phi_s = -\frac{(\sigma_x - \sigma_y)}{2\tau_{xy}} \dots\dots\dots \text{Ecuación 2-76}$$



CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

En efecto, esta ecuación también define dos valores $2\phi_s$ que están apartados 180° y por lo tanto dos valores de ϕ_s que están apartados 90° , una forma analítica de obtener estos valores es mediante la ecuación 2-77.

$$2\phi_{s2} = 180 + 2\phi_s \dots\dots\dots \text{Ecuación 2-77}$$

Los valores de $2\phi_s$ determinan la orientación del Esfuerzo Cortante Máximo.

Finalmente, se observa que la $\tan 2\phi_s$ es la recíproca negativa de $\tan 2\phi_p$, lo que significa que los ángulos $2\phi_s$ y $2\phi_p$ están apartados 90° , así mismo los ángulos ϕ_s y ϕ_p están apartados 45° llegando a la ecuación 2-78.

$$\phi_s = \phi_p - 45 \dots\dots\dots \text{Ecuación 2-78}$$

Conviene destacar que cuando la velocidad de rotación del grupo de álabes coincide con el “eje y” como giro aplicación, las ecuaciones para un Estado Bidimensional son válidas.

Donde los Esfuerzos Principales se obtienen a partir de la ecuación 2.79 y son los puntos A y B mostrados en la Figura 2.25 (Yung-Li, Mark E., & Hong-Tae, 2012).

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \dots\dots\dots \text{Ecuación 2-79}$$

Seguido de la orientación del Plano del Esfuerzo Principal, ecuación 2-80

$$\tan 2\phi_1 = \frac{2\tau}{(\sigma_{1eqm} + \sigma_{2eqm})} \dots\dots\dots \text{Ecuación 2-80}$$

En efecto, debido a que se trata de un círculo, la ecuación 2-81 permite calcular el centro del Círculo de Mohr con coordenadas $C\left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}, 0\right)$, donde:

$$\text{Centro} = \sigma_{prom} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \dots\dots\dots \text{Ecuación 2-81}$$

CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

Finalmente, el Radio del Círculo de Mohr se obtiene con la ecuación 2-82.

$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \dots\dots\dots \text{Ecuación 2-82}$$

Recapitulando, es importante tener en cuenta que varias combinaciones de los componentes de tensión (σ_x , σ_y , τ_{xy}) pueden resultar en fluencia, ya que el ángulo del plano θ puede variar de 0° hasta 180° (Soboyejo, 2002).

Sin duda alguna, la rotación de las direcciones principales durante el ciclo de carga, afecta fuertemente la resistencia general a fatiga de los materiales, de modo que, cualquier criterio de fatiga multiaxial (Figura 2-26) debe ser capaz de explicar de manera eficiente.

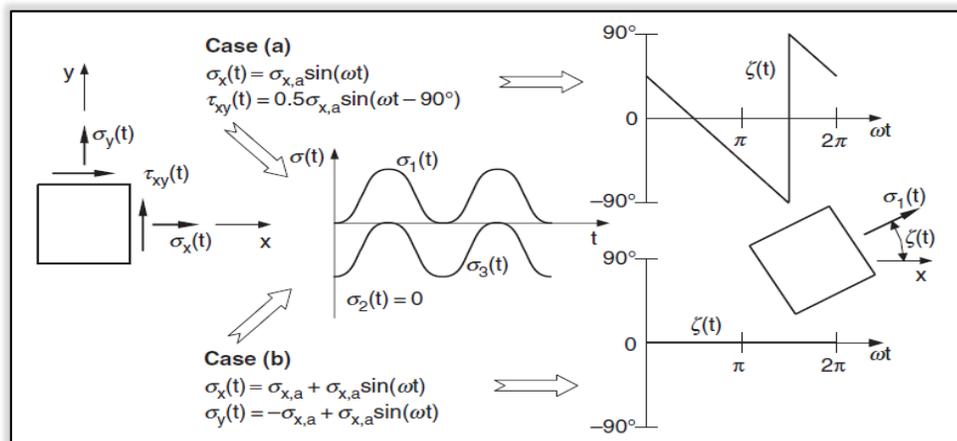


Figura 2-26 Influencia de la Orientación de las Direcciones Principales. (Susmel, 2009).

Recordemos que para Fatiga Multiaxial se debe establecer un Esfuerzo Normal Estático Equivalente (σ_{eqm}), el cual se obtiene a partir de algún criterio de esfuerzo medio, para este caso la ecuación 2-65 (Soderberg).

$$\sigma_{eqm} = \sigma_m + k_f \frac{S_{yp}}{S_e} \sigma_a$$



CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

Mientras que para la Esfuerzo Cortante Estático Equivalente (τ_{eqm}) se obtiene de la ecuación 2-66:

$$\tau_{eqm} = \tau_m + k_{fs} \frac{\tau_{yp}}{\tau_e} \tau_a \approx \tau_m + k_{fs} \frac{S_{yp}}{S_e} \tau_a$$

El Esfuerzo Normal Estático σ_{eqm} y el Esfuerzo Cortante Estático τ_{eqm} están relacionados con los esfuerzos principales según las ecuaciones de Tresca 2-83 y 2-84 definida como:

$$\sigma_{1eqm} = \frac{\sigma_{eqm}}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_{eqm}}{2}\right)^2 + \tau_{eqm}^2} \dots\dots\dots Ecuación 2-83$$

$$\sigma_{2eqm} = \frac{\sigma_{eqm}}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_{eqm}}{2}\right)^2 + \tau_{eqm}^2} \dots\dots\dots Ecuación 2-84$$

Donde las tensiones σ_{1eqm} , σ_{2eqm} asociadas con este estado se denominan **“Tensiones Principales Estáticas Equivalentes”** y son los valores máximos y mínimos que pueden alcanzar las tensiones normales para un estado de tensión determinado.

Para el caso del radio del círculo de Mohr, este se puede calcular con la Cortadura Máxima de Tresca (ecuación 2-67), y de manera similar con la ecuación 2-85 en términos del Esfuerzo Normal Estático Equivalente σ_{eqm} y el Esfuerzo Cortante Estático Equivalente τ_{eqm} .

$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{eqm}}{2}\right)^2 + \tau_{eqm}^2} \dots\dots\dots Ecuación 2-85$$

De modo idéntico, la ecuación 2-86 permite calcular el Radio del Círculo de Mohr en función de las Tensiones Principales Estáticas Equivalentes.

$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{1eqm} + \sigma_{2eqm}}{2}\right)^2 + \tau_{eqm}^2} \dots\dots\dots Ecuación 2-86$$

CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

Por lo que se refiere a los Esfuerzos Principales Estáticos Equivalentes, estos se pueden sustituir en la ecuación 2-51 de Von Mises para Esfuerzo Plano, obteniendo la ecuación 2-87 conocida como la **Tensión Uniaxial Estática Equivalente de Mohr – Von Mises**.

$$\sigma_{eqmSM} = (\sigma_{1eqm}^2 + \sigma_{2eqm}^2 - \sigma_{1eqm}\sigma_{2eqm})^{0.5} \dots\dots\dots Ecuación 2-87$$

Finalmente, la construcción del Círculo de Mohr es un proceso simple una vez que las magnitudes del Radio y el Centro han sido calculadas, de este modo, hay que tener en cuenta que el lugar geométrico del círculo describe todos los estados posibles de tensión en el elemento de un punto P para varios valores de θ entre 0° y 180° , tal como se aprecia en la siguiente figura 2.26.

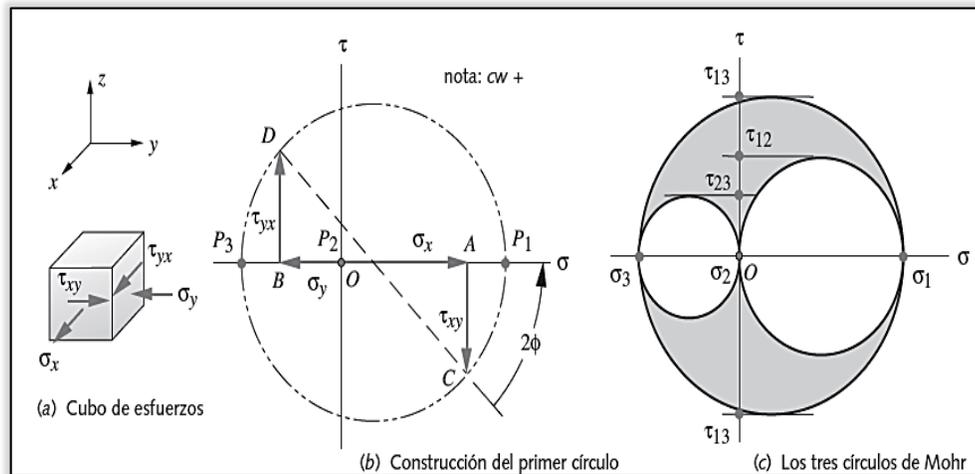


Figura 2-27 Construcción del Círculo de Mohr. (Norton, 2011).

2.5 EL PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN

En una estructura donde la carga aplicada causa deformaciones o rotaciones, que son suficientemente pequeñas y donde el comportamiento del material es lineal, es decir, que el esfuerzo no excede el límite de proporcionalidad, en definitiva, la relación entre la intensidad de una fuerza y el efecto que causa (esfuerzos, deformaciones, desplazamientos) es lineal (linealidad del material), de manera idéntica, si la geometría de la estructura después de la aplicación de la carga, es solo un poco diferente de la configuración no deformada, la geometría inicial de la estructura puede usarse siempre, independientemente de la existencia o no de otras cargas previamente aplicadas (linealidad geométrica).

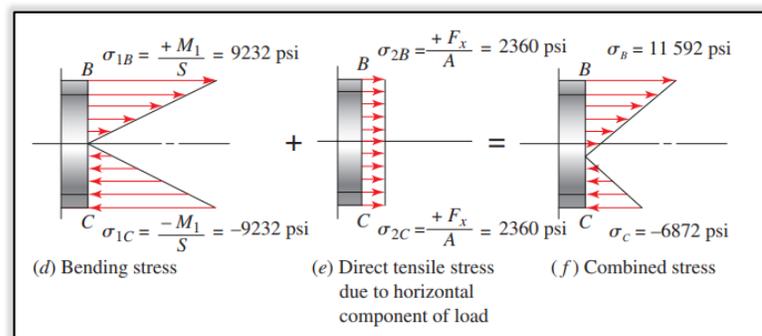


Figura 2-28 Viga Sujeta a Esfuerzos Combinados.
(M. Vavrek, Wang, & L. Mott, 2018).

Bajo estas condiciones el Principio de Superposición es válido, en resumen el efecto de la aplicación de una fuerza, a una estructura es independiente de la existencia o no de otras fuerzas aplicadas a la estructura, como consecuencia, los efectos de aplicar diferentes sistemas de carga a la estructura pueden ser calculados por separado o agregados, de aquí la importancia para el análisis mediante el criterio de Soderberg –Tresca y Soderberg – Von Mises ya que el problema puede ser tratado como un problema de fatiga uniaxial (M. Vavrek, Wang, & L. Mott, 2018), tal como se ejemplifica en la Figura 2.28.

2.6 CURVA DE WÖHLER “S-N”

El modelo probabilístico para la curva S–N, también conocido como Curva de Wöhler, considera un elemento estructural sujeto a una carga cíclica que va desde un esfuerzo Máximo σ_{max} a un Esfuerzo Mínimo σ_{min} .

Una forma común para obtener los datos de la Curva S-N consiste en generar un número muy grande de muestras mediante equipos de prueba estándar (Figura 2.29), con el fin de identificar el rango de esfuerzos $\Delta\sigma$ y los niveles de esfuerzos como los principales y secundarios parámetros que gobiernan la vida en fatiga respectivamente.

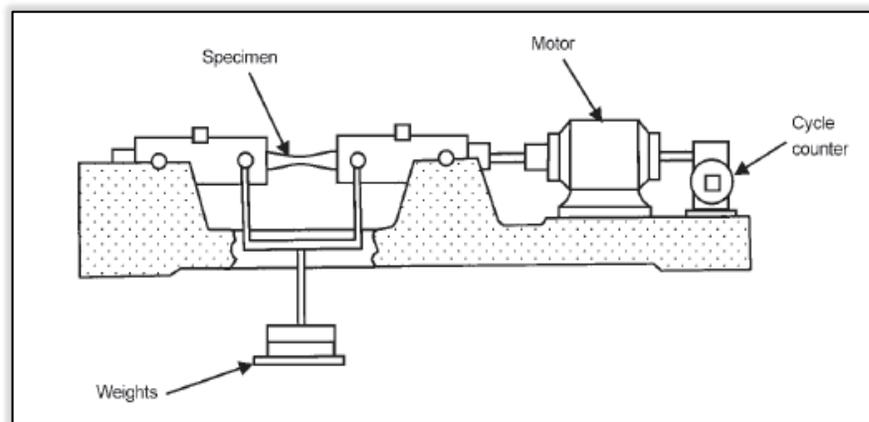


Figura 2-29 Esquema de la Máquina de Fatiga por Flexión Invertida de R. R. Moore. (Campbell, 2012).

Por lo que se refiere a los ensayos de fatiga, estos se caracterizan por una dispersión fisiológica, por lo que, al probar diferentes muestras a diferentes niveles de esfuerzo, es posible construir el llamado diagrama de Wöhler para dicho material probado.

Cabe mencionar, que dependiendo de la relación de carga R del ensayo, los resultados son diferentes y, por tanto, la curva S – N también lo será; por ello es conveniente especificar con qué relación de esfuerzos se ha obtenido.

CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

A continuación, los resultados de los ensayos de fatiga son usualmente agrupados en una banda de dispersión en un diagrama log – log, representando la media de los datos de dispersión, dichas curvas han sido determinadas bajo la hipótesis de una distribución logaritmo – normal del número de ciclos a la falla para cada nivel de esfuerzo, asumiendo un nivel de confianza igual al 95% de aceptación como se observa en la Figura 2-30 (Castillo & Fernandez Canteli, 2009).

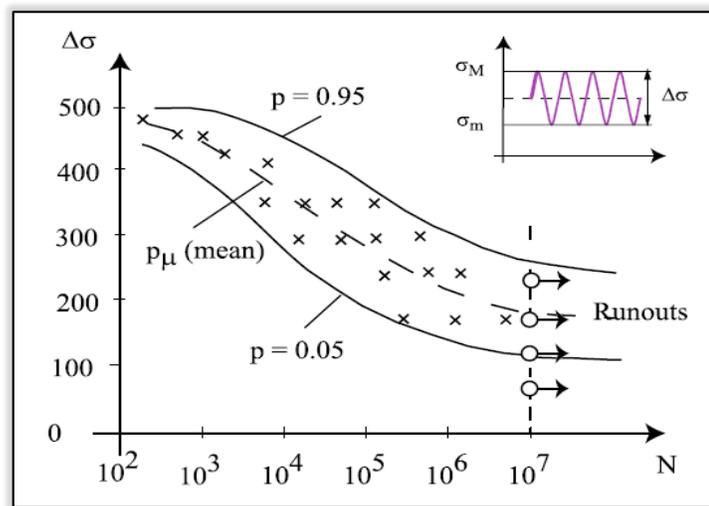


Figura 2-30 Ejemplo de los Datos de Fatiga Esfuerzo-Vida.
(Castillo & Fernandez Canteli, 2009).

Para algunos materiales, principalmente los aceros Cúbico Centrado en Cuerpo (BCC), tienen un límite de endurecimiento σ_e , el cual es un esfuerzo seguro por debajo del cual la duración del material es ilimitada (Katakam Siva, Norman E., & R., 2013).

El Límite de Fatiga, Límite de Endurecimiento y Resistencia en Fatiga, todas son expresiones usadas para describir una propiedad del material bajo carga cíclica (Bathias, 2014), además, la existencia del Límite de Fatiga permite diseñar piezas o componentes cuya duración sea teóricamente ilimitada. Por otra parte, la Resistencia a la Fatiga S_{N_f} es la tensión que produce la rotura en N_f ciclos para una relación de carga determinada "R" (Avilés R., 2015).

CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

Debido al gran número de experimentos, algunos métodos han sido sugeridos en la literatura, uno de ellos por Goodman, mejor conocido como el “Diagrama de Goodman”, donde los esfuerzos alternos son graficados en contra de los esfuerzos medios tal como se aprecia en la Figura 2.31.

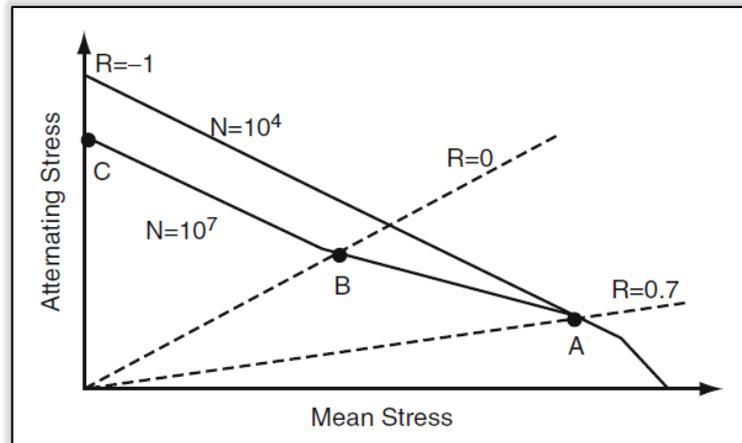


Figura 2-31 Diagrama de Goodman Esfuerzos Alternos vs Esfuerzos Medios. (Nicholas, 2006).

Otros enfoques similares fueron sugeridos por Gerber, Soderberg, incluso Morrow, debido al énfasis en sus investigaciones sobre el efecto del esfuerzo medio de tensión con respecto a la vida en fatiga (Pelleg, 2013), además de que el esfuerzo alterno equivalente S_N^{eq} es definido en cada uno de los criterios como se aprecian en la Figura 2-32.

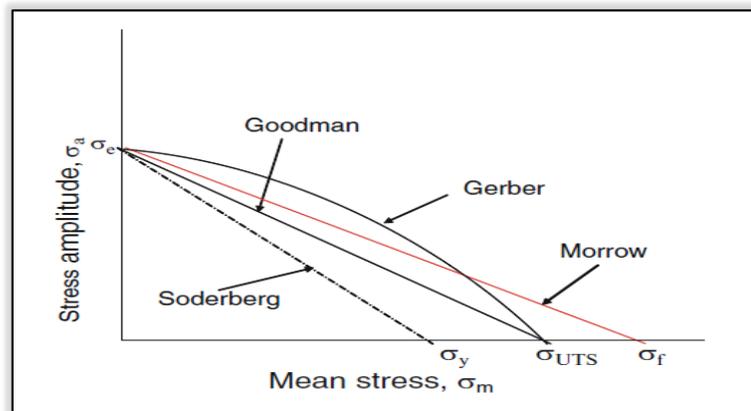


Figura 2-32 Diagrama de Haigh para Varios Enfoques. (Pelleg, 2013).

CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

De esta manera, dada una amplitud de esfuerzo a una serie de muestras, es posible deducir los correspondientes ciclos a la falla o ciclos de vida en el diagrama de Wöhler como el que se ilustra en la figura 2-33 (Milella, 2013).

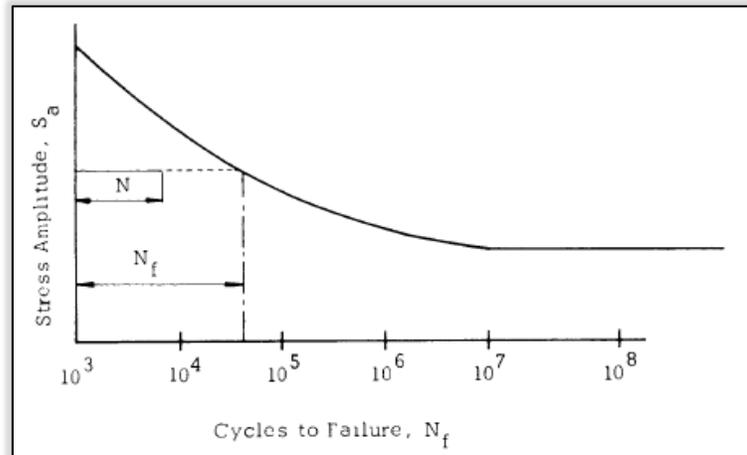


Figura 2-33 Curva de Wöhler Ciclos a la Falla. (V. Duggan & Byrne, 1977).

No obstante, el efecto de los Esfuerzos Medios puede tener una influencia sustancial en el comportamiento de fatiga (figura 2-34), donde los esfuerzos alternos son graficados contra el número de ciclos a la falla para diferentes esfuerzos medios. Es necesario recalcar que al reducir la amplitud de la carga aplicada, el número de ciclos a la falla incrementa.

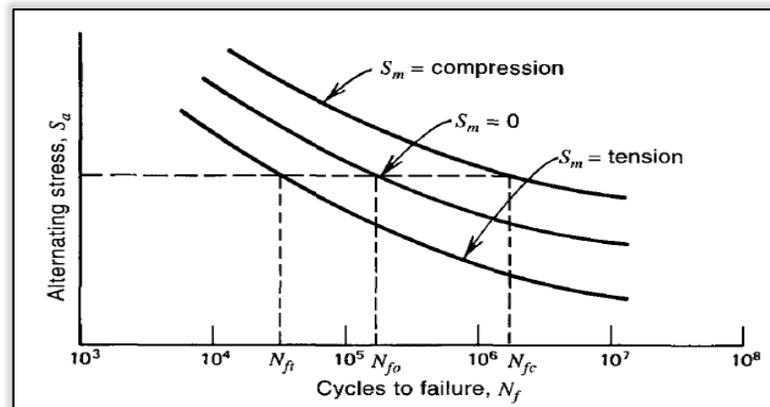


Figura 2-34 Efecto de los Esfuerzos Medios en la Vida en Fatiga. (Stephes, et al, 2001).

2.6.1 CONSTRUCCIÓN DE LA CURVA DE WÖHLER.

En relación con este tema, una curva S – N, es obtenida como resultado de un número de pruebas de fatiga en diferentes niveles de esfuerzo, en este sentido se comprende que dicha información puede estar disponible en la literatura a través de manuales de datos, códigos de diseño, datos publicados de resistencia a la fatiga. Sin embargo, frecuentemente esta información no está disponible y debe ser generado, o en su caso se debe hacer aproximaciones del comportamiento de la curva S – N (Stephes, et al).

Es así, como se ha intentado obtener leyes de comportamiento sencillas que relacionen la resistencia a la fatiga con la resistencia estática. De este modo, se ha verificado en base a numerosos ensayos y estudios realizados que para los aceros se admite una Relación de Fatiga $r_f = \sigma_{-1}/\sigma_u$, comprendida entre 0.4 y 0.6 con un valor óptimo de 0.5, tal como se ilustra en la figura 2-35. Para unidades del SI ver el **Apéndice D**.

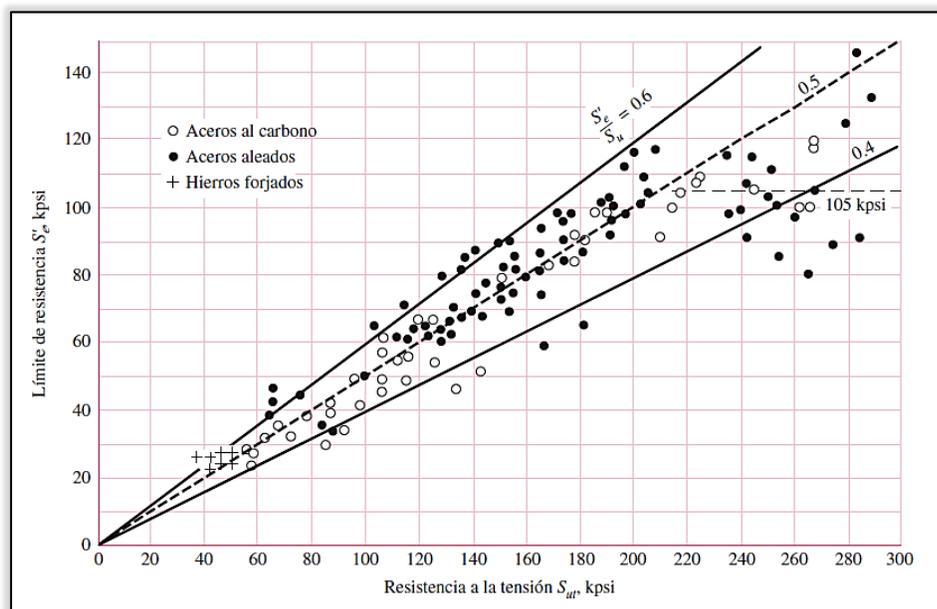


Figura 2-35 Relación de Fatiga entre el Límite de Fatiga y la Resistencia a la Tensión.
(G. Budynas & Keith Nisbett, 2008).

CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

Una representación aproximada de la curva S – N es generar un modelo de la triple pendiente como se aprecia en la Figura 2-36.

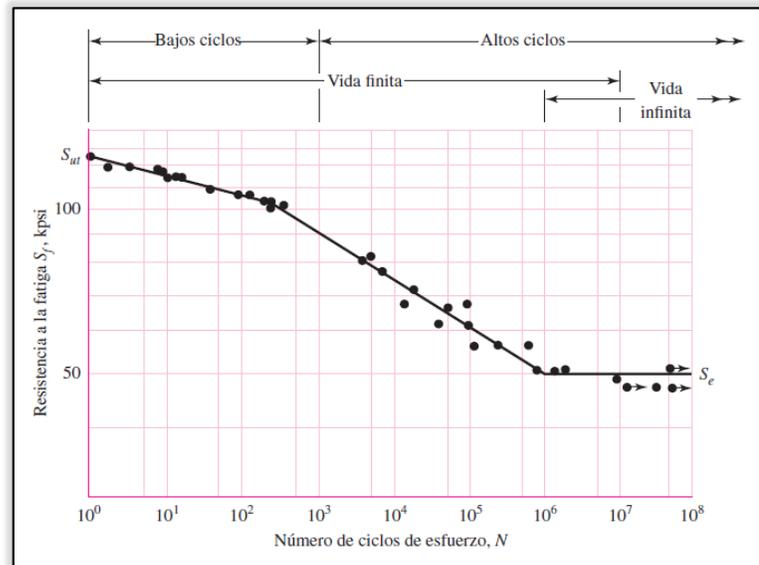


Figura 2-36 Diagrama S – N Para Diferentes Pendientes.
(G. Budynas & Keith Nisbett, 2008).

Dónde:

- La primera pendiente está comprendida entre 10^0 y 10^3 ciclos, denominada como Bajos Ciclos en Fatiga (LCF).
- La segunda pendiente está comprendida entre 10^3 y 10^6 ciclos, también conocida como Altos Ciclos en Fatiga (HCF).
- La tercer pendiente corresponde a un número mayor a 10^6 ciclos, denominada por algunos autores como la región de Vida Infinita.

Para la determinación experimental de los límites de resistencia a la fatiga es un procedimiento de rutina, además de que resulta ser extenso y costoso. Sin embargo, como se mencionó anteriormente en ausencia de estos datos, será necesario efectuar alguna estimación del Límite de Resistencia a la Fatiga S_e y del Límite de Durabilidad a la Fatiga S_f del material en base a datos disponibles de pruebas monotónicas (Norton, 2011).

CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

Una segunda representación es mediante una estimación analítica, es decir, una serie de ecuaciones que proporcione información sobre el Límite de Resistencia del material para las regiones de bajo y alto ciclaje en el diagrama de Wöhler como se observa en la figura 2-37.

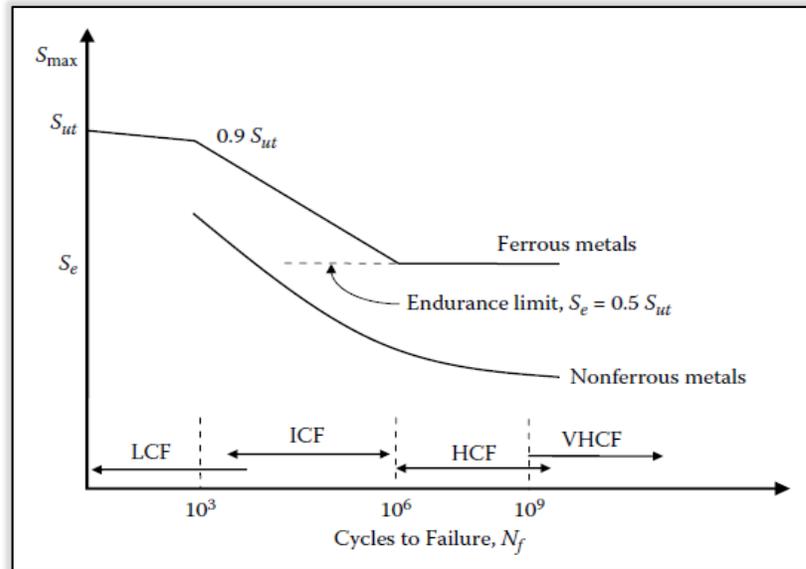


Figura 2-37 Resistencia a la Fatiga de los Metales Representada por la Curva S-N (M. Khonsari & Amiri, 2013).

De esta manera, la determinación del Límite de Durabilidad a la Fatiga S_f y el Límite de Resistencia a la Fatiga S_e se obtienen en base al parámetro f , el cual se calcula en base a la Ecuación 2-88 (G. Budynas & Keith Nisbett, 2008).

$$f = \frac{\sigma_f}{S_u} (2N_f)^b \dots\dots\dots \text{Ecuación 2-88}$$

Donde σ_f , S_u y b son propiedades del material

σ_f Esfuerzo de Fractura.

S_u Resistencia Última.

b Exponente de Resistencia a la Fatiga.



CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

Desde una perspectiva más general el Límite de Resistencia a la Fatiga para los aceros se determina con $N_g = 1 \times 10^6$ ciclos, tomando un valor para $f = 0.5$, de aquí que el Límite de Resistencia a la Fatiga se define como:

$S_e = 0.5 S_u$ Ecuación 2-89

Se verifica también, la posición aproximada de S_f “Resistencia de Durabilidad a la Fatiga” (Norton, 2011) para $N_f = 1 \times 10^3$ ciclos, además se ha comprobado que el cociente σ_g/σ_u , tiene un valor de 0.9 (Avilés R. , 2015) tal como se ilustra en la Figura 2-37, por lo que la relación se establece de la siguiente manera:

$S_f = 0.9 S_u$ Ecuación 2-90

En base a esta información podemos construir un Diagrama S – N para el material y para la aplicación específica, así mismo, si el material posee una articulación como se muestra en la figura 2-38, entonces S_e es corregido por los Factores de Reducción de la Resistencia de la ecuación de Marin.

$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S'_e$ Ecuación 2-91

$S_f = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S'_f$ Ecuación 2-92

Finalmente, se traza una línea recta desde S_f hasta S_e , tal como se aprecia en la Figura 2-38.

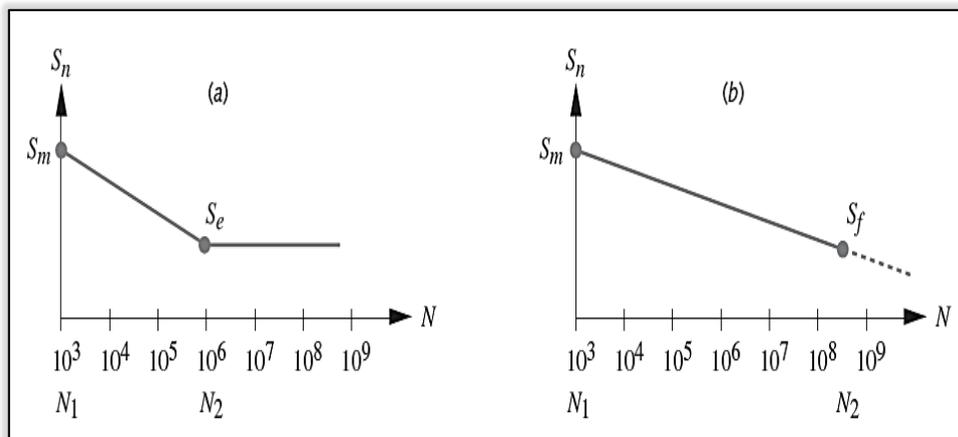


Figura 2-38 Curva S – N Para a) Materiales con Articulación b) Sin Articulación. (Norton, 2011).

CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

Otras relaciones para estimar la curva S – N para diferentes tipos de carga se pueden apreciar en la figura 2-39.

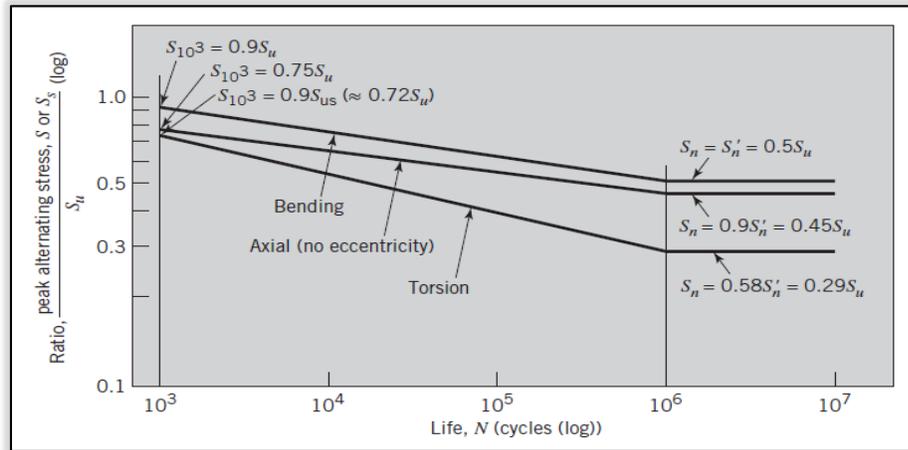


Figura 2-39 Relación Entre la Carga Cíclica y Carga Estática. (C. Juvinall & M. Marshek, 2017).

Observe que las dos curvas superiores muestran curvas S – N comparativas estimadas para la carga de Flexión y carga Axial, mientras la curva inferior muestra una curva S – N estimada comparativa para la carga de Torsión. La Tabla 2-2, resume los valores de Resistencia de Durabilidad a la Fatiga S_f y el Límite de Resistencia a la Fatiga S_e para diferentes tipos de cargas.

Carga	Resistencia a la Fatiga S_f	Límite de Resistencia a la Fatiga S_e
Flexión	$0.9 S_u$	$0.5 S_u$
Axial	$0.75 S_u$	$0.45 S_u$
Torsión	$0.72 S_u$	$0.29 S_u$

Tabla 2-2. Relación entre los Límites de Resistencia a la Fatiga S_f y S_e con la Resistencia Última S_u (Norton, 2011).

Otras relaciones entre las mismas cargas son las mencionadas por los autores (Katakam Siva, Norman E., & R., 2013) **Apéndice G**.

$$S_e(\text{Axial}) = 0.70 S_e(\text{Flexión}) = \frac{S_e}{\sqrt{2}} \dots \dots \dots \text{Ecuación 2-93}$$

$$\tau_e(\text{Torsión}) = 0.577 S_e(\text{Flexión}) = \frac{S_e}{\sqrt{3}} \dots \dots \dots \text{Ecuación 2-94}$$

2.7 ECUACIÓN DE BASQUIN (STRESS - LIFE)

El diseño de vida segura basado en el criterio de vida infinita fue desarrollado entre los años 1800 y 1900, posteriormente, después del trabajo de Wöhler acerca de los ejes del ferrocarril sometidos a esfuerzos de flexión por rotación los datos de fatiga se han presentado en forma de una curva Esfuerzo-Vida $\sigma_a - N_f$ (Figura 2-40).

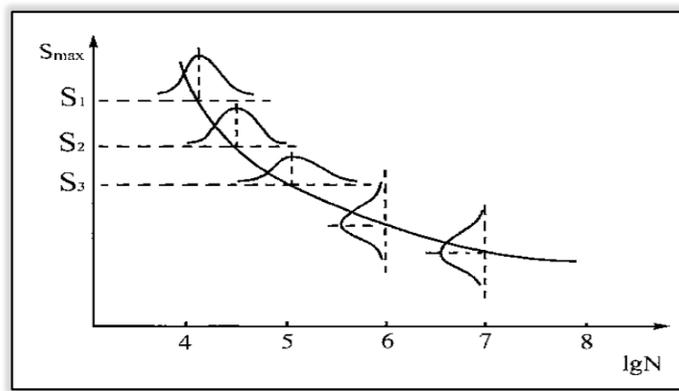


Figura 2-40 Representación de la Curva S-N en escala Semi-logarítmica.
(J. J. & R. A., 2011).

Cabe mencionar, que una de las limitaciones de este método gráfico (curva S-N) es determinar su correspondiente vida en fatiga extrapolando los valores del esfuerzo alterno dentro de la gráfica (Figura 2.41).

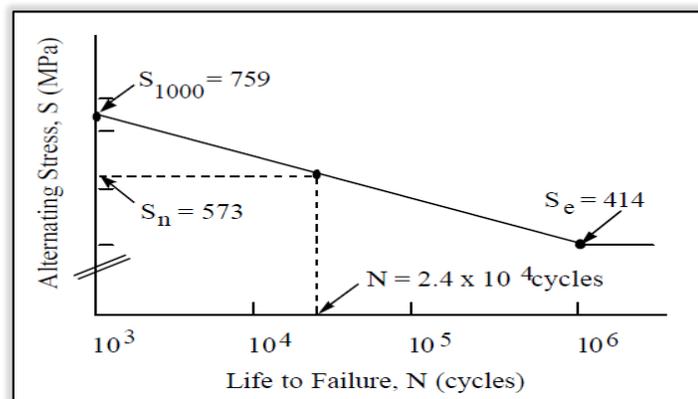


Figura 2-41 Extrapolación del Esfuerzo Alternante Equivalente.
(Bishop & Sherratt, 2000).



CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

En efecto, debido a la enorme cantidad de datos (probetas) determinados experimentalmente y el hecho de que se puede hacer que una curva que contiene “n” parámetros pase con precisión a través de “n” puntos arbitrarios, resulta lógico, que se pueda determinar vida en fatiga a través de métodos más rápidos que las pruebas de fatiga experimentales (Métodos Numéricos).

Como consecuencia, muchas ecuaciones han sido propuestas y examinadas, entre ellas, la ecuación de Basquin nombrado, como “La Ley Exponencial de la Prueba de Resistencia”, donde parece ser que tres parámetros fueron suficientes para representar una parte de la curva S-N.

Sin embargo, el problema se agrava cuando se quiere unir la curva progresiva con la rama decreciente casi horizontal de la curva de Wöhler, por lo cual, otro método podría ser usado para ayudar a predecir el riesgo de agrietamiento por fatiga. Es así, como se han propuesto varias ecuaciones para describir la curva S-N representativa de la resistencia a la fatiga de un material, ya que desde el trabajo de Wöhler, la curva S-N ha sido convencionalmente representada por una hipérbola o en alguna de sus modificaciones tal como.

- Ecuación de Basquin

En 1910, Basquin observó que los datos de S-N de esfuerzo vida en relación con el dominio de altos ciclos en fatigase, podían representar linealmente en una escala log-log, lo que sugería una relación del tipo.

$$S_N^{eq} = \sigma_a = \sigma_f (2N_f)^b \dots\dots\dots \text{Ecuación 2-95}$$

Donde:

- σ_a Esfuerzo Alternante Equivalente.
- σ_f' Coeficiente de Resistencia a la Fatiga.
- b Exponente de Resistencia a la Fatiga.



CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

Entre las muchas representaciones más o menos complicadas y de las cuales ninguna es realmente general, se pueden encontrar las siguientes (C. Paris & Bathias, 2005):

- Hipérbola

$$\ln N_f = \ln a - \ln \sigma_a \dots\dots\dots \text{Ecuación 2-96}$$

- Wöhler

$$\ln N_f = a - b\sigma_a \dots\dots\dots \text{Ecuación 2-97}$$

- Stromeyer

La ecuación de Stromeyer es definida más realista que las ecuaciones propuestas por Wöhler y Basquin.

$$\ln N_f = a - b \ln(\sigma_a - c) \dots\dots\dots \text{Ecuación 2-98}$$

Esta ecuación ha sido utilizada por varios autores, pero su ajuste no es tan fácil.

- Palmgren

Introdujo la ecuación 2-99.

$$S = E + \left(\frac{A}{N+B}\right)^c \dots\dots\dots \text{Ecuación 2-99}$$

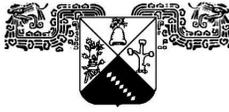
Con coordenadas S y $\log N$, y cuando $B > 0$, la curva S-N presenta un punto de inflexión que nos permite mejorar la calidad del ajuste de los datos (Bathias & Pineau, 2010).

- Weibull

Finalmente la ecuación de Weibull está representada por la ecuación 2-100

$$\log(N + B) = a - b \log \frac{S-E}{R-E} \dots\dots\dots \text{Ecuación 2-100}$$

Donde a , b , B y E son constantes, y R es la Resistencia a la Tracción.



CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

Evidentemente, se ha mencionado que existen muchos modelos que representan la curva S-N y que estos usualmente implican una vida en fatiga media, al igual que el modelo de Basquin mencionado anteriormente, existe otra relación de Basquin el cual asume una correlación lineal entre la amplitud de tensión y el número de ciclos hasta el fallo N_f en una escala log-log basado en la ecuación 2-101.

$$S_a = S_N^{eq} = A(N_f)^b \dots\dots\dots \text{Ecuación 2-101}$$

Donde:

S_N^{eq} Esfuerzo Alternante Equivalente.

N_f Ciclos de Vida.

b Exponente de Resistencia a la Fatiga.

A Relación establecida por la ecuación 2-102.

$$A = \frac{(S_f)^2}{S_e} \dots\dots\dots \text{Ecuación 2-102}$$

Donde

S_e Es el Límite de Resistencia a la Fatiga en 10^6 ciclos.

S_f Es el Límite de Durabilidad a la Fatiga en 10^3 ciclos.

Relaciones similares a la ecuación 2-95 se han propuesto, y otra relación derivada de esa ecuación es la siguiente:

$$S_N^{eq} = 1.62S_u N^{-0.0851} \dots\dots\dots \text{Ecuación 2-103}$$

Aunque existen varios métodos usados para estimar la curva S-N en un rango de $1 - 10^3$ ciclos, estos métodos no son recomendados, dado que, generalmente esta ecuación es válida en el rango de $10^3 - 10^6$ ciclos, en consecuencia, la línea de Basquin aproxima a la curva de Wöhler solo en el régimen de altos ciclos en fatiga (Milella, 2013).



2.8 ALGORITMOS GENÉTICOS

Muchos métodos de programación matemática lineal y no lineal ha sido desarrollados para resolver problemas de optimización durante las últimas tres décadas, sin embargo, ningún método ha sido encontrado para ser completamente eficiente en problemas de optimización que surgen con frecuencia en aplicaciones de ingeniería.

En cuanto a los problemas difíciles de optimizar se puede hacer uso de algoritmos probabilísticos, sin embargo, estos no garantizan el valor óptimo, pero al elegir de manera aleatoria a un sinnúmero de individuos la probabilidad del error puede converger tan cercano a cero como se desee.

Es así, como los Algoritmos Genéticos están basados en un conjunto de soluciones (Población Inicial) que representan una posible solución (Fenotipo) para la optimización del problema que se requiere resolver.

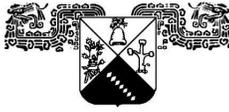
Inspirados en la Teoría de la Evolución de Darwin y la Ley Natural de la Supervivencia del más apto, el Algoritmo Genético (GA) es un procedimiento de búsqueda global con el fin de mejorar la solución con poblaciones sucesivas mediante operadores genéticos.

Está claro que en esta sección se explican tres características de un Algoritmo Genético:

Primero: Comienza a partir de un grupo de puntos en lugar de un solo punto de partida, garantizando una rápida convergencia hacia la solución casi óptima.

Segundo: Requiere de evaluaciones simples, lo que resulta en un algoritmo numéricamente eficiente.

Tercero: Es accesible al procedimiento, porque cada cromosoma o cadena en la población es independiente de los demás.



2.8.1 GENERACIÓN DE POBLACIÓN ALEATORIA

Codificar los conjuntos de parámetros como una cadena de longitud finita sobre algunos alfabetos finitos es el primer paso en el algoritmo genético. El proceso de iniciación de población es simple, se crea una población de cromosomas, donde cada cromosoma es un vector Binario, letras del Alfabeto o Números Reales, todos ellos de forma aleatoria. Por lo tanto, resulta lógico que el primer paso sea la generación de la Población Aleatoria, aunque no existe una versión específica en la que los individuos sean número enteros, los siguientes ejemplos son una idea de Poblaciones Aleatorias (Zbigniew, 1992).

- Individuos en Formato de Números Binarios (0001101101010).
- Individuos en Formato de Números Decimales (0.0374, 0.3484...).
- Individuos en Formato de Números Enteros (-2, -4, 6, 9, 6, 4, 3, -2).

La Tabla 2-3 muestra un ejemplo de población aleatoria en Código Binario.

NÚMERO DE INDIVIDUO	POBLACIÓN ALEATORIA	NÚMERO DECIMAL
1	1010	10
2	11001	25
3	101101	45
4	1	1
5	111	7
6	0	0
7	1011	11
8	11010	26
9	11111	31
10	101001	41

Tabla 2-3. Población Aleatoria.

Cabe mencionar que los genes del Cromosomas están representados por alelos, en el caso del código binario estos alelos pueden ser 0 y 1.



2.8.2 FUNCIÓN DE EVALUACIÓN

Una vez codificado el problema es conveniente proporcionar una función de evaluación que permita determinar si los individuos de la población representan o no buenas soluciones al problema planteado.

$$eval(v) = f(x)$$

Una forma de evaluar a cada individuo de la población generada aleatoriamente es mediante una ecuación, con el fin de establecer una medida numérica de la bondad de un individuo, por lo tanto, para cada tipo de problema que se desee resolver deberá derivarse un nuevo método, al igual que ocurrirá con la propia codificación de los individuos.

$$f(x) = x^2 = 81 \dots \dots \dots \text{Ecuación 2-104}$$

Sin duda la ecuación 2-104 se puede resolver por métodos analíticos, sin embargo, es un claro ejemplo que se puede utilizar con el fin de conocer cómo funcionan los Algoritmos Genéticos, en efecto, una forma para evaluar la bondad de un individuo consistirá en lo siguiente; primero se reemplaza la incógnita por los valores proporcionados en la Tabla 2-3 en la ecuación 2-104, a continuación, se realizan los cálculos correspondientes.

# INDIVIDUO	POBLACIÓN ALEATORIA	NÚMERO DECIMAL	FUNCIÓN DE EVALUACIÓN
1	1010	10	100
2	11001	25	625
3	101101	45	2025
4	1	1	1
5	111	7	49
6	0	0	0
7	1011	11	121
8	11010	26	676
9	11111	31	961
10	101001	41	1681

Tabla 2-4. Función de Evaluación.



CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

En cuanto al valor numérico obtenido en la última columna de la Tabla 2-4 podrá compararse con el término independiente de la ecuación, de esta forma, cuanto más cercano esté el valor obtenido al valor del termino independiente, mejor solución representa el individuo genético.

Dicho de otra forma, la función de evaluación se puede definir como la diferencia en valor absoluto entre el término independiente de la ecuación y el término obtenido al sustituir los valores del genotipo en la ecuación 2-104.

Hay que recalcar que la diferencia entre ambos términos recibe el nombre de "Fitness", no obstante, en la literatura se encuentra cuatro tipos de Ajustes o Fitness (Koza, 1992).

- Fitness Puro $r(i, j)$

Es la medida de ajuste establecida en la terminología natural del problema propio, es decir.

$$r(i, j) = \sum_{j=1}^{N_c} |s(i, j) - c(i, j)| \dots\dots\dots \text{Ecuación 2-105}$$

Donde:

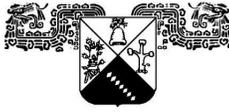
- $r(i, j)$ Bondad del individuo i en la generación j .
- $s(i, j)$ Valor deseado para el individuo i en el caso j .
- $c(i, j)$ Valor obtenido por el individuo i en el caso j .
- N_c Número de casos.

- Fitness Ajustado $a(i, t)$

Se define aplicando la ecuación 2-105 de transformación al Fitness Estandarizado.

$$a(i, t) = \frac{1}{(1+s(i, t))} \dots\dots\dots \text{Ecuación 2-106}$$

De esta forma, el Fitness Ajustado siempre tomara valores en un intervalo de (0,1), cuando más se acerca el Fitness Ajustado de un individuo a 1 mayor es su bondad.



CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

- Fitness Estandarizado $s(i, t)$

Para solucionar esta dualidad ante problemas de minimización o maximización se modifica el ajuste puro de acuerdo a la ecuación 2-107

$$s(i, t) = \begin{cases} r(i, t) \\ r_{max} - r(i, t) \end{cases} \dots\dots\dots Ecuación 2-107$$

Donde:

$r(i, t)$ Es para minimización y se utiliza el Fitness Puro.

$r_{max} - r(i, t)$ Es para maximización donde se resta una cota superior del error del Fitness Puro.

- Fitness Normalizado

El Fitness Normalizado introduce un nuevo concepto: indica la bondad de una solución con respecto al resto de soluciones representadas en la población, por lo que se obtiene en base a la ecuación 2-108.

$$n(i, t) = \frac{a(i, t)}{\sum_{k=1}^M a(k, t)} \dots\dots\dots Ecuación 2-108$$

Al igual que el Fitness Ajustado, siempre tomará valores en un intervalo (0,1), con mejores individuos cuanto más próximo esté a la unidad, de esta manera la suma de los valores de Fitness Normalizado de una población siempre es 1.

Para este ejemplo en específico se utilizará el Fitness Puro debido a su simplicidad.



CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

Por lo tanto en la Tabla 2-5 se muestra el cálculo del Fitness Puro.

NÚMERO DE INDIVIDUO	POBLACIÓN ALEATORIA	NÚMERO DECIMAL	FUNCIÓN DE EVALUACIÓN	FITNESS
1	1010	10	100	19
2	11001	25	625	544
3	101101	45	2025	1944
4	1	1	1	80
5	111	7	49	32
6	0	0	0	81
7	1011	11	121	40
8	11010	26	676	595
9	11111	31	961	880
10	101001	41	1681	1600

Tabla 2-5. Fitness del Individuo.

En la literatura, este operador genético juega un papel importante, ya que, en base al Fitness Puro se determinan que individuos pasan a la siguiente generación, una forma gráfica de ver la convergencia del Fitness está en la Figura 2-42, donde se aprecia una solución en la generación 39 con un error cercano a cero para un problema de minimización.

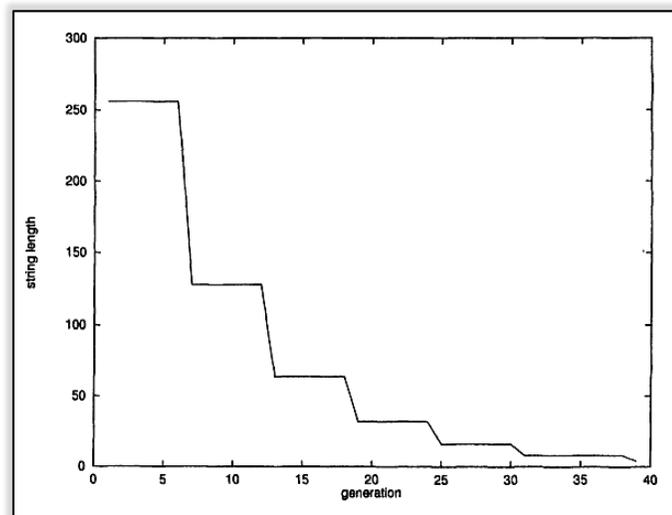
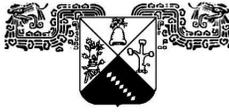


Figura 2-42 Convergencia del Fitness.
(Dimitri, 1974).



2.8.3 SELECCIÓN

En cuanto a la Selección de Padres, existen diferentes métodos para seleccionar a los individuos más aptos para el intercambio de material genético (ADN).

2.8.3.1 SELECCIÓN POR RULETA.

Propuesto por De Jong, es posiblemente el método más utilizado desde los orígenes de los Algoritmos Genéticos y perteneciente a los métodos de Selección Proporcional.

Donde a cada uno de los individuos de la población se le asigna una parte proporcional a su ajuste de una ruleta, de esta forma la suma de todos los porcentajes siempre es la unidad.

En este método se realiza una serie de cálculos previos a la selección de los padres, como se muestra a continuación.

1. Se evalúa a cada individuo considerando la función objetivo.
2. Se calcula el acumulado de la función objetivo.

$$E = \sum_{i=1}^{Np} f(x_i) \dots\dots\dots \text{Ecuación 2-109}$$

3. Se calcula la posibilidad de selección de cada individuo.

$$P_i = \frac{f(x_i)}{E} \dots\dots\dots \text{Ecuación 2-110}$$

4. Se calcula la Probabilidad Acumulada de cada individuo.

$$q_i = \sum_{j=1}^i p_j \dots\dots\dots \text{Ecuación 2-111}$$

5. Se genera un número r al azar uniformemente distribuido.
6. Se selecciona el padre que cumple $q_i > r$



2.8.3.2 SELECCIÓN POR TORNEOS.

La idea principal de este método de selección consiste en elegir a los individuos genéticos en base a comparaciones directas entre sus genotipos.

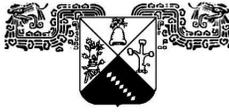
Existen dos versiones de selección mediante torneo, el Torneo Determinístico y el Torneo Probabilístico, en la versión **Determinística** se selecciona al azar dos individuos y de ellos se selecciona el más apto para pasarlo a la siguiente generación, tal como se muestra en la Tabla 2-6.

i	FITNESS	INDIVIDUOS	FITNESS DE LOS INDIVIDUOS	POBLACIÓN SELECCIONADA
1	19	1	7	19
2	544	8	7	40
3	1944	8	2	544
4	80	5	4	32
5	32	9	1	880
6	81	3	2	1944
7	40	6	8	81
8	595	1	10	19
9	880	2	3	544
10	1600	7	5	40

Tabla 2-6. Selección por Torneo Determinístico.

En la versión **Probabilística** únicamente difiere en el paso de selección del ganador del torneo, en lugar de elegir siempre al mejor individuo se genera un número aleatorio en un intervalo (0,1), si este número aleatorio es mayor que un parámetro p se escoge el individuo más apto.

En otras palabras, dicho criterio consta de establecer un vector aleatorio con un valor mayor a cero y menor a 1, el cual será comparado con una Probabilidad de Selección, a partir de ahí se selecciona al mejor individuo si cumple las siguientes condiciones.



CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

Si “la Probabilidad de Selección es mayor al Vector Aleatorio”, se selecciona al individuo más apto.

$Prob_{Sel} > Vector_{Aleatorio}$ Ecuación 2-112

En caso contrario, si “la Probabilidad de Selección es menor al Vector Aleatorio” se selecciona al individuo menos apto.

$Prob_{Sel} < Vector_{Aleatorio}$ Ecuación 2-113

Debido a esto, el mejor método por comodidad es “Selección por Torneo”, ya que depende directamente de los valores de la Función de Evaluación, mientras para los demás métodos de selección es necesario calcular un valor esperado para cada uno de los individuos (Cuevas Jiménez, Osuna Enciso, Oliva Navarro, & Díaz Cortés, 2016). En la Tabla 2-7 se muestra la población seleccionada en base a las ecuaciones 2-112 y 2-113.

i	FITNESS	INDIVIDUOS	FITNESS	PROB	VECTOR	POBLA SEL.		
1	19	1	7	19	40	0.567	0.56	1
2	544	8	7	595	40	0.353	0.56	8
3	1944	8	2	595	544	0.862	0.56	2
4	80	5	4	32	80	0.452	0.56	4
5	32	9	1	880	19	0.186	0.56	9
6	81	3	2	1944	544	0.018	0.56	3
7	40	6	8	81	595	0.635	0.56	6
8	595	1	10	19	1600	0.982	0.56	1
9	880	2	3	544	1944	0.763	0.56	2
10	1600	7	5	40	32	0.628	0.56	7

Tabla 2-7. Selección por Torneo Probabilístico.

Cabe mencionar que el rendimiento del algoritmo genético para resolver un problema, generalmente se mide en términos del número de evaluaciones, en otras palabras, hasta que se encuentre el óptimo o se aproxime con la precisión deseada.



2.8.4 CRUCE

Una vez seleccionados los individuos, estos son recombinados para producir la descendencia que se insertará en la siguiente generación. Tal y como se ha indicado anteriormente es una estrategia de reproducción sexual.

En el caso del Algoritmo Genético, este proceso se simula mediante el intercambio de información, ya sean códigos binarios, reales o de otro tipo.

Dicho de otro modo, la cruce es un medio para que dos cuerdas de alto grado de nobleza produzcan dos descendientes mezclando y combinando sus cualidades deseables a través de un proceso aleatorio.

El motivo de tal operador es que ambas cadenas pueden representar partes exitosas de soluciones que cuando se combinen superan a sus padres (Hojjat & Kamal C., 2006).

En primer lugar, se seleccionan aleatoriamente dos individuos para el apareamiento, a continuación algunos bits elegidos al azar se intercambian entre dos cadenas en base a un punto de cruce establecido aleatoriamente.

Hay que tener en cuenta que existen tres tipos de cruzamiento en los Algoritmos Genéticos para una codificación de los individuos en binario, entre los que se encuentran: Cruza en un Punto, Cruza en Dos Puntos y Cruza Uniforme.

- Cruza en Un Punto

Por lo general, los algoritmos genéticos simples codifican soluciones que utilizan cadenas de bits, que permiten el uso de operadores de cruce estándar, como el cruce de un punto y dos puntos (Tina, Lawrence, Cem, & Rajkumar , 2008).

Esta es la más sencilla de las técnicas de cruce, es decir, una vez seleccionados dos individuos se cortan sus cromosomas por un punto



CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

seleccionado aleatoriamente el cual servirá como referencia para el intercambio de información genético, generando dos segmentos llamado cabeza y cola.

Este tipo de cruce es muy utilizada debido a su simplicidad; sin embargo existe el inconveniente de que algunas partes del espacio de búsqueda no sean exploradas.

En la Tabla 2-8 se muestra un ejemplo del operador cruce en un solo punto.

i	POBLACIÓN ALEATORIA	NÚMERO DECIMAL	PUNTO CRUCE ALEATORIO	POBLACIÓN CRUZADA
1	001 <u>0</u> 10	10	3	001 001 9
2	011 <u>0</u> 01	25		011 010 26
3	10 <u>1</u> 101	45	4	10 0001 33
4	00 <u>0</u> 001	1		00 1101 13
5	000 <u>1</u> 11	7	3	000 000 0
6	000 <u>0</u> 00	0		000 111 7
7	00 <u>1</u> 011	11	4	00 1010 10
8	01 <u>1</u> 010	26		01 1011 27
9	0 <u>1</u> 1111	31	5	0 01001 9
10	<u>1</u> 01001	41		1 11111 63

Tabla 2-8. Cruce en un Punto.

Así mismo, en cuanto a la Probabilidad de Cruce (Pc), se seleccionan dos individuos para el intercambio de material genético, siempre que se cumpla alguna de las siguientes condiciones.

Si la Probabilidad de Cruce es mayor al Vector Aleatorio, existe intercambio de material genético.

$Prob_{cruce} > Vector_{Aleatorio}$ Ecuación 2-114



2.8.5 MUTACIÓN

De la misma forma que el operador Cruza, el operador Mutación tiene también distintas variantes, dependiendo del tipo de representación de los individuos, ya sea binaria, números reales, etc.

La mutación de un individuo, provoca que alguno de sus genes, generalmente uno solo, varíe su valor de forma aleatoria, para ello se puede seleccionar los individuos directamente de la población actual y mutarlos antes de introducirlos en la nueva población.

Primero se seleccionan dos individuos de la población para realizar el cruce, si el cruce tiene éxito entonces uno de los descendientes o ambos se mutan con una probabilidad (P_m), tal como se muestra en la Tabla 2-9.

i	POBLACIÓN DECIMAL	POBLACIÓN BINARIO	ALELO MUTADO	PM	VECTOR	POBLACION MUTADA	
1	9	001001	1	0.567	0.6	001001	9
2	26	011010	3	0.353	0.6	011010	26
3	33	100001	6	0.862	0.6	000001	1
4	13	001101	4	0.452	0.6	001101	13
5	0	000000	2	0.186	0.6	000000	0
6	7	000111	4	0.018	0.6	000111	7
7	10	001010	5	0.635	0.6	011010	26
8	27	011011	2	0.982	0.6	011001	25
9	9	001001	6	0.763	0.6	101001	41
10	63	111111	1	0.628	0.6	111110	62

Tabla 2-9. Mutación en un Alelo.



2.8.6 ELITISMO

El elitismo es un caso particular del operador copia el cual consiste en copiar siempre el mejor o los mejores individuos de una generación a la generación siguiente, para ello se deberá evaluar nuevamente, por el hecho de que han sufrido cambios debido a los Operadores Genéticos.

Posteriormente, se debe ordenar de manera ascendente el nuevo Fitness, de esta forma se puede observar claramente que individuos pasaran a la siguiente generación, aunque no existe un número determinado de elección, en el elitismo generalmente se toman 2 o 3 individuos tal como se muestra en la Tabla 2-10.

i	POBLACIÓN MUTADA	FUNCIÓN DE EVALUACIÓN	FITNESS	FITNESS ORDENADO	NUEVA POBLACIÓN		
1	001001	9	81	0	9	1	
2	011010	26	676	595	31	7	6
3	000001	1	1	80	80	1	3
4	001101	13	169	88	80	1	3
5	000000	0	0	80	88	13	4
6	000111	7	49	31	544	25	8
7	011010	26	676	595	595	26	7
8	011001	25	625	544	595	26	7
9	101001	41	1681	1600	1600	41	9*
10	111110	62	3844	3763	3763	62	10

Tabla 2-10. Orden descendente de acuerdo al Fitness.

Evidentemente, la solución analítica a la ecuación 2-104 es 9, observando en la última columna de la Tabla 2-10 se puede notar que dicho valor está presente, en caso contrario, los primeros tres individuos se eligen por Elitismo y son candidatos a pasar a la siguiente generación hasta que se obtenga el resultado esperado.



CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

De esta manera, se garantiza que el proceso de búsqueda nunca dará un paso atrás en cuanto a la calidad de la mejor solución obtenida hasta ese momento.

A fin de que el problema tenga una posible solución tan aproximada como sea posible, es necesario mandar esta nueva población al inicio con el objetivo de aplicar nuevamente los Operadores Genéticos hasta encontrar el mejor candidato como solución, para ello se deberá establecer un bucle cerrado y solo deberá parar si cumple la siguiente condición.

Si el Error $\leq 0.001\%$, entonces rompe el bucle y dame la solución.

Una manera de interpretar el código básico de un Algoritmo Genético es el que se muestra en la Figura 2-44.

Algorithm 1 Basic GENETIC ALGORITHM	
1:	initialize population
2:	repeat
3:	repeat
4:	crossover
5:	mutation
6:	phenotype mapping
7:	fitness computation
8:	until population complete
9:	selection of parental population
10:	until termination condition

Figura 2-44 Algoritmo Genético Básico.
(Oliver, 2017).



3. CAPÍTULO III METODOLOGÍA

Debido a la complejidad para aplicar los datos de pruebas uniaxiales a situaciones multiaxiales, en esta metodología se proponen algunas reglas para reducir la carga multiaxial compleja a una carga uniaxial equivalente (K. & B. F., 1992).

El análisis de fatiga de un componente sujeto a esfuerzos fluctuantes combinados requiere, ante todo, que todas las regiones críticas sean localizadas, y que los resultados del análisis de esfuerzos sean acoplados con un criterio de falla apropiado, como se mencionó en el Capítulo 2.

(Bathias & Pineau, 2010) Mencionan una metodología general para el cálculo de vida en fatiga bajo Cargas Multiaxiales de Amplitud Variable:

- a) Un método de conteo de ciclos.
- b) Un criterio de Fatiga.
- c) Una regla acumulativa de Daño en Fatiga.
- d) Una Curva de Wöhler (Curva S–N).

Una metodología como la mencionada por Bathias & Claude se desarrolla en este trabajo para el tipo de Cargas Fluctuantes, “Cargas de Flexión – Rotativa” o Cargas de Amplitud Constante.

Además, se utilizan diferentes hipótesis de fatiga para el cálculo del esfuerzo equivalente con el fin de corroborar dichos resultados. Sin embargo a diferencia de los demás análisis, aquí, se supone que las condiciones de funcionamiento se concentran en el radio medio de los álabes.



CAPÍTULO III METODOLOGÍA.

Se realizó un análisis estructural de elemento finito con ayuda del programa ANSYS versión 18.2, el equipo que se utilizó para el análisis estructural es un equipo de cómputo con las siguientes características:

- Procesador:..... Intel(R) Core(TM) i3-2330M CPU @ 2.20GHz
- Memoria Instalada (RAM):..... 4.00GB
- Disco Duro: 1TB
- Tipo de Sistema: Sistema Operativo de 64 bits
- Edición de Windows: Windows 7 Professional

La simulación del grupo de álabes de una turbina de vapor se realizó bajo condiciones reales de operación, a fin, de conocer los Esfuerzos Máximos y Esfuerzos Mínimos de Von Mises, ya que permiten calcular la capacidad de carga máxima.

Posteriormente, la Relación de Esfuerzos "R", se calculará más adelante, luego de que se hayan obtenido los correspondientes Esfuerzos Máximo y Esfuerzos Mínimos de Von Mises.



3.1 MATERIAL

El Material para el estudio es un Acero Martensítico conocido como AISI 410, también referenciado como X12Cr13 por UNI (Italia). Es un acero inoxidable resistente a la corrosión debido a que su contenido de cromo es arriba del 12%, dicha composición química del material se resume en la Tabla 3-1.

C	Cr	Ni	Mo	Mn	P	Cu	S	Si
0.15	12.25	0.5	0.5	1.0	0.04	0.5	0.008	1.0

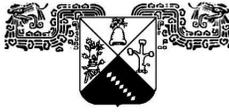
Tabla 3-1. Composición Química del AISI 410 Acero Inoxidable.
(Boukharouba, Elboujdaini, & Pluvillage, 2009)

Cabe mencionar que algunos autores difieren del contenido de las características de la composición química, así pues, en la Tabla 3-2 se muestra otros porcentajes de dichos elementos.

Elemento		Composición Química (%)
Carbón	C	0.15
Manganeso	Mn	1
Fosforo	P	0.04
Azufre	S	0.03
Silicio	Si	1
Cromo	Cr	11.5 – 13.5

Tabla 3-2. Composición Química AISI 410 y AISI 410S.
(Harvey, 2011).

Aunque, las principales aplicaciones para el Acero AISI tipo 410 son en cangilones para turbinas de vapor, álabes, álabes de compresores de Turbina de Gas, mecanismos de varilla de control de reactor nuclear, válvulas, sujetadores, ejes, piezas de bombas, equipos petroquímicos y piezas de máquinas, etc. Su principal característica del Acero AISI 410 es que proporciona una buena resistencia a la corrosión en la mayoría de los entornos industriales.



3.2 METODOLOGÍA PARA CALCULAR LOS ESFUERZOS MÁXIMOS Y MÍNIMOS DE VON MISES.

Hoy en día se tiene conocimiento de que el análisis de fatiga de un componente sujeto a esfuerzos fluctuantes combinados requiere ante todo, que todas las regiones críticas sean localizadas.

Además, si el componente mecánico está sujeto a un estado de esfuerzos multiaxial, el esfuerzo de fluencia no puede ser determinado tan fácilmente con métodos analíticos, sin mencionar que una geometría compleja lo haría aún más compleja.

Una posible solución es dividir el dominio en elementos con geometrías básicas, este razonamiento nos muestra el principio básico del Método de Elemento Finito, donde, el primer paso es dividir el dominio en elementos, denominando como “Discretización”, luego a la distribución de elementos recibe el nombre de “Mallado”.

Una vez que la región ha sido discretizada, las ecuaciones que gobiernan para cada elemento deben ser establecidas dependiendo la física requerida.

El modelo a simular es un Grupo de Álabes de una Turbina de Vapor de la etapa L – 0, en condiciones normales de operación, es decir a 3600 rpm y sujeto a fuerzas fluctuantes de vapor.

3.2.1 METODOLOGIA DE LA HERRAMIENTA DE SIMULACIÓN

Se ejecuta el programa ANSYS WORKBENCH 18.2, se elige la opción “Static Structural” de la ventana “Toolbox”, se arrastra tal como se muestra en la Figura 3-1 hasta la ventana “Project Schematic” en alguna de las partes mostradas en color verde.

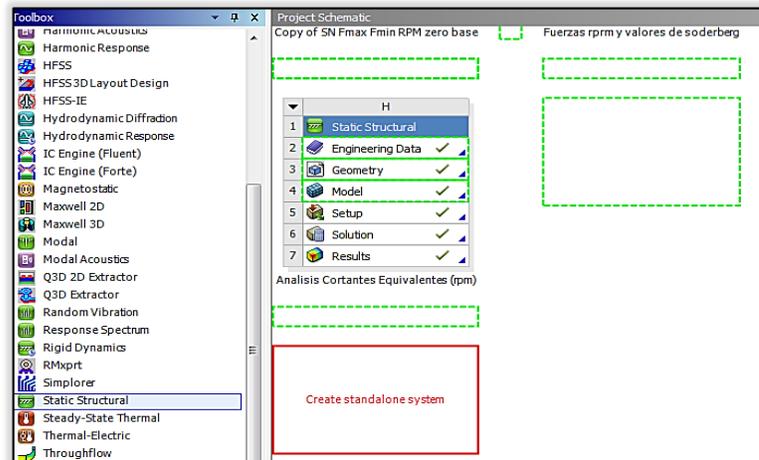


Figura 3-1 Tipo de Análisis “Static Structural”.

A continuación aparece un recuadro como el que se observa en la Figura 3-2 con las siguientes características.

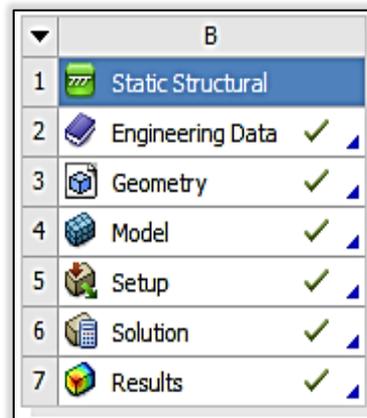


Figura 3-2 Selección del tipo de Análisis “Static Structural”.



3.2.2 GEOMETRÍA.

El grupo de álabes se ensamblado en un CAD de nombre SOLIDWORKS 2018
Figura 3-3.

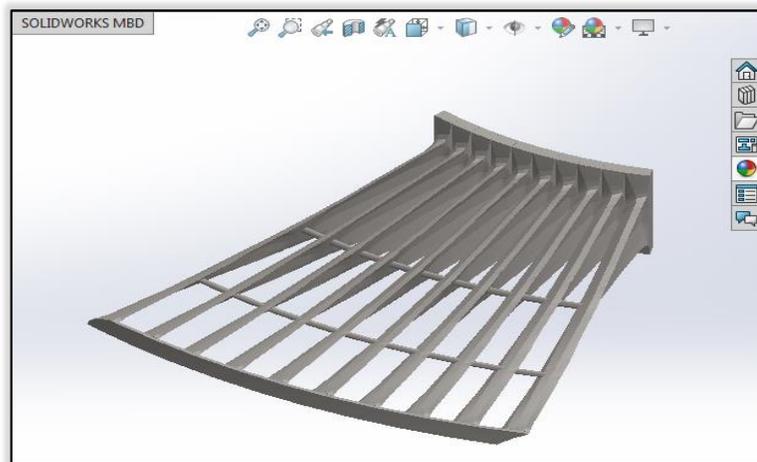


Figura 3-3 Grupo de Alabes de una Turbina de Vapor en la Etapa L-0

3.2.3 IMPORTACIÓN DE LA GEOMETRÍA.

Para importar la geometría del grupo de álabes se debe abrir la opción 3 mostrada en la figura 3.2 “Geometry”, con un clic izquierdo se selecciona la opción “Import Geometry”, “Browse” luego se busca la geometría guardada y finalmente se importada en Ansys (Figura 3.4).

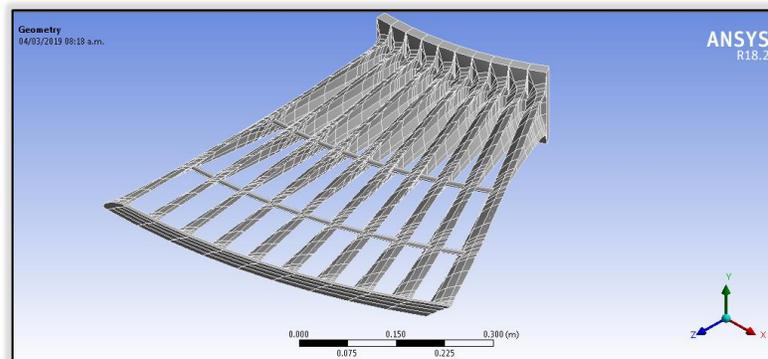


Figura 3-4 Importación de la Geometría Ansys Workbench 18.2.



3.2.4 PROPIEDADES DEL MATERIAL

La selección de materiales siempre ha resultado ser una de las decisiones más importantes en el diseño mecánico, aun cuando en la mayoría de las ocasiones la selección del material se realiza de forma rutinaria debido a la experiencia en el diseño de otras piezas similares, sin embargo el material elegido siempre debe ser el adecuado con el fin de asegurar el buen funcionamiento de la pieza en base a sus propiedades mecánicas y cíclicas.

3.2.4.1 PROPIEDADES MECÁNICAS

Las propiedades mecánicas son propiedades físicas que describen el comportamiento de un material sólido al aplicarle fuerzas de tracción, compresión o torsión.

La Tabla 3-3 muestran las Propiedades Mecánicas del material AISI 410.

DESIGNACIÓN ESTÁNDAR	SIMBOLOGÍA	ASTM A 276, ASTM A 473
Grado, Clase, Símbolo, Nombre		410
Número de Acero		---
Número (UNS)		S41000
Forma del Producto / Tratamiento Térmico		Forma de Barra / HF, A Forma de Barra / CF, A
Espesor		---
Resistencia a la Fluencia	σ_y	275 Mpa 40 Ksi
Resistencia a la Tensión	σ_u	480 Mpa 70 Ksi
Elongación %		20
Reducción de área	RA	45
Dureza Máxima HB / HRC / HV		223 / 20 / 234
Densidad	ρ	7800 – 7850 kg/m³
Módulo de Elasticidad	E	200 Gpa

Tabla 3-3. Propiedades Mecánicas del AISI 410.
(Bringas, 2004).



3.2.4.2 PROPIEDADES EN FATIGA

A diferencia de las Propiedades Mecánicas donde existe mucha información, las Propiedades en Fatiga presentan información muy escasa acerca de los ensayos para el material deseado, lo que dificulta establecer un medio para poder estimar valores en fatiga a través de datos presentes en pruebas monotónicas.

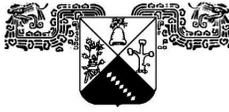
La Tabla 3-4 identifica las relaciones fundamentales entre las propiedades del material en fatiga. Además, cuando se combinan, capturan la agrupación de propiedades del material limitando el rendimiento (ecuación de Basquin). De esta forma se proporciona una base para la selección óptima de materiales en un diseño con fatiga limitada.

La Tabla 3-4 muestra las Propiedades Cíclicas del material AISI 410.

DESCRIPCIÓN	SIMBOLOGÍA	MAGNITUD
Coeficiente de Resistencia a la Fatiga	σ_f	825 Mpa
Exponente de Resistencia a la Fatiga	b	-0.0851
Coeficiente de Ductilidad a la Fatiga	ϵ_f	0.5978
Exponente de Ductilidad a la Fatiga	c	-0.62
Coeficiente de Resistencia Cíclica	k'	885.29 Mpa
Exponente de Endurecimiento a la Deformación Cíclica	n'	0.1371

Tabla 3-4. Propiedades Cíclicas del Acero AISI 410.

Una forma de obtener las propiedades cíclicas del acero AISI 410, es a partir de las propiedades mecánicas monotónicas del mismo acero, tal como se describe más adelante.



CAPÍTULO III METODOLOGÍA.

Coefficiente de Resistencia a la Fatiga σ_f' , es el esfuerzo real correspondiente a la fractura, y está relacionado con la resistencia a la Fractura σ_f en una prueba de tensión Monotónica. Para los aceros puede ser aproximado mediante la ecuación 3-1 (Stephes et all, 2001).

$$\sigma_f \approx S_u + 345MPA \dots\dots\dots Ecuación 3-1$$

Exponente de Resistencia a la Fatiga b , Es la pendiente de la recta de deformación elástica como se observa en la figura 3-5. Además, es la potencia a la cual se debe elevar la vida $2N$ para que sea proporcional al esfuerzo real.

Esta variable b varia de -0.057 a -0.14, con un valor de -0.09 como valor representativo para el autor (M. Klebanov, M. Barlam, & E. Nystrom, 2008). El rango del exponente propuesto por el autor (Julie A. Bannantine, 1989) es de -0.05 a -0.12, con un valor promedio de -0.085 para el caso de los metales. Finalmente (Stephes, et al, 2001) establece un valor de -0.06 a -0.14, con un rango de -0.09 a -0.1 como valores representativos.

Aunque se proponen valores aproximados, se observa que una buena aproximación puede ser mediante las ecuaciones 3-2, 3-3 y 3-4.

$$b = -\frac{1}{3} \log_{10} \frac{S_f}{S_e} \dots\dots\dots Ecuación 3-2$$

Otra expresión es la propuesta por (G. Budynas & Keith Nisbett, 2008).

$$b = -\frac{1}{3} \log_{10} \frac{fS_u}{S_e} \dots\dots\dots Ecuación 3-3$$

$$b = -\frac{\log_{10} \frac{\sigma_f}{S_e}}{\log_{10} 2N_e} \dots\dots\dots Ecuación 3-4$$

Donde

$S_f = 0.5S_u$ Es la Resistencia de Durabilidad a la Fatiga, para $N = 1x10^3$ ciclos.

$S_e = 0.9S_u$ Es la Resistencia a la Fatiga o Límite de Resistencia a la Fatiga para $N = 1x10^6$ ciclos.

CAPÍTULO III METODOLOGÍA.

σ_f' Es el Coeficiente de Resistencia a la Fatiga.

De esta forma se obtiene un valor cercano al mencionado por Julie A. Bannantine con $b = -0.0851$

Por último la ecuación 3-5, también puede ser usada para estimar el Exponente de Resistencia a la Fatiga haciendo uso del Exponente de Endurecimiento por Deformación Cíclica.

$$b = \frac{-n'}{1+5n'} \dots \dots \dots \text{Ecuación 3-5}$$

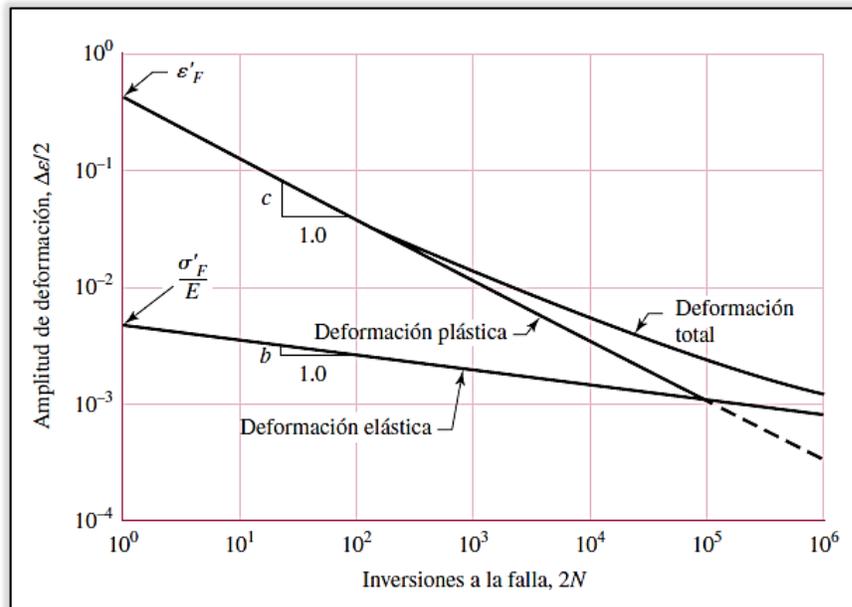


Figura 3-5 Pendientes de los Exponentes b y c. (G. Budynas & Keith Nisbett, 2008).

Exponente de Ductilidad a la Fatiga c , es la pendiente de la deformación plástica (figura 3-5). Además es la potencia a la cual se debe elevar la vida $2N$ para que sea proporcional a la amplitud real de la deformación plástica. Cabe mencionar que, si el número de inversiones del esfuerzo es $2N$, entonces N es el número de ciclos de vida.



CAPÍTULO III METODOLOGÍA.

En la literatura este exponente c varía en un rango de -0.5 y -0.7 como valores representativos según Morrow (Julie A. Bannantine, 1989), mientras que para el autor (M. Klebanov, M. Barlam, & E. Nystrom, 2008) varía en un intervalo de -0.39 a -0.14 con un valor representativo de -0.60. Por último de acuerdo con (Stephes, et al, 2001) el rango va de -0.4 a -0.7 con un valor representativo de -0.6. La mejor aproximación es a través de la ecuación 3-6.

$$\frac{\Delta \varepsilon_p}{2} = \varepsilon'_f (2N_e)^c \dots\dots\dots \text{Ecuación 3-6}$$

También la ecuación 3-7, permite calcular el exponente de ductilidad a la fatiga usando el exponente de endurecimiento por deformación cíclica (Julie A. Bannantine, 1989).

$$c = \frac{-1}{1+5n'} \dots\dots\dots \text{Ecuación 3-7}$$

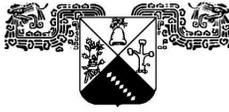
La variable c no está muy bien definido como los demás parámetros. Sin embargo, se debe calcular en base a pruebas y no a ecuaciones empíricas, por otra parte, existen versiones mucho mejor aceptadas en la literatura propuestas por autores como:

- Coffin encontró que c esta alrededor de -0.5
- Manson encontró que c esta cerca de -0.6
- Morrow encontró que c varía entre -0.5 y -0.7 (Julie A. Bannantine, 1989).

Coeficiente de Ductilidad a la Fatiga ε_f' es la deformación real correspondiente a la fractura en una inversión. Además ésta relacionado con la tensión de fractura verdadera en una prueba de tensión monotónica, donde la mayoría de los casos varía desde 0.35 a 1.0 veces ε_f .

$$\varepsilon_f = \ln \left(\frac{1}{1-RA} \right) \dots\dots\dots \text{Ecuación 3-8}$$

La ecuación 3-8 propuesta por (Stephes, et al, 2001) es una buena referencia como aproximación, donde RA resulta ser la Reducción de Área.



CAPÍTULO III METODOLOGÍA.

Coeficiente de Resistencia Cíclica k' y el Exponente de Endurecimiento por Deformación Cíclica n' : estos en la mayoría de los casos se obtienen ajustando los datos de la amplitud de esfuerzo estable frente a la amplitud del esfuerzo plástico.

Siendo, la ecuación 3-9 una estimación aproximada para el Coeficiente de Resistencia Cíclica.

$$k' = \frac{\sigma_{f'}}{(\epsilon_{f'})^{b/c}} \dots\dots\dots \text{Ecuación 3-9}$$

Y la ecuación 3-10 una aproximación para el Exponente de Endurecimiento por Deformación Cíclica.

$$n' = \frac{b}{c} \dots\dots\dots \text{Ecuación 3-10}$$

Donde, para la mayoría de los metales el valor de n' usualmente varía entre 0.10 y 0.25 con un valor promedio de 0.15 (Julie A. Bannantine, 1989).

Estos datos deben ser ingresados como propiedades cíclicas en la Tabla 3-4. Se debe seleccionar la opción 2 “Engineering Data” de la figura 3-2, una ventana como la mostrada por la Figura 3.6 tiene la opción de crear un nuevo material. Para este trabajo se ha creado el material AISI 410.

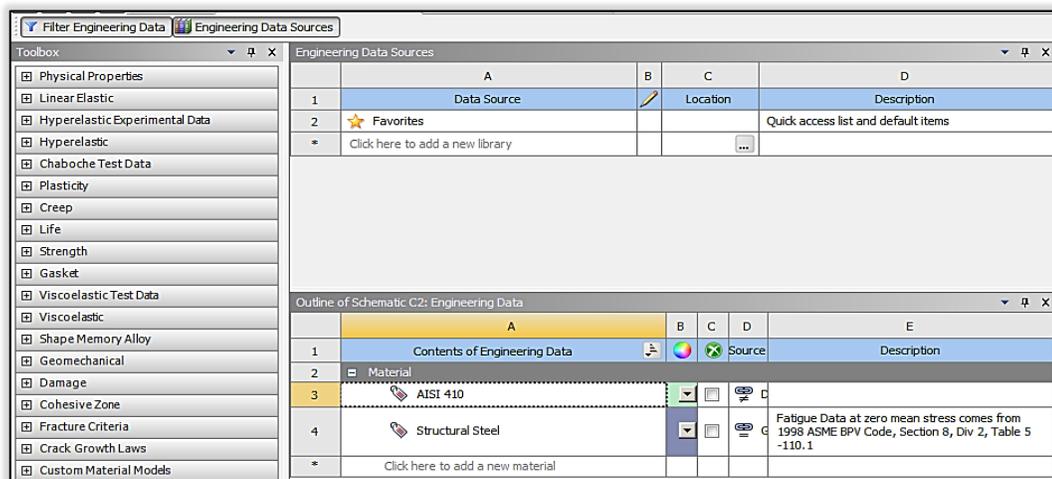


Figura 3-6 Agregar un Nuevo Material.



CAPÍTULO III METODOLOGÍA.

Por último, de la ventana “Toolbox” mostrada del lado derecho (figura 3-6) se seleccionan Propiedades Físicas, Elasticidad Isotrópica, Parámetros de Deformación Vida, Resistencia a la Fluencia y Resistencia Última. Se ingresan los valores proporcionados por las Tablas 3-3 y 3-4, tal como se ejemplifica en la Figura 3-7.

Properties of Outline Row 3: AISI 410			
	A	B	C
1	Property	Value	Unit
2	Material Field Variables	Table	
3	Density	7800	kg m ⁻³
4	Isotropic Secant Coefficient of Thermal Expansion		
6	Isotropic Elasticity		
7	Derive from	Young's Modulu...	
8	Young's Modulus	2E+11	Pa
9	Poisson's Ratio	0.3	
10	Bulk Modulus	1.6667E+11	Pa
11	Shear Modulus	7.6923E+10	Pa
12	Strain-Life Parameters		
13	Display Curve Type	Strain-Life	
14	Strength Coefficient	8.25E+08	Pa
15	Strength Exponent	-0.0851	
16	Ductility Coefficient	0.5978	
17	Ductility Exponent	-0.62	
18	Cyclic Strength Coefficient	8.8529E+08	Pa
19	Cyclic Strain Hardening Exponent	0.1371	
20	S-N Curve	Tabular	
21	Interpolation	Log-Log	
22	Scale	1	
23	Offset	0	Pa
24	Tensile Yield Strength	1.25E+09	Pa
25	Compressive Yield Strength	1.1363E+09	Pa
26	Tensile Ultimate Strength	2.1818E+09	Pa
27	Compressive Ultimate Strength	0	Pa

Figura 3-7 Propiedades Mecánicas y Cíclicas del Material AISI 410.

Las propiedades cíclicas se calcularon en base a las ecuaciones antes mencionadas. Son propias para este tipo de Acero AISI 410.

En el **Apéndice I**, se muestra algunas propiedades cíclicas del Acero AISI 4340 (N. S. , Sidharth, & J. S. , 1997), evidentemente se puede apreciar como algunas magnitudes difieren del Acero AISI 410.

3.2.5 MALLADO

El primer paso en el procedimiento de solución mediante elemento finito es dividir el dominio en elementos, posteriormente a la distribución de elementos se le conoce como malla (Esam M., 2010) un ejemplo que ilustra este paso se aprecia en la Figura 3-8.

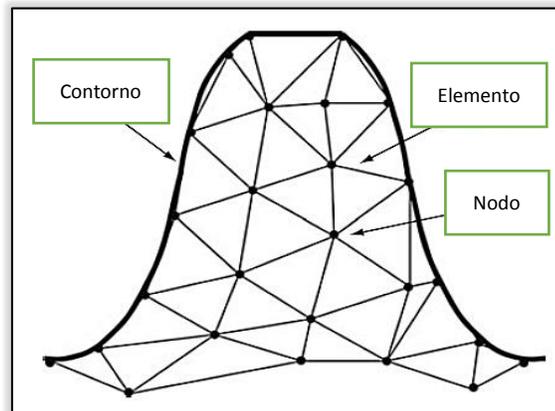


Figura 3-8 Mallado de un Diente de Engrane.
(Alawadhi, 2010).

Dependiendo del tipo de problema los elementos pueden tener diferentes formas, es decir, líneas, áreas o volúmenes, tal como se observa en la Figura 3-9, donde se observan diferentes tipos de elementos básicos.

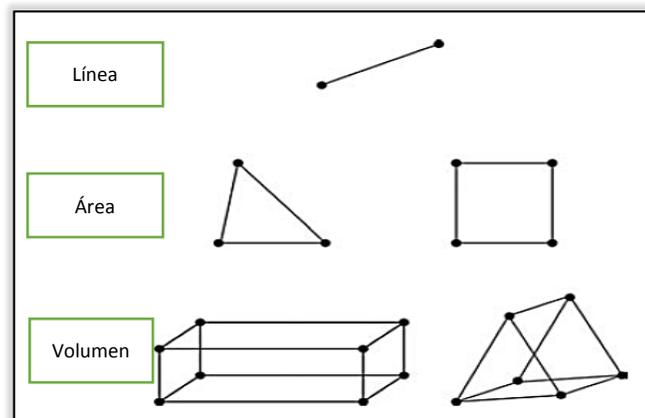


Figura 3-9 Tipos de Elementos Básicos.
(Alawadhi, 2010).



CAPÍTULO III METODOLOGÍA.

Continuando con el análisis, para elegir un tipo de malla se debe seleccionar la opción B4 “Model” de la Figura 3-2, haciendo doble clic izquierdo hasta abrir una ventana como se muestra en la Figura 3-10. A continuación la opción “mesh”, “insert” y “method” y se elige la opción buscada; para este tipo de análisis se eligió “Hexaedric”. Otra forma de elegir el tipo de malla es desde la ventana “Details of mesh” en el recuadro “Method”, donde se despliegan las mismas opciones.

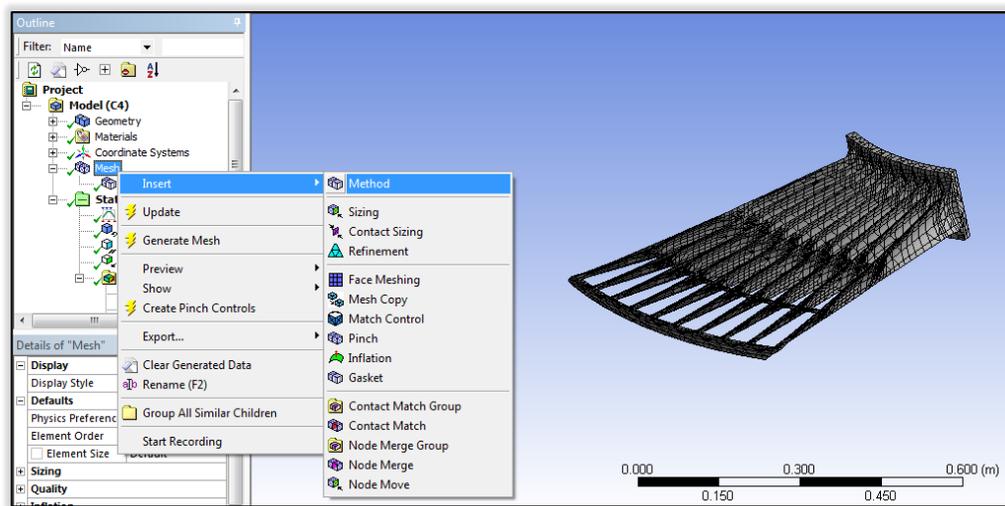
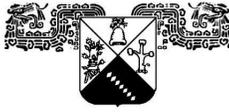


Figura 3-10 Selección del Tipo de Mallado Ansys Workbench 19.2.

La principal razón por la que se eligió el mallado hexaédrico es que tiene un comportamiento mucho mejor de convergencia, lo que implica que con el mismo tamaño para el problema, el mallado hexaédrico o cuadrilátero da resultados más precisos, además de que es más eficiente que el tetraédrico (Huei-Huang, 2012).

A diferencia de los modelos 2D, en los modelos 3D el mallado es mucho más complicado, por lo que una idea simple es crear elementos hexaédricos para mallar las caras de un cuerpo con cuadriláteros y posteriormente barrer a lo largo del cuerpo.



3.2.6 CONDICIONES DE FRONTERA

A continuación, para este tipo de análisis se insertan las condiciones de frontera con el fin de conocer los Esfuerzos Máximos y Mínimos de Von Mises, es decir, calcular la capacidad de carga máxima. De manera similar al mallado se incorporan las condiciones de frontera para el grupo de álabes en la opción “Static Structural” como se muestra en la Figura 3-11.

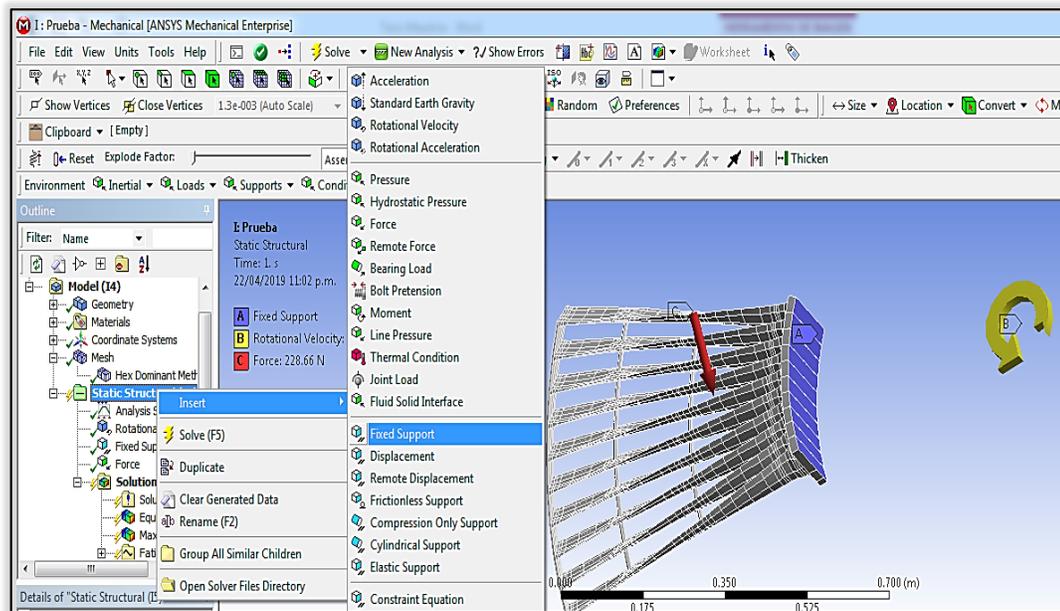
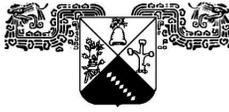


Figura 3-11 Condiciones de Frontera Ansys Workbench 18.2.

Posteriormente, se da clic izquierdo sobre “Static Structural”, seguido de “insert” y finalmente se eligen las opciones de acuerdo al análisis mencionado

- Fixed Suport (Soporte Fijo)
- Rotacional Velocity (Velocidad de Rotación rpm)
- Force (Fuerzas)



CAPÍTULO III METODOLOGÍA.

Se establece como primer paso “Fixed Support” que se puede traducir como Soporte Fijo, para ello, se debe ir a la opción antes mencionada, enseguida seleccionar las caras que componen la parte fija (Figura 3-13), finalmente dar clic en “Apply” como muestra la Figura 3-12.

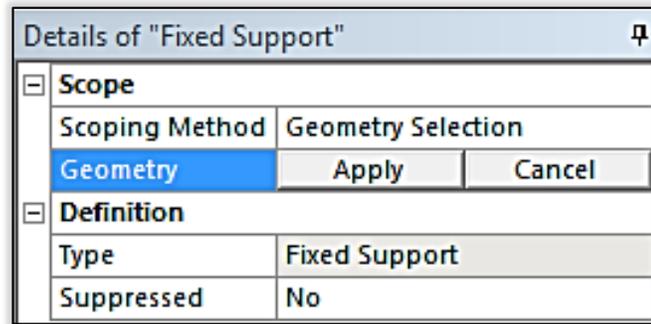


Figura 3-12 Aplicación del Soporte Fijo en la Geometría

La Figura 3-13 muestra un ejemplo de la selección del soporte fijo, donde se asume que no hay presencia de deformaciones.

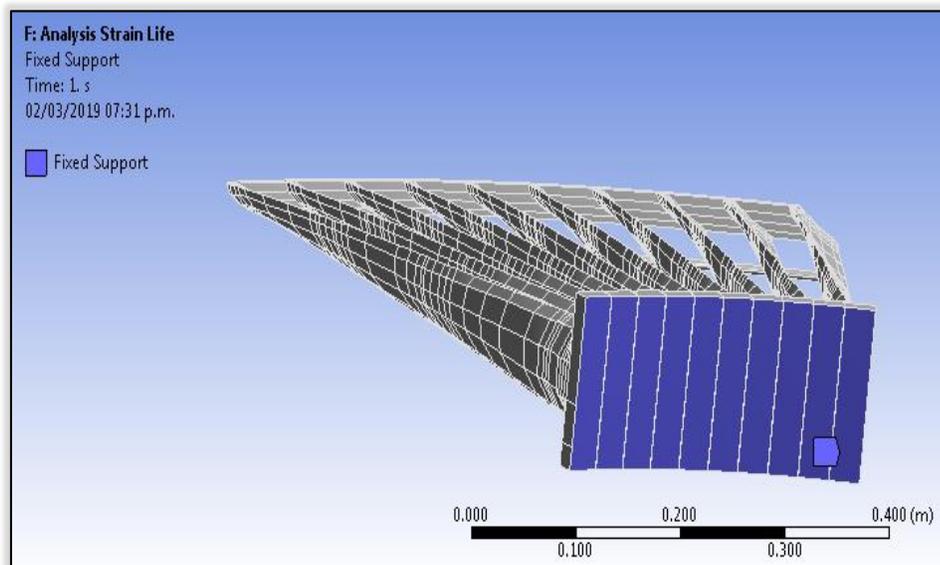
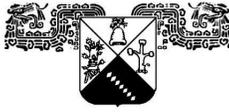


Figura 3-13 Elección de las Caras del Soporte Fijo en la Geometría.

Es claro que los resultados del análisis de Elemento Finito no serán válidos si se coloca un apoyo rígido en un lugar inadecuado.



CAPÍTULO III METODOLOGÍA.

Al tratarse de un grupo de alabes se espera que exista movimiento de rotación, para ello se debe seleccionar la opción “Rotational Velocity”, luego se debe ingresar la Velocidad de Rotación de 3600 rpm, además del punto de localización sobre el cual debe efectuarse el giro (radio de la flecha) con una magnitud de -6.9464×10^{-2} metros tal como se ilustra en la Figura 3-14.

Details of "Rotational Velocity"	
Scope	
Scoping Method	Geometry Selection
Geometry	1 Body
Definition	
Define By	Components
Coordinate System	Global Coordinate System
<input type="checkbox"/> X Component	0. RPM (ramped)
<input type="checkbox"/> Y Component	-3600. RPM (ramped)
<input type="checkbox"/> Z Component	0. RPM (ramped)
<input type="checkbox"/> X Coordinate	0. m
<input type="checkbox"/> Y Coordinate	-6.9464e-002 m
<input type="checkbox"/> Z Coordinate	0. m
Suppressed	No

Figura 3-14 Registro de la Velocidad de Rotación.

La Figura 3-15 ilustra de forma detallada la aplicación de la Velocidad de Rotación. La presencia del signo negativo al sistema de referencia presente en el software ANSYS.

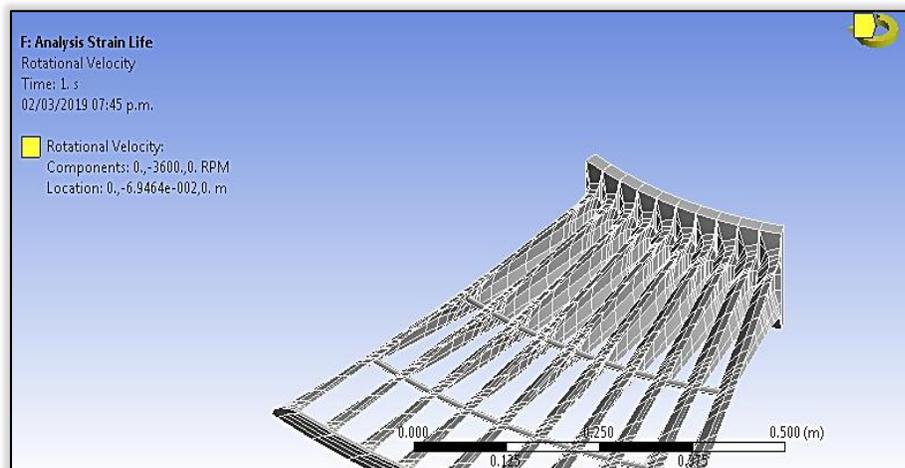


Figura 3-15 Aplicación de la Velocidad de Rotación en la Geometría



CAPÍTULO III METODOLOGÍA.

Finalmente, las cargas para este análisis se aplican en la raíz media del grupo de álabes donde se cree que presentan más daño debido al cambio de sección. Si las cargas introducidas (Tabla 3-5) no son las que realmente soportará o por lo menos el equivalente durante su vida, los resultados de dicho análisis no serán válidos.

La Tabla 3-5, muestra las magnitudes de las fuerzas máximas y mínimas de vapor a la que se encuentra sometido el Grupo de Álabes.

FUERZAS DE VAPOR			
Máximas		Mínimas	
Componente	Magnitud	Componente	Magnitud
X	-186.22 N	X	-175.65 N
Y	131.8 N	Y	125.85 N
Z	41.38 N	Z	43.12 N

Tabla 3-5. Fuerzas de Vapor Máximas y Mínimas.
(García, et al).

En este análisis se debe insertar dos números de pasos. En la opción “Analysis Settings” se puede modificar el número de pasos deseados, posteriormente se selecciona la opción “Force” y finalmente se insertar los valores de las fuerzas máximas y mínimas de Vapor de la Tabla 3-5 tal como se muestra en la figura 3-16.

Tabular Data					
	Steps	Time [s]	<input checked="" type="checkbox"/> X [N]	<input checked="" type="checkbox"/> Y [N]	<input checked="" type="checkbox"/> Z [N]
1	1	0.	0.	0.	0.
2	1	1.	-182.22	131.8	41.38
3	2	2.	-175.65	125.85	43.12
*					

Figura 3-16 Aplicación de las Fuerzas Máximas y Mínimas en la Geometría

Los componentes de las fuerzas de vapor también presenten un signo negativo, esto debido al sistema de referencia antes mencionado.

CAPÍTULO III METODOLOGÍA.

En relación con este tema, para seleccionar el área de contacto se debe ir a la opción “Force”, posteriormente se elige el área de contacto de la fuerza en el Grupo de Álabes y finalmente “Apply” tal como se muestra en la figura en la Figura 3-17.

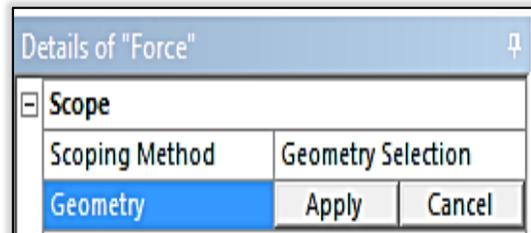


Figura 3-17 Selección del Área para la Aplicación de las Fuerzas.

La Figura 3-18 muestra el área donde existe mayor contacto, es decir, donde las fuerzas causan un daño significativo, además de la resultante de las fuerzas de vapor. El número de pasos mencionados anteriormente no se muestran, sin embargo, está presente.

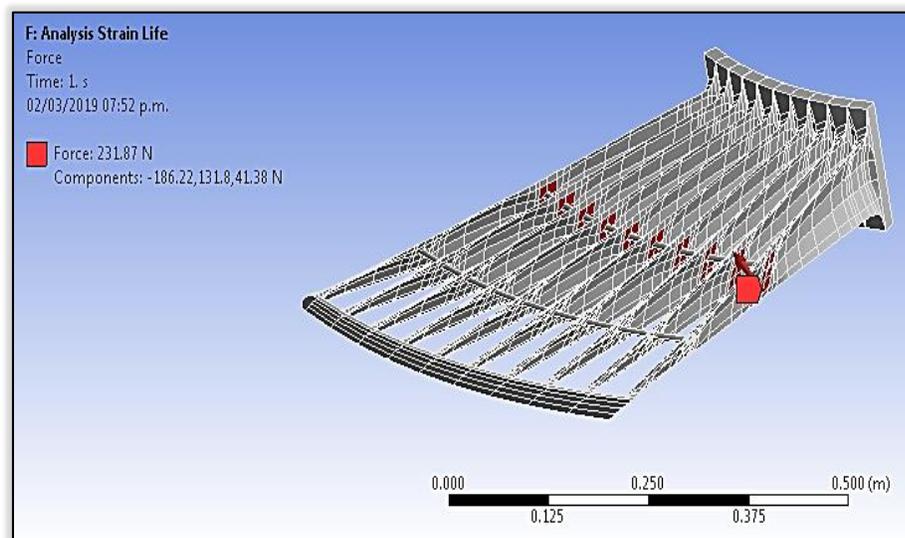


Figura 3-18 Aplicación de las Fuerzas Máximas y Mínimas en la Geometría

CAPÍTULO III METODOLOGÍA.

Debido a la combinación de las cargas fluctuantes de vapor, los álabes se someten a un estado multiaxial simple con componente media no nula, o cargas de amplitud constante como se mencionó en la sección 2.2.2, que también es conocido como esfuerzo fluctuante o esfuerzo de tracción fluctuante.

En consecuencia, el efecto de la fuerza máxima de vapor posee un esfuerzo máximo y mínimo de Von Mises, de la misma forma sucede con la fuerza mínima de vapor, es así como se crea el efecto del desfase de las tensiones lo que realmente es un problema difícil de resolver debido al asincronismo.

La Figura 3-19 muestra un ejemplo claro de asincronismo. **Ver Apéndice H.**

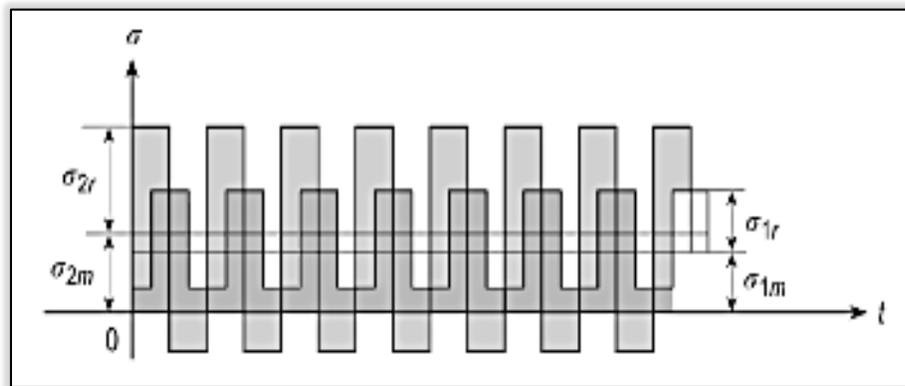


Figura 3-19 Gráfica con Tensiones Medias no Nulas.
(Avilés R. , 2005)

Debido a que existen pocos resultados de ensayos multiaxiales realizados con componentes medias no nulas, una propuesta se mencionó en el capítulo 2 la cual puede ser adaptada a esta situación a través del concepto de tensión equivalente, una forma de visualizar este concepto es el mostrado en la Figura 3-20.

Para lograr esto, los esfuerzos máximos y mínimos de Von Mises deben ser caracterizados por las ecuaciones 2-4 y 2-5 obteniendo como resultado tensiones alternas y medias para las fuerzas máximas de vapor σ_{m1} , σ_{a1} , y σ_{m2} , σ_{a2} para las fuerzas mínimas de vapor.

CAPÍTULO III METODOLOGÍA.

En cuanto a la relación de esfuerzos "R", se trata de un análisis de esfuerzo de tracción fluctuante, es decir, una "R" con valores positivos (tensión).

Finalmente, el concepto de esfuerzo equivalente asume que las componentes del esfuerzo multiaxial pueden ser convertidas a un solo esfuerzo equivalente σ_{eq} , figura 3-20, de esta manera se soluciona el problema de asincronismo mencionado en párrafos anteriores y ahora el problema puede ser tratado como fatiga uniaxial.

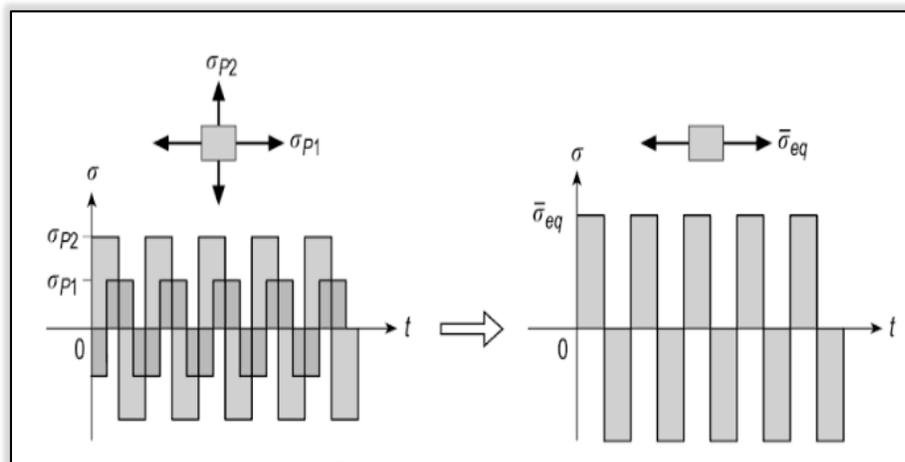
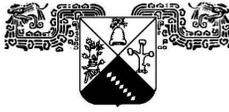


Figura 3-20 Representación Gráfica de la Tensión Equivalente.
(Avilés R. , 2005).



3.2.7 SOLUCIÓN

La aplicación de las condiciones de frontera resulta uno de los pasos más importantes de esta etapa. Una vez aplicadas todas las cargas en el modelo y definidas las propiedades del material, se procede a calcular las magnitudes deseadas; esfuerzos normales, esfuerzos cortantes, deformaciones, ciclos de vida, entre otros. Para ello, se debe seguir el procedimiento de la Figura 3-21.

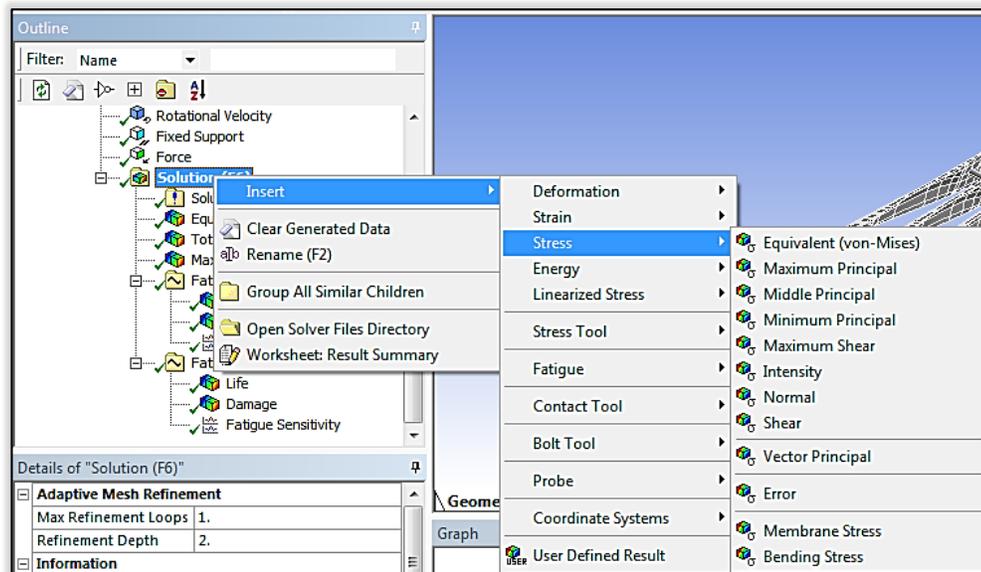


Figura 3-21 Cálculo de las Cantidades Deseadas (Esfuerzos, Deformaciones).

El procedimiento utilizado en ANSYS Workbench 18.2 en la resolución de un problema puede ser visualizado en dos grandes pasos:

- a) Establecer las ecuaciones que gobiernan el comportamiento del problema.
- b) Resolver las ecuaciones.

El tiempo de resolución dependerá del tamaño del problema, del número de nodos así como del número de elementos presentes en la geometría, en otras palabras, un mallado más denso conlleva una mayor demanda de costo computacional.

CAPÍTULO III METODOLOGÍA.

Por último, los resultados numéricos se almacenan y pueden ser visualizados a solicitud del usuario. La Figura 3-22, muestra el “Estado de Tensión de Fatiga Multiaxial” o, esfuerzos máximos y mínimos de Von Mises. Este análisis fue producto de una combinación de las fuerzas centrífugas (3600 rpm) y las fuerzas de vapor (Máximas y Mínimas).

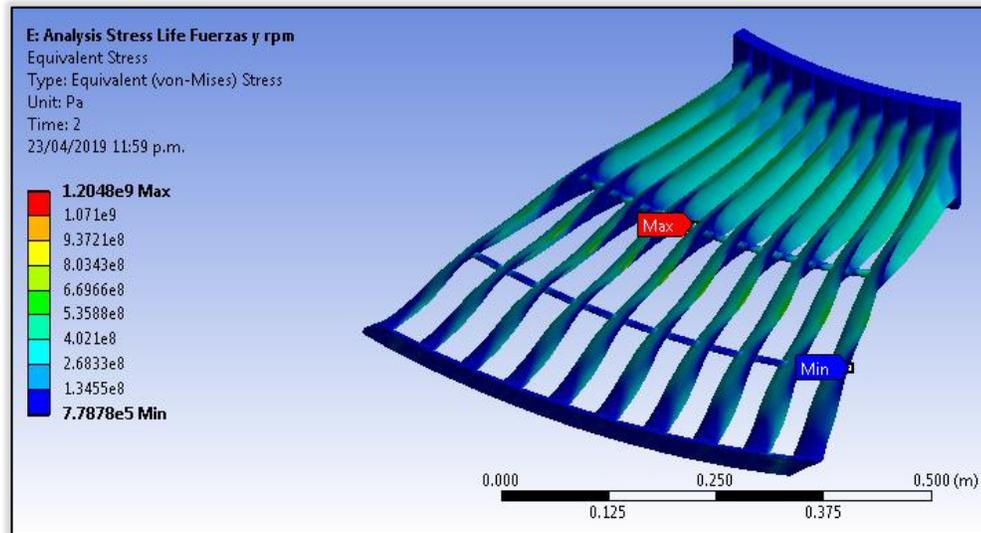


Figura 3-22 Resultados del Esfuerzo Máximo de Von Mises.

Una vez conocidos los esfuerzos de Von Mises es posible calcular la relación de esfuerzos $R = 0.00064639$ de acuerdo a la ecuación 2-11, de ahí que, este análisis trata de un caso de esfuerzo de tracción fluctuante.

Por el contrario, debido a que el efecto de la aplicación de una fuerza a una estructura es independiente de la existencia o no de otras fuerzas, el mismo análisis también probó ser eficiente con el método de superposición para las teorías de Von Mises y Tresca.

En este sentido se comprende que las componentes del esfuerzo multiaxial pueden ser convertidas a un solo esfuerzo equivalente σ_{eq} , de tal forma, que permite tratar casos de esfuerzos combinados multiaxiales de tensión y cortante como si fueran resultado de tensión pura.

CAPÍTULO III METODOLOGÍA.

En la Figura 3-23 se muestra un análisis estructural únicamente con una velocidad de rotación de 3600 RPM.

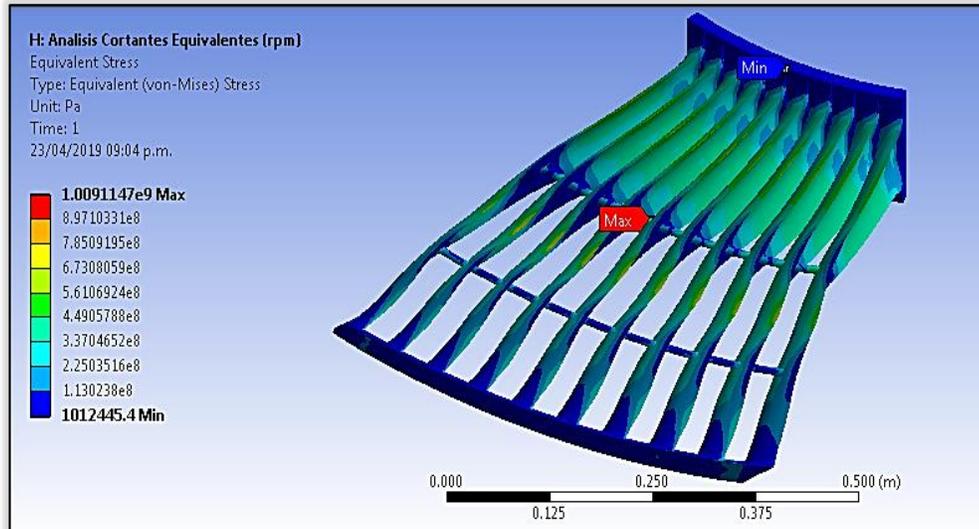


Figura 3-23 Calculo del Esfuerzo de Von Mises a 3600 rpm.

Un segundo análisis estructural es mostrado en la Figura 3.24, con la aplicación de las fuerzas máximas y mínimas de vapor, como resultado los esfuerzos máximo y mínimo de Von Mises son conocidos.

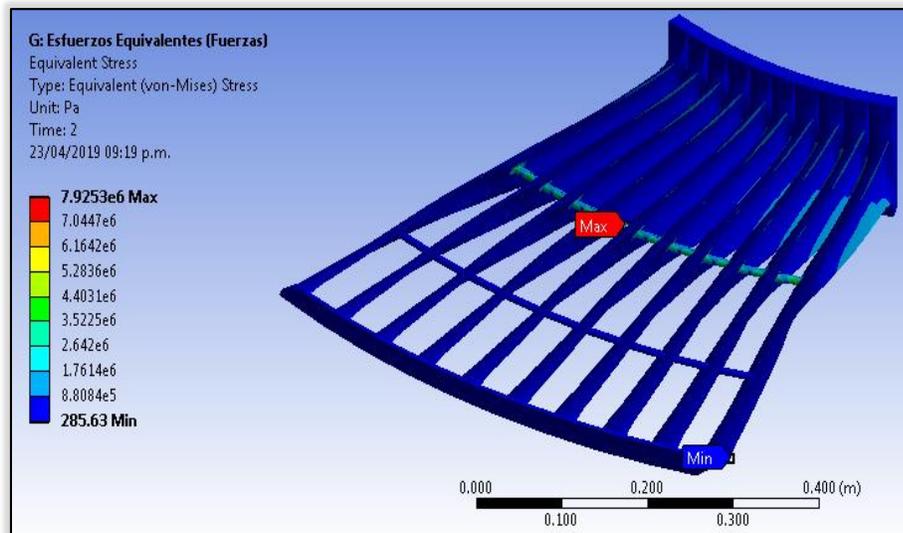


Figura 3-24 Calculo del Esfuerzo de Von Mises con Fuerzas de Vapor.



3.3 METODOLOGÍA PARA CALCULAR VIDA EN FATIGA CON ANSYS.

Como ya se mencionó en la literatura científica, la mayoría de información de resistencia a la fatiga pertenece a las Cargas de Flexión – Rotativa, seguido de las Cargas Axiales, mientras; con información muy escasa se encuentran las Cargas de Torsión.

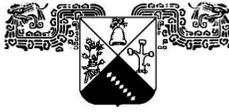
Finalmente, en el peor de los casos no hay información acerca de los ensayos de fatiga para el material deseado, haciendo alusión a este problema, este estudio encontró que dichos valores se pueden determinar con la Ecuación de Basquin.

El análisis propuesto en esta metodología es “Stress-Life”, por el hecho, de obtener un número de ciclos en base a un Esfuerzo Alternante Equivalente como muestra la Tabla 3-6.

VALORES OBTENIDOS EN BASE A LA ECUACIÓN DE BASQUIN		
#	Número de Ciclos	Esfuerzos Alternantes
1	1,000	432,052,274.6
2	1,500	417,398,544
3	2,000	407,303,970.1
4	10,000	355,170,016.9
5	50,000	309,709,087.4
6	100,000	291,968,699.8
7	500,000	254,597,390.8
8	1,000,000	240,013,845.9

Tabla 3-6. Valores de los Límites para Interpolar el Esfuerzo Alternante.

Cabe destacar que los valores de los Esfuerzos Alternantes Equivalentes de la Tabla 3-6 no contienen el Factor de Seguridad.



CAPÍTULO III METODOLOGÍA.

Los pasos para estimar vida en fatiga de un componente se detallan a continuación. Primero, se da clic derecho en la opción 2 “Engineering Data”, seguido de “Edit” tal como se muestra en la Figura 3-25.

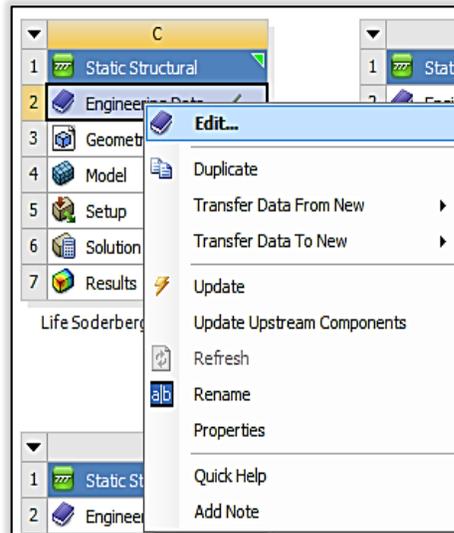


Figura 3-25. Editar o Agregar Propiedades del Material AISI 410.

Posteriormente, se ingresan los valores proporcionados por la Tabla 3-6 contemplando su correspondiente factor de seguridad. Figura 3-26.

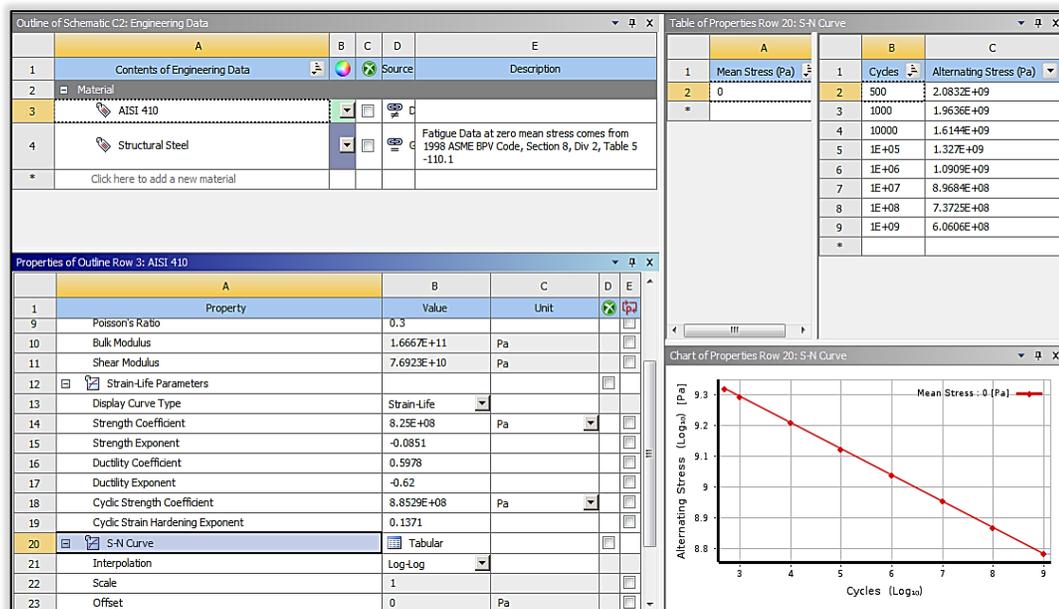


Figura 3-26. Agregar los Esfuerzos Alternantes Equivalentes.



CAPÍTULO III METODOLOGÍA.

Finalmente, se inserta una herramienta de fatiga, tal como se ilustran en la Figura 3-27.

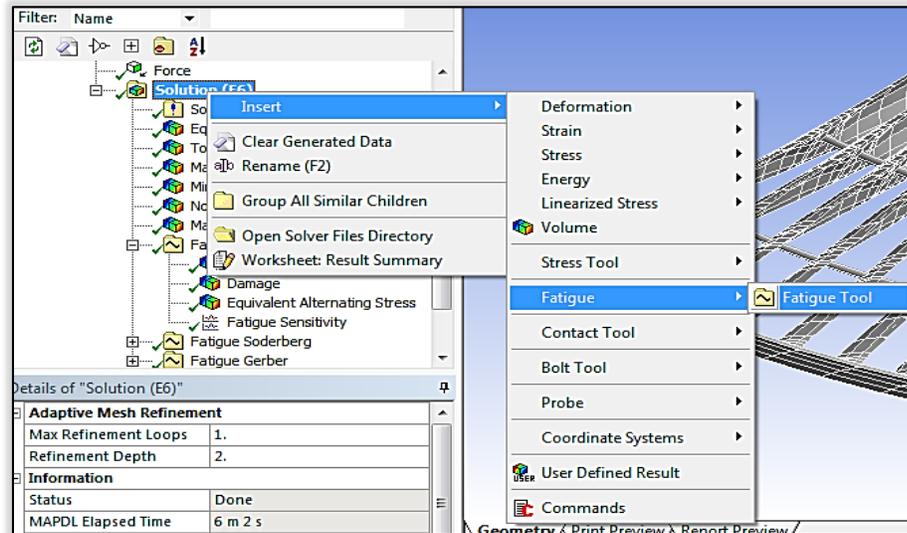


Figura 3-27. Insertar Herramienta de Fatiga.

A continuación, en la opción “Fatigue Tools” se ingresan como datos:

- La relación de carga
- El tipo de Análisis,
- La teoría de Esfuerzo Medio
- Las Componentes del Esfuerzo.

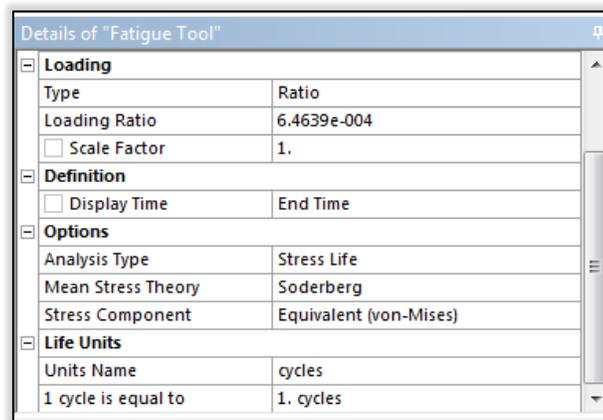
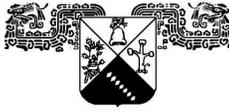


Figura 3-28. Selección de una Teoría de Esfuerzo Medio.



3.3.1 CALCULO DE VIDA EN FATIGA “CRITERIO DE SODERBERG”.

Para este análisis se ingresó como datos en la herramienta de fatiga:

- La Relación de Carga.....0.00064639.
- El Tipo de Análisis.....Stress-Life.
- La Teoría de Esfuerzo Medio**Soderberg**.
- Las Componentes del Esfuerzo.....Von Mises.

Una vez efectuado el análisis de fatiga a condiciones normales de operación, la Figura 3-29 muestra un esfuerzo máximo alternante equivalente de $1.1626e^9 Pa$. El esfuerzo alternante equivalente, también se puede obtener como cociente del valor proporcionado por la ecuación 2-28 y el factor de seguridad.

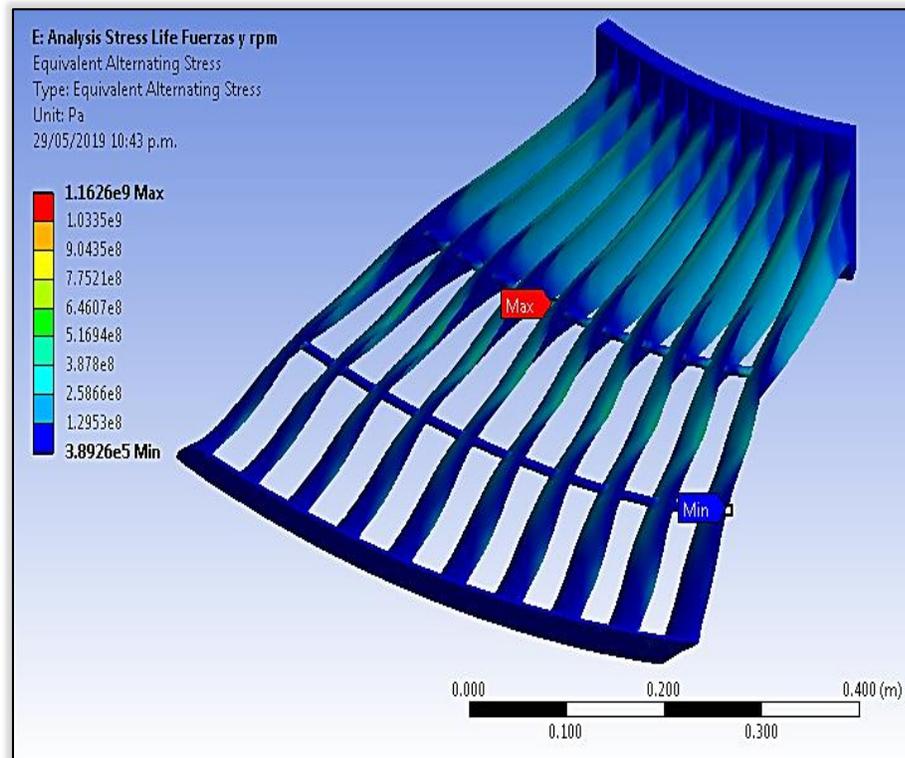


Figura 3-29. Esfuerzos Alternantes Equivalentes Criterio de Soderberg.

CAPÍTULO III METODOLOGÍA.

Posteriormente, para calcular la vida útil del grupo de álabes, ANSYS debe interpolar el esfuerzo alternante equivalente con los datos ingresados en la Figura 3-26.

Es así, que la Figura 3-30 proporciona una vida útil de $4.7315e^5$ ciclos de vida para el grupo de álabes a condiciones normales de operación.

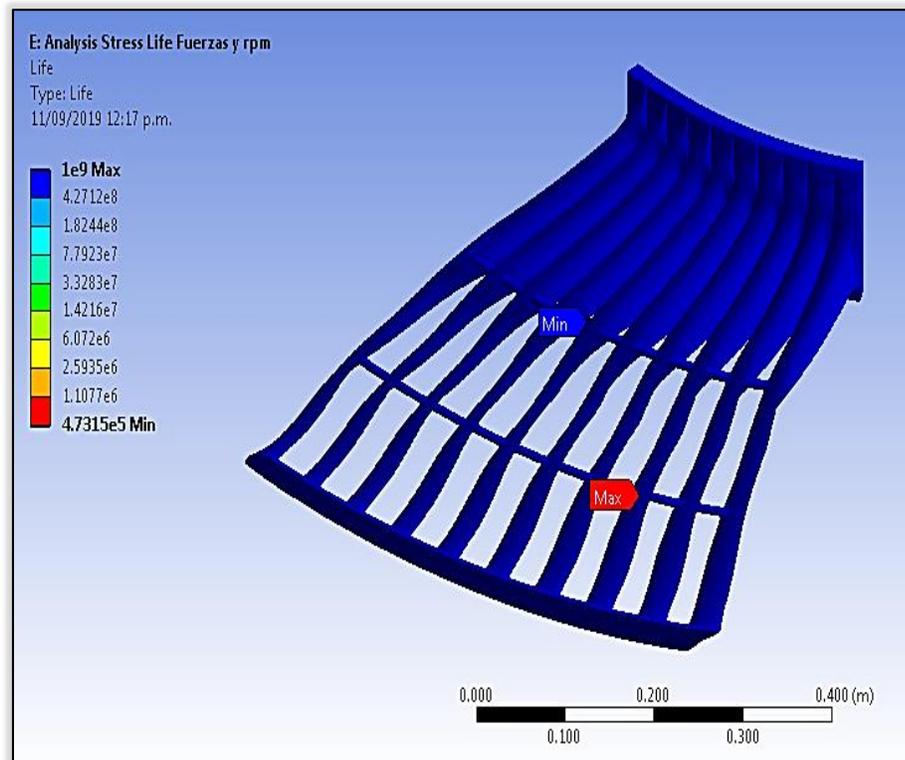


Figura 3-30. Calculo de Vida en Fatiga Criterio de Soderberg.

La vida útil del grupo de álabes para el criterio de Soderberg toma este valor porque el esfuerzo de fluencia S_y es el límite asociada para este criterio.

Es así, que la vida útil difiere para criterio, y se debe, al límite estático asociado con el criterio que se ha determinado, por ejemplo S_y para el criterio de Soderberg, S_u para el criterio de Goodman, S_{ur} para el criterio de Morrow.



3.3.2 CALCULO DE VIDA EN FATIGA “CRITERIO DE GOODMAN”.

Para el Criterio de Goodman se ingresaron los siguientes datos:

- La Relación de Carga.....0.00064639.
- El Tipo de Análisis.....Stress-Life.
- La Teoría de Esfuerzo Medio**Goodman**.
- Las Componentes del Esfuerzo.....Von Mises.

Los resultados de la simulación para el criterio de Goodman se aprecian en la Figura 3-31, donde el esfuerzo máximo alternante equivalente es de $8.3179e^8 Pa$ para el grupo de álabes.

Este esfuerzo alternante también se puede calcular con la ecuación 2-21.

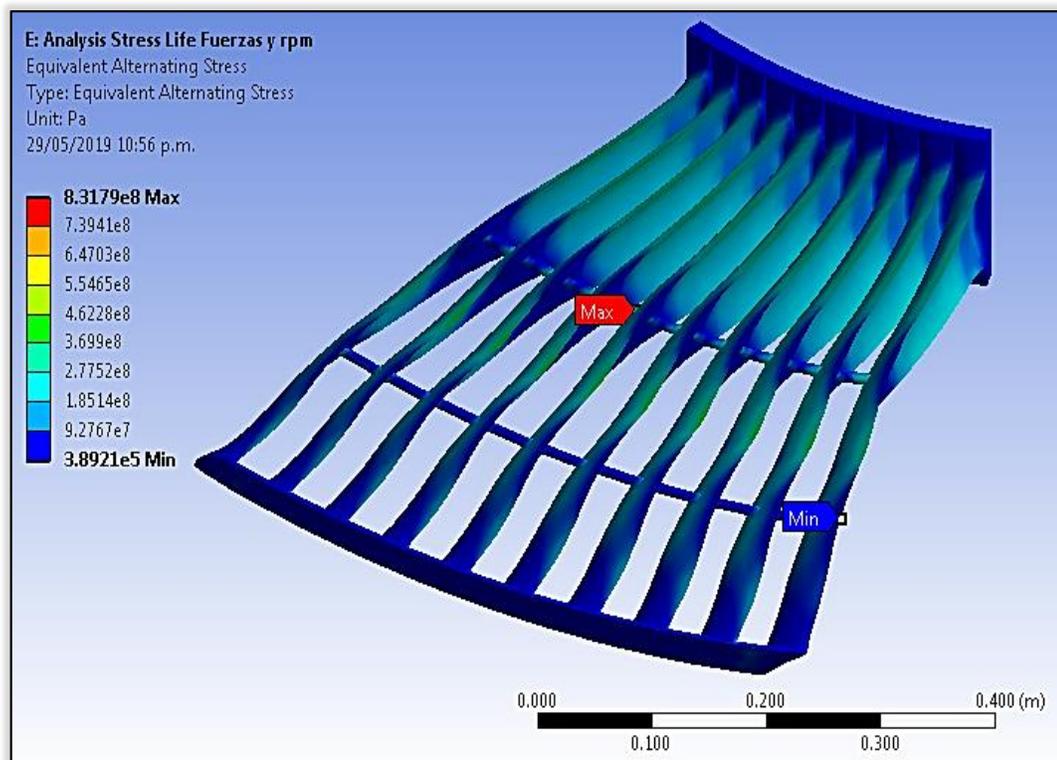
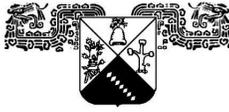


Figura 3-31. Esfuerzo Alternantes Equivalentes Criterio de Goodman.



CAPÍTULO III METODOLOGÍA.

Resulta lógico, tras elegir a Goodman como teoría de esfuerzo medio, la vida del grupo de álabes cambie en su totalidad. De esta manera, la Figura 3-32 muestra una vida útil de $2.4225e^7$ ciclos de vida.

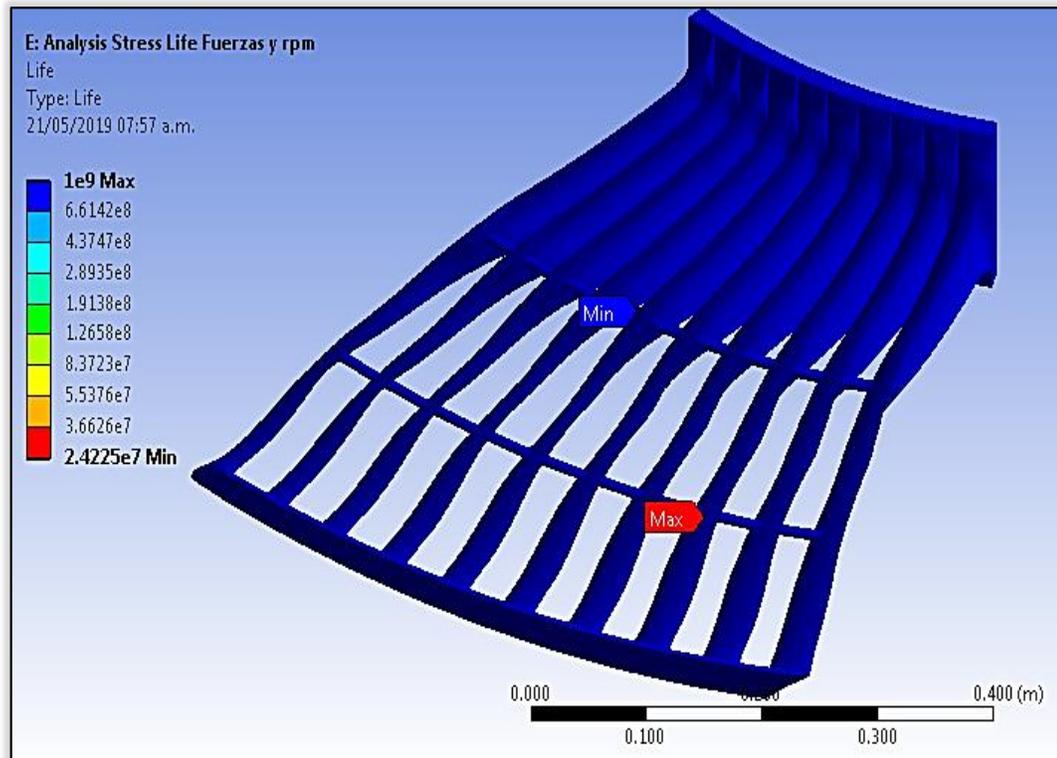


Figura 3-32. Calculo de Vida en Fatiga Criterio de Goodman.

Se justifica que la vida útil del grupo de álabes difiere ya que el esfuerzo último S_u es el límite asociado para este criterio.

3.3.3 CALCULO DE VIDA EN FATIGA “CRITERIO DE GERBER”.

Para el Criterio de Gerber se ingresaron los siguientes datos:

- La Relación de Carga.....0.00064639.
- El Tipo de Análisis.....Stress-Life.
- La Teoría de Esfuerzo Medio**Gerber**.
- Las Componentes del Esfuerzo.....Von Mises.

Los resultados de la simulación para el criterio de Gerber se aprecian en la Figura 3-32, con un esfuerzo máximo alternante equivalente de $6.5173e^8 Pa$.

Este esfuerzo alternante también se puede calcular con la ecuación 2-20.

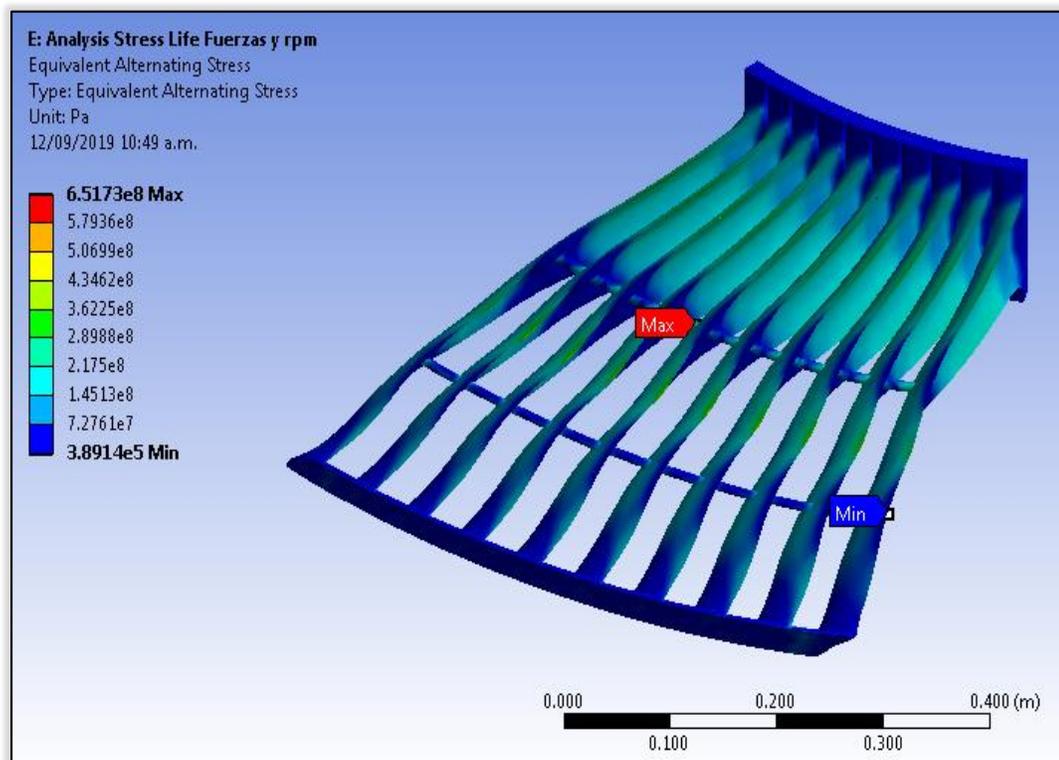


Figura 3-33. Esfuerzos Alternantes Equivalentes Criterio de Gerber.

CAPÍTULO III METODOLOGÍA.

Para el criterio de Gerber la vida útil del grupo de álabes es de $4.2578e^8$ ciclos de vida, la siguiente Figura 3-34 muestra su correspondiente vida en fatiga.

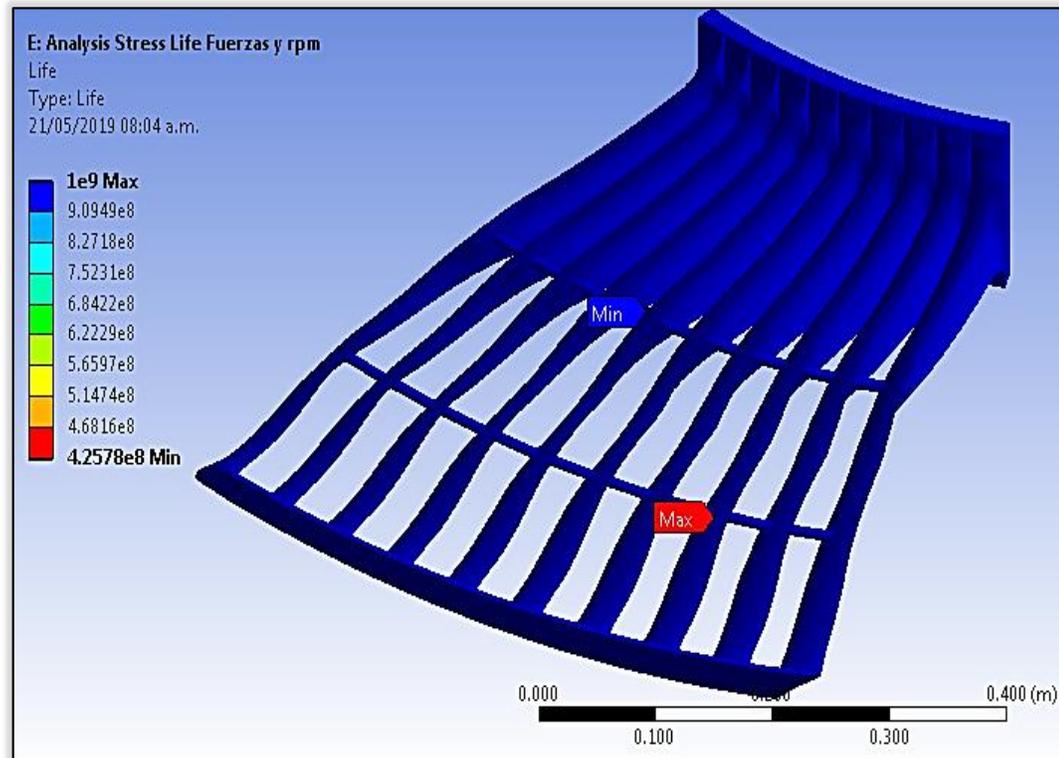


Figura 3-34. Calculo de Vida en Fatiga Criterio de Gerber.

Nuevamente, se justifica que la vida útil del grupo de álabes para el criterio de Gerber difiere porque el esfuerzo último S_u es el límite asociado para este criterio, sin mencionar que en la ecuación aparece un término cuadrático.

3.3.4 CALCULO DE VIDA EN FATIGA “CRITERIO DE ASME ELÍPTICA”.

Para el Criterio de ASME Elíptica o simplemente Elipse se ingresaron los siguientes datos:

- La Relación de Carga.....0.00064639.
- El Tipo de Análisis.....Stress-Life.
- La Teoría de Esfuerzo Medio**ASME Elíptica.**
- Las Componentes del Esfuerzo.....Von Mises.

Los resultados de la simulación para el criterio de ASME Elíptica se aprecian en la Figura 3-34. Donde el valor del esfuerzo máximo alternante equivalente es de $6.8716e^8 Pa$ para el grupo de álabes.

Este esfuerzo alternante también se puede calcular con la ecuación 2-23.

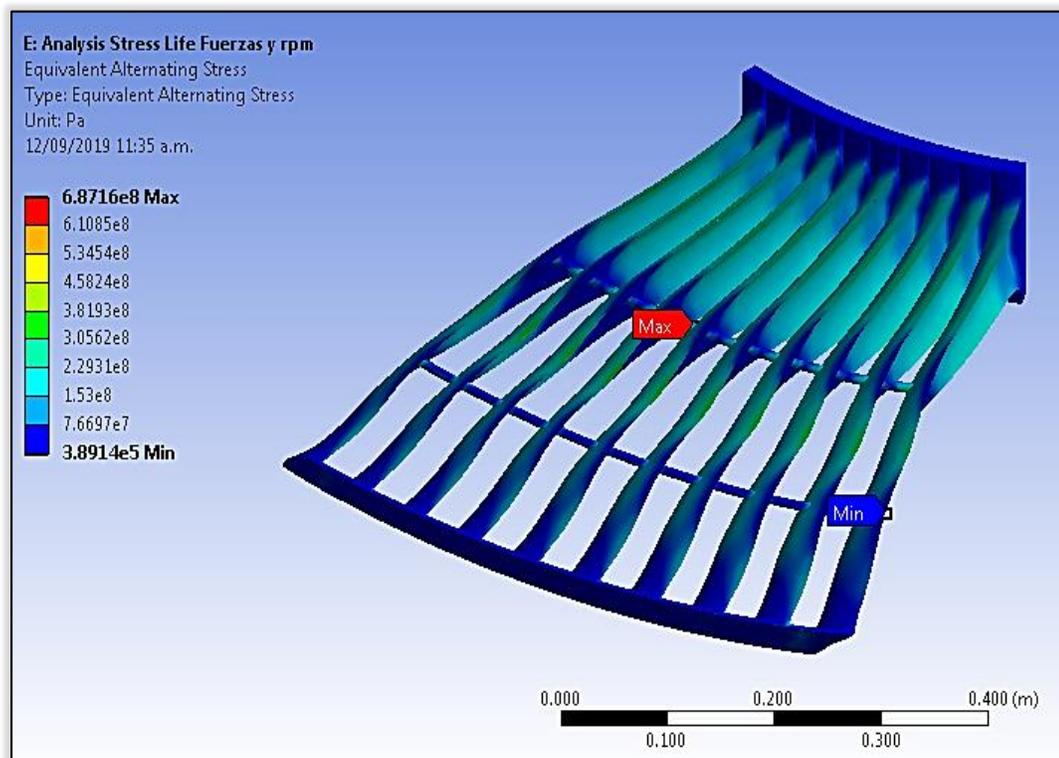


Figura 3-35. Esfuerzos Alternantes Equivalentes Criterio de ASME Elíptica.

CAPÍTULO III METODOLOGÍA.

En cuanto a la vida útil de grupo de álabes, también difiere respecto de los tres criterios antes mencionados, esto se debe, al exponente cuadrático que lleva en ambos términos de la ecuación y al esfuerzo de fluencia S_y asociado como limite a este criterio.

En la Figura 3-36 se muestra una vida igual a $2.2859e^8$ ciclos de vida.

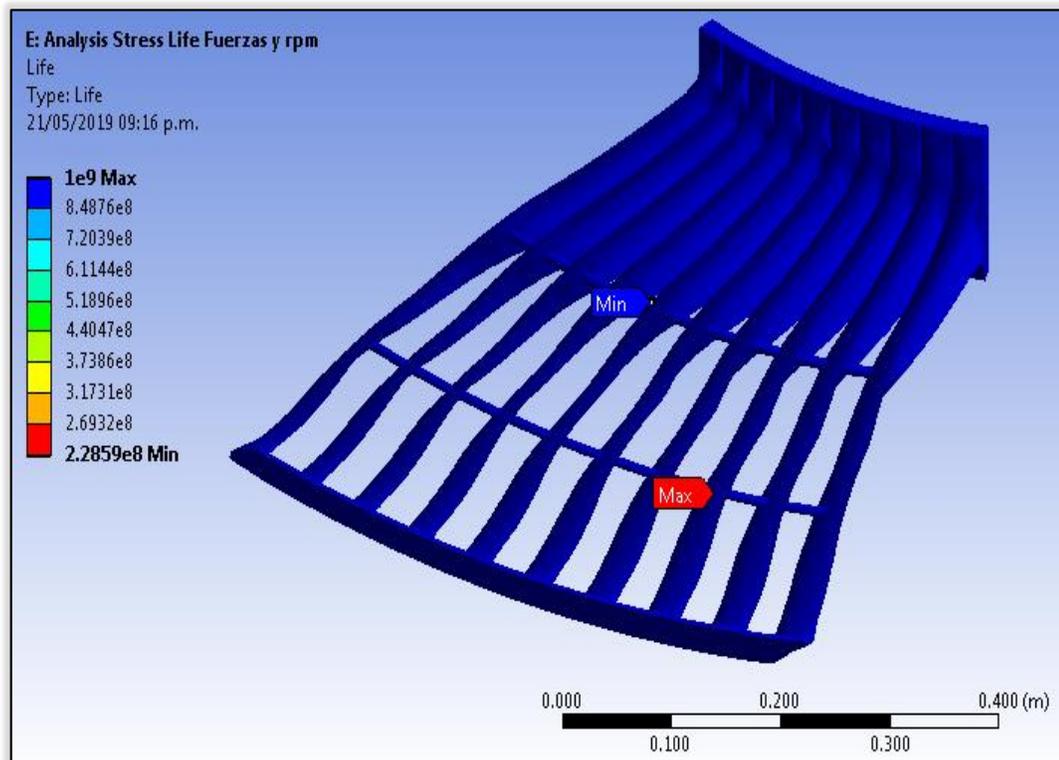


Figura 3-36. Calculo de Vida en Fatiga Criterio ASME Elliptical.

Finalmente, la Tabla 3-7 resume la vida útil de cada criterio.

ESTIMACIÓN DE VIDA ÚTIL.		
#	CRITERIO DE ESFUERZO MEDIO	CICLOS DE VIDA
1	SODERBERG	$4.7315e^5$
2	GOODMAN	$2.4225e^7$
3	GERBER	$4.2578e^8$
4	ASME ELÍPTICA	$2.2859e^8$

Tabla 3-7. Ciclos de Vida.



4. CAPÍTULO IV RESULTADOS Y DISCUSIÓN

El Factor de Seguridad n es otro parámetro adicional. Se puede obtener como el cociente del esfuerzo de fluencia y el esfuerzo de Von Mises con el fin de conocer la capacidad de exceso que tiene un componente por encima de su diseño. Ecuación 4-1.

$$n = \frac{\sigma_y}{\sigma_{eqVM}} \dots\dots\dots Ecuación 4-1$$

Para calcular n basta con sustituir los valores adecuados en la ecuación 4-1.

$$n = \frac{275e^6}{1.2052e^9} = 0.2281$$

Siempre que el Coeficiente de Seguridad sea mayor a uno " $n > 1$ " la pieza es capaz de soportar más de N ciclos, por otro lado, si el Coeficiente de Seguridad es menor a uno " $n < 1$ ", entonces la pieza fallará antes de alcanzar los N ciclos.

Debido a que el grupo de álabes es un caso de diseño, debe cumplir que la Tensión Estática Equivalente $(\sigma_{eqm})_{VMS}$ sea menor o igual al esfuerzo de fluencia, es decir, **“Se predice que no producirá ruptura por fatiga si se cumple la ecuación 4-2”**.

$$(\sigma_{eqm})_{VMS} \leq \frac{\sigma_y}{n} \dots\dots\dots Ecuación 4-2$$

De modo similar, si se desea utilizar la Tensión Alterna Equivalente $(\sigma_{eqa})_{VMS}$ la predicción de que **“No se produzca fallo por fatiga implica que se cumpla la ecuación 4-3”**.

$$(\sigma_{eqa})_{VMS} \leq \frac{\sigma_e}{n} \dots\dots\dots Ecuación 4-3$$



4.1 CRITERIO DE VON MISES – SODERBERG.

Con base en los resultados obtenidos en el Capítulo 3, este criterio propone descomponer el estado de tensión multiaxial con el fin de encontrar la tensión uniaxial estática equivalente.

Los pasos que propone este criterio son:

- Descomponer el “**Estado de Tensión de Fatiga Multiaxial**” $\sigma_{max}, \sigma_{min}$
 - a) Para Fuerzas Fluctuantes de Vapor y Esfuerzos Centrífugos $\sigma_{max1}, \sigma_{min1}, \sigma_{max2}, \sigma_{min2}$ Figura 4-1a.

- Obtener las “**Tensiones Principales Variables**” σ_a y σ_m .
 - a) Para Fuerzas Fluctuantes de Vapor y Esfuerzos Centrífugos σ_{a1}, σ_{m1} y σ_{a2}, σ_{m2} Figura 4-1b y c.

- Combinar el “**Estado Uniaxial de Fatiga**” $\sigma_{eqa}, \sigma_{eqm}$
 - a) Para Fuerzas Fluctuantes de Vapor y Esfuerzos Centrífugos $\sigma_{eqa}, \sigma_{eqm}$ Figura 4-1 f.

- Calcular el “**Estado de Tensión Uniaxial Estática y Alterno Equivalente**” $(\sigma_{eqa})_{VMS}$ y $(\sigma_{eqm})_{VMS}$
 - a) Tensión Uniaxial Alterna de Von Mises – Soderberg $(\sigma_{eqa})_{VMS}$.
 - b) Tensión Uniaxial Estática de Von Mises – Soderberg $(\sigma_{eqm})_{VMS}$.Figura 4-1 g.

CAPITULO IV RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La Figura 4.1, ilustra cada uno de los pasos descritos anteriormente. Cabe mencionar que las figuras 4-1(d y e) conforman la figura 4-1f, denominado como el “Estado Uniaxial de Fatiga”.

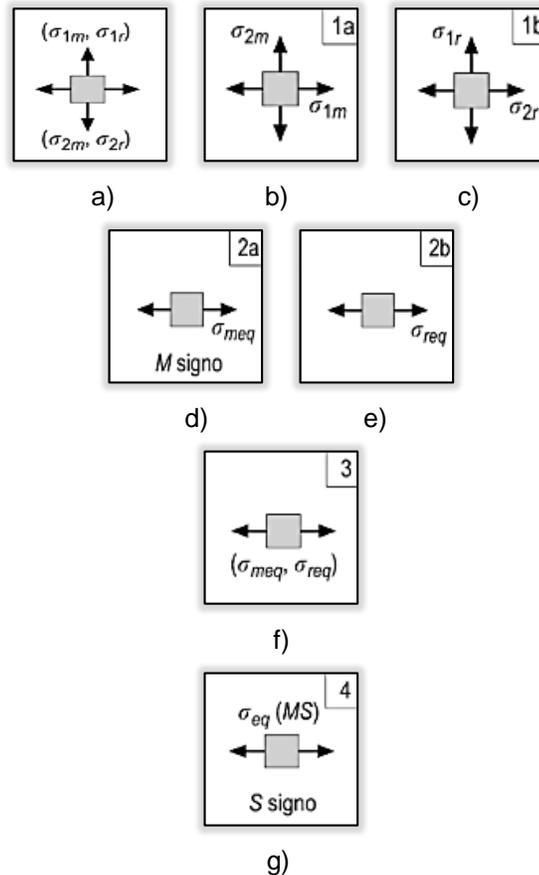
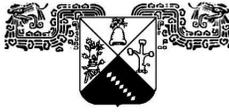


Figura 4-1 Secuencia de Von Mises – Soderberg.
(Avilés R. , 2005).



4.1.1 ESTADO DE TENSIÓN DE FATIGA MULTIAXIAL

$$\sigma_{max}, \sigma_{min}$$

En el Capítulo 3 se realizó un primer análisis estático bajo fuerzas fluctuantes de vapor y velocidad de rotación (3600 RPM), como resultado se obtuvo los esfuerzos máximos y mínimos de Von Mises.

Bajo estas condiciones, se asume que el grupo de álabes se encuentra sometido a un estado de tensión multiaxial, por lo tanto, los esfuerzos máximos y mínimos de Von Mises calculados, representan el “Estado de Tensión de Fatiga Multiaxial” $\sigma_{max}, \sigma_{min}$ (Figura 4-1 a).

La Tabla 4-1 muestra los resultados que se obtuvieron en el Capítulo 3.

ESTADO DE TENSIÓN DE FATIGA MULTIAXIAL “ESFUERZOS DE VON MISES”		
Fuerzas de Vapor	Máximas	Mínimas
Máximas	$1.2052e^9 Pa$	$7.78744e^5 Pa$
Mínimas	$1.2048e^9 Pa$	$7.7878e^5 Pa$

Tabla 4-1. Estado de Tensión de Fatiga Multiaxial a 3600 rpm y Fuerzas de Vapor.

Con base a los Esfuerzos de Von Mises calculados, ahora es posible calcular la Tensión Estática Multiaxial (Figura 4-1b) y la Tensión de Fatiga Alterna Multiaxial (Figura 4-1c).

Posteriormente, con la teoría de Von Mises se obtienen las Tensiones Uniaxiales Media y Alterna Equivalentes (Figura 4-1d y e), que combinando ambas tensiones dan lugar a un “Estado Uniaxial de Fatiga” (Figura 4-1f).

Finalmente, la teoría de esfuerzo medio de Soderberg, establece un “Estado de Tensión Uniaxial Estática Equivalente” (Figura 4-1g).



4.1.2 TENSIONES PRINCIPALES VARIABLES σ_a y σ_m .

Después de descomponer el “Estado de Tensión de Fatiga Multiaxial” se debe obtener el efecto de los esfuerzos combinados (σ_a y σ_m) con ayuda de las ecuaciones para una carga de amplitud constante, es decir, la Tensión Estática Multiaxial σ_{m1}, σ_{m2} (Figura 4-1b) y la Tensión de Fatiga Alterna Multiaxial σ_{a1}, σ_{a2} (Figura 4-1c) de acuerdo a lo mencionado en el Capítulo 2.

Las “Tensiones Principales Variables” se obtienen sustituyendo en las ecuaciones 2-4 y 2-5, tal como se ve a continuación.

- Para las fuerzas máximas de vapor:

$$\sigma_{m1} = \frac{1}{2}(1.2052e9 \text{ Pa} + 7.7844e5 \text{ Pa}) = 602.98922e6 \text{ Pa}$$

$$\sigma_{a1} = \frac{1}{2}(1.2052e9 \text{ Pa} - 7.7844e5 \text{ Pa}) = 602.21078e6 \text{ Pa}$$

- Para las fuerzas mínimas de vapor:

$$\sigma_{m2} = \frac{1}{2}(1.2048e9 \text{ Pa} + 7.7878e5 \text{ Pa}) = 602.78939e6 \text{ Pa}$$

$$\sigma_{a2} = \frac{1}{2}(1.2048e9 \text{ Pa} - 7.7878e5 \text{ Pa}) = 602.01061e6 \text{ Pa}$$

La Tabla 4-2 resume las Tensiones Principales Variables.

TENSIONES PRINCIPALES VARIABLES		
Fatiga Alterna Multiaxial σ_a	$\sigma_{a1} = 602.2107e^6$	$\sigma_{a2} = 602.0106e^6$
Tensión Estática Multiaxial σ_m	$\sigma_{m1} = 602.9892e^6$	$\sigma_{m2} = 602.7893e^6$

Tabla 4-2. Tensiones Principales Variables a 3600 rpm y Fuerzas de Vapor.



4.1.3 ESTADO UNIAXIAL DE FATIGA $\sigma_{eqa}, \sigma_{eqm}$

El grupo de álabes resulta ser un caso complejo, por lo que es necesario convertir las “Tensiones Principales Variables” a un “Estado Uniaxial de Fatiga” a través un criterio de fatiga multiaxial.

Posteriormente, la teoría de **Von Mises** permite calcular las Tensiones Uniaxiales Media y Alterna Equivalentes $\sigma_{eqa}, \sigma_{eqm}$ (Figura 4-1 d y e), las cuales se combinan dando lugar a un “Estado Uniaxial de Fatiga” (Figura 4-1f).

De igual forma, las ecuaciones 2-47 y 2-48 llegan a un Estado Biaxial, por lo que, al sustituir dichos valores se obtiene el “Estado Uniaxial de Fatiga”.

$$\sigma_{eqa} = \sqrt{(602.2107e^6)^2 + (602.0106e^6)^2 - (602.2107e^6)(602.0106e^6)}$$

$$\sigma_{eqm} = \sqrt{(602.9892e^6)^2 + (602.7893e^6)^2 - (602.9892e^6)(602.7893e^6)}$$

En la Tabla 4-3 se muestran los valores del Estado Uniaxial de Fatiga.

ESTADO UNIAXIAL DE FATIGA			
Estática (σ_{eqm})	602.8882e ⁶ Pa	Alterna (σ_{eqa})	602.1106e ⁶ Pa

Tabla 4-3. Estado Uniaxial de Fatiga a 3600 rpm y Fuerzas de Vapor.

En otro orden de ideas, calcular el Esfuerzo Alternante Equivalente S_N^{eq} requiere de despejar dicha variable de la ecuación 2-28 de Soderberg, además, tomando los valores de la Tabla 4-3, se obtiene como resultado la “Tensión Alternante Equivalente” este esfuerzo es el que me permite calcular la vida en fatiga.

$$S_N^{eq} = \frac{602.1106e^6 Pa}{\frac{1}{0.22} - \frac{602.8882e^6 Pa}{275e^6 Pa}} = 255.8760e^6 Pa$$



4.1.4 ESTADO DE TENSIÓN UNIAXIAL ESTÁTICA EQUIVALENTE $(\sigma_{eqm})_{VMS}$ Y $(\sigma_{eqa})_{VMS}$.

Calcular el “Estado de Tensión Uniaxial Estático Equivalente”, requiere el uso de un criterio de esfuerzo medio. El criterio de Goodman resulta ser la mejor teoría en un análisis de elemento finito. Sin embargo, el criterio de **Soderberg** tiene una enorme ventaja, ya que transforma el “Estado Uniaxial de Fatiga” en un “Estado de Tensión Uniaxial Estática y Alterna Equivalente”.

Con la ecuación 2-29, se obtiene la Tensión Uniaxial Estática Equivalente.

$$(\sigma_{eqm})_{VMS} = 602.8882e^6 Pa + \frac{275e^6 Pa}{255.8760e^6 Pa} 602.1106e^6 Pa = 1.250000141e^9 Pa$$

Mientras, la ecuación 2-30 calcula la Tensión Uniaxial Alterna Equivalente.

$$(\sigma_{eqa})_{VMS} = 602.1106e^6 Pa + \frac{255.8760e^6 Pa}{275e^6 Pa} 602.8882e^6 Pa = 1.163072858e^9 Pa$$

Los estados de tensión uniaxial son representados en la Tabla 4-4.

TENSIONES UNIAXIALES ESTÁTICA Y ALTERNA EQUIVALENTES VON MISES – SODERBERG			
$(\sigma_{eqm})_{VMS}$	$1.250000141e^9 Pa$	$(\sigma_{eqa})_{VMS}$	$1.163072858e^9 Pa$

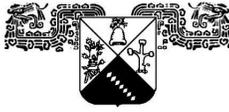
Tabla 4-4. Tensiones Uniaxiales Equivalentes de Von Mises – Soderberg.

Finalmente, se verifica que la Tensión Uniaxial Estática Equivalente de Von Mises - Soderberg $(\sigma_{eqm})_{VMS}$ no cumple la ecuación 3-12, por lo tanto, se predice **Rotura por Fatiga**.

$$1.250000141e^9 Pa \leq 1.250000000e^9 Pa$$

De manera idéntica, la Tensión Uniaxial Alterna Equivalente de Von Mises – Soderberg $(\sigma_{eqa})_{VMS}$ no cumple la ecuación 3-13, por lo tanto, se predice **Fallo por Fatiga**.

$$1.163072858e^9 Pa \leq 1.163072727e^9 Pa$$



4.2 CRITERIO DE SODERBERG – VON MISES.

De manera idéntica al criterio de Von Mises – Soderberg, este criterio propone como pasos:

- Descomponer el “**Estado de Tensión de Fatiga Multiaxial**” σ_{max} y σ_{min} .
 - a) Para Fuerzas Fluctuantes de Vapor y Esfuerzos Centrífugos $\sigma_{max1}, \sigma_{min1}, \sigma_{max2}, \sigma_{min2}$ Figura 4-2a.
- Obtener las “**Tensiones Principales Variables**” σ_a y σ_m .
 - a) Esfuerzo Alterno σ_{m1} y σ_{m2} Figura 4-2b.
 - b) Esfuerzo Medio σ_{a1} y σ_{a2} Figura 4-2c.
- Combinar el “**Estado Biaxial Estático**” σ_{eqa} y σ_{eqm} .
 - a) Tensión Uniaxial Estática Equivalente σ_{eqm} Figura 4-2d.
 - b) Tensión Uniaxial Alterna Equivalente σ_{eqa} Figura 4-2e.
Figura 4-2f.
- Calcular el “**Estado de Tensión Uniaxial Estática y Alterno Equivalente**” $(\sigma_{eqa})_{SVM}$ y $(\sigma_{eqm})_{SVM}$.
 - a) Tensión Uniaxial Estática de Soderberg – Von Mises $(\sigma_{eqm})_{SVM}$.
 - b) Tensión Uniaxial Alterna de Soderberg – Von Mises $(\sigma_{eqa})_{SVM}$.
Figura 4-2g.

CAPITULO IV RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La Figura 4.2, ilustra cada uno de los pasos descritos anteriormente. Observe que la Figura 4-2f plantea un camino diferente al establecido en la secuencia de Von Mises – Soderberg, sin embargo, ambos métodos apuntan al mismo resultado.

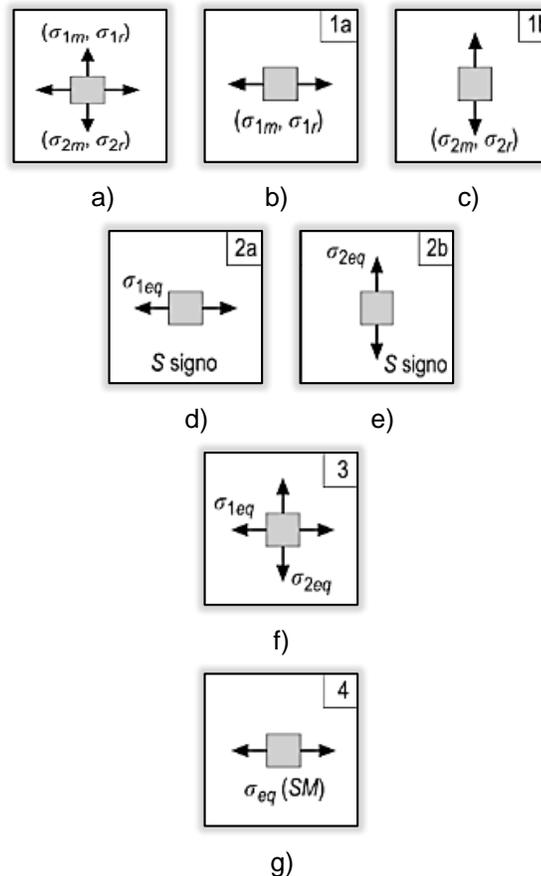


Figura 4-2 Secuencia de Soderberg – Von Mises.
(Avilés R. , 2005).

La diferencia entre la secuencia de Von Mises – Soderberg y la secuencia de Soderberg – Von Mises, radica en el hecho de que la primera calcula el estado uniaxial de fatiga, mientras, el segundo establece el “Estado Biaxial de Fatiga” Figura 4-2f.



4.2.1 ESTADO DE TENSIÓN DE FATIGA MULTIAXIAL

$$\sigma_{max} \text{ y } \sigma_{min}$$

Debido a que el análisis estático es similar para este criterio, resulta lógico, que los esfuerzos máximos y mínimos de Von Mises también lo sean.

Por lo anterior, los valores usados en este criterio son proporcionados en la Tabla 4-1, y se establecen nuevamente como el “Estado de Tensión de Fatiga Multiaxial” (Figura 4-2 a).

Con base, a los esfuerzos máximos y mínimos de Von Mises se obtienen dos estados de fatiga multiaxial, denominados como “Tensiones Principales Variables”.

Estos dos estados de fatiga multiaxial son: la Tensión Estática (Figura 4-2b) y la Tensión Alternativa (Figura 4-2c), que aplicando el criterio de Soderberg se obtienen de nuevo dos Estados de Tensiones:

- La Tensión Uniaxial Alternativa Equivalente (Figura 4-2d)
- La Tensión Uniaxial Estática Equivalente (Figura 4-2 e).

Posteriormente, se propone combinar el Estado Uniaxial Estática y Alternativa Equivalente dando lugar a un “Estado Biaxial Estático” (Figura 4-2 f).

Finalmente, al aplicar la Teoría de Von Mises se obtiene el “Estado de Tensión Uniaxial Estático Equivalente”.



4.2.2 TENSIONES PRINCIPALES VARIABLES σ_a y σ_m .

Luego de mencionar que los valores del estado de tensión de fatiga multiaxial son similares para este criterio, resulta lógico, que los dos estados de fatiga multiaxial también lo sean.

Por lo tanto, las “Tensiones Principales Variables” se obtienen nuevamente con las ecuaciones 2-4 y 2-5, tal como se ve a continuación.

- Para las fuerzas máximas de vapor:

$$\sigma_{m1} = \frac{1}{2} (1.2052e9 \text{ Pa} + 7.7844e5 \text{ Pa}) = 602.98922e6 \text{ Pa}$$

$$\sigma_{a1} = \frac{1}{2} (1.2052e9 \text{ Pa} - 7.7844e5 \text{ Pa}) = 602.21078e6 \text{ Pa}$$

- Para las fuerzas mínimas de vapor:

$$\sigma_{m2} = \frac{1}{2} (1.2048e9 \text{ Pa} + 7.7878e5 \text{ Pa}) = 602.78939e6 \text{ Pa}$$

$$\sigma_{a2} = \frac{1}{2} (1.2048e9 \text{ Pa} - 7.7878e5 \text{ Pa}) = 602.01061e6 \text{ Pa}$$

En consecuencia, los resultados obtenidos en este criterio son similares a los mostrados en la Tabla 4-2.



4.2.3 ESTADO BIAxIAL ESTÁTICO σ_{eqa} y σ_{eqm} .

A diferencia del criterio de Von Mises – Soderberg, en esta secuencia la teoría de esfuerzo medio de **Soderberg**, permite transformarse las “Tensiones Principales Variables” a un “Estado Biaxial Estático”.

Como resultado las ecuaciones 2-29 y 2-30 proporcionan:

- Las Tensiones Uniaxiales Estáticas Equivalentes.

$$\sigma_{1eqm} = 602.9892e^6Pa + \frac{275e^6Pa}{255.8760e^6Pa} 602.2107e^6Pa = 1.250208722e^9$$

$$\sigma_{2eqm} = 602.7893e^6Pa + \frac{275e^6Pa}{255.8760e^6Pa} 602.0106e^6Pa = 1.249793767e^9$$

- Las Tensiones Uniaxiales Alternas Equivalentes.

$$\sigma_{1eqa} = 602.2107e^6Pa + \frac{255.8760e^6Pa}{275e^6Pa} 602.9892e^6Pa = 1.163266935e^9$$

$$\sigma_{2eqa} = 602.0106e^6Pa + \frac{255.8760e^6Pa}{275e^6Pa} 602.7893e^6Pa = 1.162880836e^9$$

Los valores del Estado Biaxial Estático se muestran en la Tabla 4-5.

ESTADO BIAxIAL ESTÁTICO “TENSIONES PRINCIPALES EQUIVALENTES”			
ESTÁTICAS		ALTERNAS	
σ_{1eqm}	1.250208722e ⁹ Pa	σ_{1eqa}	1.163266935e ⁹ Pa
σ_{2eqm}	1.249793767e ⁹ Pa	σ_{2eqa}	1.162880836e ⁹ Pa

Tabla 4-5. Estado Biaxial Estático “Tensiones Principales Equivalentes”.



4.2.4 ESTADO DE TENSIÓN UNIAXIAL ESTÁTICA EQUIVALENTE $(\sigma_{eqa})_{SVM}$ Y $(\sigma_{eqm})_{SVM}$.

La teoría de Von Mises asume que las componentes del esfuerzo multiaxial pueden ser convertidas a un esfuerzo equivalente para un estado biaxial, de tal forma, que el problema puede ser tratado como fatiga uniaxial.

Desde este punto de vista, el “Estado de Tensión Uniaxial Estática y Alterno Equivalente” se pueden calcular con la ecuación 2-51.

$$(\sigma_{eqa})_{SVM} = \sqrt{(1.163266935e^9)^2 + (1.162880836e^9)^2 - (1.163266935e^9)(1.162880836e^9)}$$

$$(\sigma_{eqm})_{SVM} = \sqrt{(1.250208722e^9)^2 + (1.249793767e^9)^2 - (1.250208722e^9)(1.249793767e^9)}$$

Los resultados de las Tensiones Uniaxiales Estática y Alterna Equivalentes se muestran en la Tabla 4-6.

TENSIONES UNIAXIALES ESTÁTICA Y ALTERNA EQUIVALENTES SODERBERG – VON MISES	
Estática $(\sigma_{eqm})_{SVM}$	1.250001296e ⁹ Pa
Alterna $(\sigma_{eqa})_{SVM}$	1.163073934e ⁹ Pa

Tabla 4-6. Tensiones Uniaxiales Equivalentes de Soderberg – Von Mises.

Finalmente, se verifica que la Tensión Uniaxial Estática Equivalente $(\sigma_{eqm})_{SVM}$ no cumple con la ecuación 3-12, por lo tanto, se predice **Rotura por Fatiga**.

$$1.250001296e^9 Pa \leq 1.250000000e^9 Pa$$

De manera idéntica, la Tensión Uniaxial Alterna Equivalente $(\sigma_{eqa})_{SVM}$ no cumple con la ecuación 3-13, de tal forma, se predice **Fallo por Fatiga**.

$$1.163073934e^9 Pa \leq 1.163072727e^9 Pa$$

En síntesis, la secuencia de Von Mises – Soderberg como la de Soderberg – Von Mises predicen Rotura por Fatiga y Fallo por Fatiga.



4.3 CRITERIO DE SODERBERG – TRESCA.

La Secuencia de Soderberg – Tresca también asume que las componentes del esfuerzo multiaxial pueden ser transformadas a un esfuerzo equivalente, de tal forma, que el problema puede ser tratado como fatiga uniaxial.

Bajo esta suposición, el Principio de Superposición tiene validez en la ecuación 2-52 de Von Mises y la ecuación 2-64 de Tresca, ya que dichas ecuaciones permiten tratar casos de esfuerzos combinados multiaxiales de tensión y cortante como resultado de Tensión Pura.

Para ello se establecen los siguientes pasos:

- Descomponer el “**Estado de Tensión de Fatiga Multiaxial**” σ_{max} y σ_{min} de Von Mises.
 - a) Para Fuerzas Fluctuantes de Vapor Máximas σ_{max} y σ_{min} .
 - b) Para Fuerzas Fluctuantes de Vapor Mínimas σ_{max} y σ_{min} .
 - c) Para Esfuerzos Centrífugos τ_{max} y τ_{min} .

- Obtener las “**Tensiones Principales Variables**” $\sigma_a, \sigma_m, \tau_a$ y τ_m .
 - a) Para Fuerzas Fluctuantes de Vapor Máximas σ_{a1} y σ_{m1} .
 - b) Para Fuerzas Fluctuantes de Vapor Mínimas σ_{a2} y σ_{m2} .
 - c) Para Esfuerzos Centrífugos τ_a y τ_m .

- Combinar el “**Estado Biaxial Estático**” σ_{eqm} y τ_{eqm} .
 - a) Para Fuerzas Fluctuantes de Vapor σ_{eqm} .
 - b) Para Esfuerzos Centrífugos τ_{eqm} .

- Calcular el “**Estado de Tensión Uniaxial Estática Equivalente**”
 - a) Tensión Uniaxial de Soderberg – Tresca σ_{eqmST} .
 - b) Tensión Uniaxial de Soderberg – Von Mises σ_{eqmSVM} .



4.3.1 ESTADO DE TENSIÓN DE FATIGA MULTIAXIAL σ_{max} y σ_{min}

Un segundo análisis mostrado en el Capítulo 3, tuvo la finalidad de probar el método de superposición con las ecuaciones 2-52 y 2-64 de Von Mises y Tresca.

Para el primer análisis se aplicó las fuerzas fluctuantes de vapor, sin considerar el efecto de la velocidad de rotación, y como resultado se obtuvo los esfuerzos máximos y mínimos de Von Mises mostrados en la Tabla 4-7.

ESTADO DE TENSIÓN DE FATIGA MULTIAXIAL “ESFUERZOS DE VAPOR”			
Fuerza Máxima de Vapor		Fuerza Mínima de Vapor	
Esfuerzo Máximo (Pa)	8.3331e ⁶ Pa	Esfuerzo Máximo (Pa)	7.9253e ⁶ Pa
Esfuerzo Mínimo (Pa)	299.59 Pa	Esfuerzo Mínimo (Pa)	285.63 Pa

Tabla 4-7. Estado de Tensión de Fatiga Multiaxial “Fuerzas Fluctuantes de Vapor”.

El segundo análisis se efectuó con una velocidad de rotación a 3600 RPM a fin de calcular el efecto de los esfuerzos máximos y mínimos de Von Mises en tensión pura. Tabla 4-8.

ESTADO DE TENSIÓN DE FATIGA MULTIAXIAL “ESFUERZOS CENTRÍFUGOS”	
Esfuerzo Máximo (Pa)	1.0091e ⁹ Pa
Esfuerzo Mínimo (Pa)	1.0124e ⁶ Pa

Tabla 4-8. Estado de Tensión de Fatiga Multiaxial “Esfuerzos Centrífugos”.



4.3.2 TENSIONES PRINCIPALES VARIABLES σ_a , σ_m , τ_a Y τ_m .

Un primer análisis plantó descomponer el “Estado de Tensión de Fatiga Multiaxial” de las fuerzas máximas y mínimas de vapor con los datos proporcionados en la Tabla 4-7.

Las “Tensiones Principales Variables” de las fuerzas de vapor se obtienen sustituyendo los valores de la Tabla 4-7 en las ecuaciones 2-4 y 2-5.

- Para las fuerzas máximas de vapor.

$$\sigma_{m1} = \frac{1}{2}(8.3331e^6 + 299.59) = 4.1666e^6 Pa$$

$$\sigma_{a1} = \frac{1}{2}(8.3331e^6 - 299.59) = 4.1664e^6 Pa$$

- Para las fuerzas mínimas de vapor.

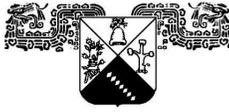
$$\sigma_{m2} = \frac{1}{2}(7.9253e^6 + 285.63) = 3.9627e^6 Pa$$

$$\sigma_{a2} = \frac{1}{2}(7.9253e^6 - 285.63) = 3.9625e^6 Pa$$

Los resultados de las “Tensiones Principales Variables” se muestran en la Tabla 4-9.

TENSIONES PRINCIPALES VARIABLES “FUERZAS DE VAPOR”		
Fatiga Alternativa Multiaxial σ_a	$\sigma_{a1} = 4.1664e^6 Pa$	$\sigma_{a2} = 3.9625e^6 Pa$
Tensión Estática Multiaxial σ_m	$\sigma_{m1} = 4.1666e^6 Pa$	$\sigma_{m2} = 3.9627e^6 Pa$

Tabla 4-9. Tensiones Principales Variables (Fuerzas de Vapor).



CAPITULO IV RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En el segundo análisis, las “Tensiones Principales Variables” para los esfuerzos centrífugos se obtienen de manera similar, se sustituye los valores de la Tabla 4-8 en las ecuaciones 2-4 y 2-5.

$$\sigma_m = \frac{1}{2}(1.0091e^9 + 1.0124e^6) = 505.0562e^6 Pa$$

$$\sigma_a = \frac{1}{2}(1.0091e^9 - 1.0124e^6) = 504.0438e^6 Pa$$

Estos valores pertenecen a las tensiones principales variables de los esfuerzos centrífugos, sin embargo, los resultados obtenidos se encuentran en un estado de tensión pura, en atención a esta problemática, la ecuación 2-50, propone convertir un estado de tensión puro en un estado de tensión cortante. Tabla 4-10.

TENSIONES PRINCIPALES VARIABLES “ESFUERZOS CENTRÍFUGOS (3600 rpm)”		
$\sigma_{\max} = 1.0091e^9 Pa$	$\sigma_a = 504.0438e^6 Pa$	$\tau_a = 291.0098e^6 Pa$
$\sigma_{\min} = 1.0124e^9 Pa$	$\sigma_m = 505.0562e^6 Pa$	$\tau_m = 291.5943e^6 Pa$

Tabla 4-10. Tensiones Principales Variables (Velocidad de Rotación).



4.3.3 ESTADO BIAxIAL ESTÁTICO σ_{eqm} Y τ_{eqm} .

Luego de obtener las “Tensiones Principales Variables” se procede a calcular las “Tensiones Principales Estáticas Equivalentes” o en su defecto a unir el “Estado Biaxial Estático”.

El criterio de Tresca permite obtener un esfuerzo estático equivalente (σ_{eqm}), es por ello, que la ecuación 2-65 de **Soderberg** es necesaria como criterio adicional para tensiones medias.

Por lo tanto, al sustituir los valores de la Tabla 4-9 en dicha ecuación se obtienen las “Tensiones Principales Estáticas Equivalentes” σ_{eqm1} y σ_{eqm2} .

$$\sigma_{eqm1} = 4.1666e^6 + \frac{275e^6 Pa}{255.8760e^6 Pa} 4.1664e^6 = 8.644393931e^6 Pa$$

$$\sigma_{eqm2} = 3.9627e^6 + \frac{275e^6 Pa}{255.8760e^6 Pa} 3.9625e^6 = 8.221354583 Pa$$

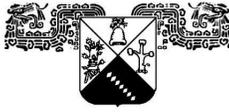
La Tabla 4-11, muestra las Tensiones Principales Estáticas Equivalentes.

TENSIONES PRINCIPALES ESTÁTICAS EQUIVALENTES	
$\sigma_{1eqm} = 8.644393931e^6 Pa$	$\sigma_{2eqm} = 8.221354583e^6 Pa$

Tabla 4-11. Tensiones Principales Estáticas Equivalentes.

Una vez más se menciona que la ecuación 2-51 de Von Mises es la indicada para un estado biaxial, por lo que, al sustituir los valores de la Tabla 4-11 en dicha ecuación se obtiene el **Esfuerzo Normal Estático Equivalente** σ_{eqm} .

$$\begin{aligned} & (\sigma_{eqm})_s \\ &= \sqrt{(8.644393931e^6)^2 + (8.221354583e^6)^2 - (8.644393931e^6)(8.221354583e^6)} \\ &= 8.440828748 e^6 Pa \end{aligned}$$



CAPITULO IV RESULTADOS Y DISCUSIÓN

De manera similar, la ecuación 2-66 supone que Soderberg se puede aplicar a tensiones cortantes. Por lo tanto, al sustituir los valores de la Tabla 4-10 en la ecuación 2-66, se obtiene:

$$\tau_{eqm} = 291.5943e^6 Pa + \frac{275e^6 Pa}{255.8760e^6 Pa} 291.0098e^6 Pa = 604.3539766e^6 Pa$$

Este valor es conocido como el **Esfuerzo Cortante Estático Equivalente** τ_{eqm} .

En la Tabla 4-12 se aprecia el “Estado Biaxial Estático”.

ESTADO BIAxIAL ESTÁTICO	
Esfuerzo Estático Equivalente	Esfuerzo Cortante Estático Equivalente
$\sigma_{eqm} = 8.440828748e^6 Pa$	$\tau_{eqm} = 604.3539766e^6 Pa$

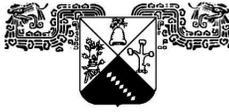
Tabla 4-12. Estado Biaxial Estático.

Note que las tensiones principales variables de la Tabla 4-10 se encuentran en tensión pura, sin embargo, los valores usados en la ecuación 2-66 pertenecen a un estado de tensión cortante.

Otro aspecto que resalta de las ecuaciones 2-65 y 2-66 es el Coeficiente de Concentración de Tensiones para fatiga a Tensión Normal k_f y Torsión k_{fs} con un valor igual a 1 asumiendo que no existen cambios de sección.

En caso contrario, el valor del Coeficiente de Concentración de Tensiones será distinto de 1.

Como recurso final, podrían calcularse los valores del Coeficiente de Concentración de Tensiones, con el objetivo de tener resultados similares a los mencionados en la secuencia de Soderberg – Von Mises y Von Mises – Soderberg.



4.3.4 ESTADO DE TENSIÓN UNIAXIAL ESTÁTICA EQUIVALENTE σ_{eqmST} Y σ_{eqmSVM} .

Finalmente, para obtener el “Estado de Tensión Uniaxial Estática Equivalente”, se plantea que tanto la ecuación 2-54 y 2-68 de Von Mises y Tresca permiten tratar casos de Esfuerzo Estático Equivalente σ_{eqm} y Esfuerzo Cortante Estático Equivalente τ_{eqm} como resultado de tensión pura.

En base a lo anterior, los valores de la Tabla 4-12 de un “Estado Biaxial Estático” se sustituyen en la ecuación 2-68 obteniendo la **Tensión Uniaxial Estática Equivalente de Soderberg – Tresca.**

$$\sigma_{eqmST} = \sqrt{(8.440828748 e^6)^2 + 4(604.3539766 e^6)^2} = 1.208737425 e^9 Pa$$

Otra forma de obtener la tensión pura, es en base a la ecuación 2-54, sin embargo, al sustituir los valores de la Tabla 4-12 se obtiene la **Tensión Uniaxial Estática Equivalente de Soderberg – Von Mises.**

$$\sigma_{eqmSVM} = \sqrt{(8.440828748 e^6)^2 + 3(604.3539766 e^6)^2} = 1.046805825 e^9 Pa$$

Si se compara las ecuaciones 2-54 y 2-68, se comprueban como el criterio de Von Mises conduce a resultados algo menos conservadores que los de Tresca, aunque, la diferencia no es demasiado importante ya que solo difieren en un coeficiente.

Es conveniente destacar, que para este tipo de análisis las ecuaciones 2-65 y 2-66 presentan un Coeficiente de Concentración de Tensiones con un valor igual a 1, en consecuencia, se entiende que las tensiones anteriores son nominales.



4.4 CRITERIO DE MOHR – VON MISES.

Por un lado se mencionó que la rotación de las direcciones principales durante el ciclo de carga, afecta fuertemente la resistencia general a la fatiga de los materiales. Por otro, se comentó que la transformación de esfuerzos se realiza para determinar las componentes del esfuerzo σ'_x , σ'_y y τ'_{xy} asociadas con el elemento después de girar un ángulo θ a fin de conocer las tensiones más altas. No obstante, para el análisis de fatiga multiaxial mostrado en esta secuencia, se requiere el uso de un criterio de fluencia bajo cargas combinadas tomando en cuenta los siguientes pasos:

- Descomponer el “**Estado de Tensión de Fatiga Multiaxial**” σ_{max} y σ_{min}
 - a) Para Fuerzas Fluctuantes de Vapor σ_{max} y σ_{min} .
 - b) Para Esfuerzos Centrífugos τ_{max} y τ_{min} .

- Obtener las “**Tensiones Principales Variables**” $\sigma_m, \sigma_a, \tau_a$ y τ_m
 - a) Para Fuerzas Fluctuantes de Vapor Máximas σ_m y σ_a
 - b) Para Esfuerzos Centrífugos τ_a y τ_m .

- Enlazar las “**Tensiones Normal y Cortante Estáticas Equivalentes**”
 - a) Para Fuerzas Fluctuantes de Vapor Máximas $\sigma_{eqm1}, \sigma_{eqm2}$ en σ_{eqm}
 - b) Para Esfuerzos Centrífugos τ_{eqm} .

- Combinar el “**Estado Biaxial Estático**” σ_{1eqm} y σ_{2eqm} .
 - a) Esfuerzo Principal Máximo σ_{1eqm} .
 - b) Esfuerzo Principal Mínimo σ_{2eqm} .

- Calcular el “**Estado de Tensión Uniaxial Estática Equivalente**” σ_{eqmMVM}
 - a) Tensión Uniaxial de Mohr – Von Mises σ_{eqmMVM}



4.4.1 ESTADO DE TENSIÓN DE FATIGA MULTIAXIAL σ_{max} y σ_{min}

El análisis estático para el “Estado de Tensión de Fatiga Multiaxial” ya fue realizado en el criterio de Soderberg – Tresca, por lo tanto, los resultados son similares para las fuerzas fluctuantes de vapor de la Tabla 4-7 y los esfuerzos centrífugos de la Tabla 4-8.

Con base a los resultados obtenidos de las Tablas 4-7 y 4-8, se procede a calcular el efecto de las “Tensiones Principales Variables” los esfuerzos medios y alternos σ_a y σ_m con las ecuaciones para una carga de amplitud constante.

Luego, se propone las ecuaciones 2-65 y 2-66 de Soderberg como criterio adicional para los esfuerzos combinados multiaxiales, a fin, de obtener las “Tensiones Normal y Cortante Estáticas Equivalentes”, es decir, el esfuerzo normal estático equivalente σ_{eqm} y el esfuerzo cortante estático equivalente τ_{eqm} .

El Esfuerzo Normal Estático σ_{eqm} y el Esfuerzo Cortante Estático τ_{eqm} , están relacionadas con los esfuerzos principales máximo y mínimo según las ecuaciones 2-83 y 2-84 de Tresca.

De esta forma, el “Estado Biaxial Estático” está conformado por las Tensiones Principales Estáticas Equivalentes σ_{1eqm} y σ_{2eqm} siendo los valores máximos y mínimos que pueden alcanzar las tensiones normales para un estado de tensión determinado.

Finalmente, el “Estado de Tensión Uniaxial Estática Equivalente”, se obtiene con la ecuación 2-51 de Von Mises para un estado biaxial.



4.4.2 TENSIONES PRINCIPALES VARIABLES σ_a , σ_m .

Luego de descomponer el estado de tensión de fatiga multiaxial, se requiere conocer el efecto de los esfuerzos medios y alternos, por lo tanto, sustituyendo los valores de la Tabla 4-7 en las ecuaciones 2-4 y 2-5 se tiene:

- Para las fuerzas máximas de vapor.

$$\sigma_{m1} = \frac{1}{2}(8.3331e^6 + 299.59) = 4.1666e^6 Pa$$

$$\sigma_{a1} = \frac{1}{2}(8.3331e^6 - 299.59) = 4.1664e^6 Pa$$

- Para las fuerzas mínimas de vapor.

$$\sigma_{m2} = \frac{1}{2}(7.9253e^6 + 285.63) = 3.9627e^6 Pa$$

$$\sigma_{a2} = \frac{1}{2}(7.9253e^6 - 285.63) = 3.9625e^6 Pa$$

Observe que los valores anteriores son similares a los de la Tabla 4-9.

En relación con estos pasos, los principales componentes que se deben calcular son el Esfuerzo Principal Máximo, el Esfuerzo Principal Mínimo y la Cortadura Máxima de Tresca (Esfuerzo Cortante Máximo), dado que ambas expresiones son usadas para calcular la capacidad de carga máxima.



4.4.3 TENSIONES NORMAL Y CORTANTE ESTÁTICAS EQUIVALENTES σ_{eqm} Y τ_{eqm} .

En un paso adicional, los esfuerzos medios y alternos de la Tabla 4-9 y las ecuaciones 2-65 y 2-66 de Soderberg conducen a las Tensiones Principales Estáticas.

$$\sigma_{eqm1} = 4.1666e^6 + \frac{275e^6 Pa}{255.8760e^6 Pa} 4.1664e^6 = 8.644393931e^6 Pa$$

$$\sigma_{eqm2} = 3.9627e^6 + \frac{275e^6 Pa}{255.8760e^6 Pa} 3.9625e^6 = 8.221354583 Pa$$

Luego, se combinan las Tensiones Principales Estáticas con la ecuación 2-51 de Von Mises para un estado biaxial hasta obtener el **Esfuerzo Normal Estático Equivalente** σ_{eqm} .

$$\begin{aligned} & (\sigma_{eqm})_s \\ & = \sqrt{(8.644393931e^6)^2 + (8.221354583e^6)^2 - (8.644393931e^6)(8.221354583e^6)} \\ & = 8.440828748 e^6 Pa \end{aligned}$$

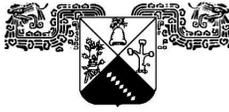
De manera similar, la ecuación 2-66 permite calcular el **Esfuerzo Cortante Estático Equivalente** τ_{eqm} .

$$\tau_{eqm} = 291.5943e^6 Pa + \frac{275e^6 Pa}{255.8760e^6 Pa} 291.0098e^6 Pa = 604.3539766e^6 Pa$$

Finalmente, la Tabla 4-13 muestra las “Tensiones Normal y Cortante Estática Equivalente”.

TENSIONES NORMAL Y CORTANTE ESTÁTICAS EQUIVALENTES	
Esfuerzo Estático Equivalente	Esfuerzo Cortante Estático Equivalente
$\sigma_{eqm} = 8.440828748e^6 Pa$	$\tau_{eqm} = 604.3539766e^6 Pa$

Tabla 4-13. Tensión Normal y Cortante Estática Equivalente.



4.4.4 ESTADO BIAxIAL ESTÁTICO σ_{1eqm} Y σ_{2eqm} .

La metodología para obtener el “Estado Biaxial Estático” es similar al Criterio de Soderberg – Tresca, de tal forma, que los valores de la Tabla 4-13 son idénticos para este criterio.

El Esfuerzo Normal Estático σ_{eqm} y el Esfuerzo Cortante Estático τ_{eqm} están relacionados a través de las ecuaciones del **Círculo de Mohr**, por lo tanto, al sustituir los valores de la Tabla 4-13 en las ecuaciones 2-83 y 2-84 se obtiene.

$$\sigma_{1eqm} = \frac{8.4408e^6 Pa}{2} + \sqrt{\left(\frac{8.4408e^6 Pa}{2}\right)^2 + (604.3539e^6 Pa)^2} = 608.589036e^6 Pa$$

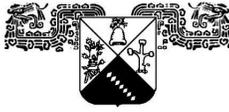
$$\sigma_{2eqm} = \frac{8.4408e^6 Pa}{2} - \sqrt{\left(\frac{8.4408e^6 Pa}{2}\right)^2 + (604.3539e^6 Pa)^2} = -600.148236e^6 Pa$$

Donde los esfuerzos σ_{1eqm} , σ_{2eqm} asociadas con este estado se denominan “Tensiones Principales Estáticas Equivalentes” y son los valores máximos y mínimos que pueden alcanzar las tensiones normales para un estado de tensión determinado.

Así, los resultados son mostrados en la Tabla 4-14, pertenecen al “Estado Biaxial Estático”.

ESTADO BIAxIAL ESTÁTICO TENSIONES PRINCIPALES ESTÁTICAS EQUIVALENTES	
σ_{1eqm}	$608.589036e^6 Pa$
σ_{2eqm}	$-600.148236e^6 Pa$

Tabla 4-14. Estado Biaxial Estático “Tensiones Principales Estáticas Equivalentes”.



4.4.5 ESTADO DE TENSIÓN UNIAXIAL ESTÁTICA EQUIVALENTE σ_{eqmMVM}

En cuanto al “Estado de Tensión Uniaxial Estática Equivalente”, se obtiene sustituyendo los valores de la Tabla 4-14 en la ecuación 2-51 de **Von Mises**.

$$\sigma_{eqmMVM}$$

$$= \sqrt{(608.589036e^6)^2 + (-600.148236e^6)^2 - (608.589036e^6)(-600.148236e^6)}$$
$$= 1.046805692e^9 Pa$$

Esta teoría de falla proporciona la **Tensión Uniaxial Estática Equivalente de Mohr – Von Mises**.

Vale la pena decir que el Esfuerzo Principal 3 es cero ($\sigma_{3eqm} = 0$), debido a que este esfuerzo principal estático equivalente coincide con un eje del sistema coordenado X, Y y Z, donde específicamente, la velocidad de rotación del grupo de alabes se realiza en la componente Y (Figura 3-14).

En cuanto al radio del Círculo de Mohr es un parámetro que se obtiene de 4 formas distintas apuntando al mismo resultado.

- La ecuación 2-61, establece que el Esfuerzo Cortante Máximo se encuentra a la mitad de las Tensiones Principales Estáticas Equivalentes, lo que resulta como el radio del círculo de Mohr.

$$\tau_{max} = \frac{1}{2} [(608.5890e^6) - (-600.1482e^6)] = 604.3686e^6 Pa$$

- La ecuación 2-63 para un esfuerzo bidireccional planar, también reconoce el radio de círculo de Mohr como la Cortadura Máxima de Tresca.

$$\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{8.4408 e^6}{2}\right)^2 + (604.3539e^6 Pa)^2} = 604.3686e^6 Pa$$



CAPITULO IV RESULTADOS Y DISCUSIÓN

- El Radio, también se puede calcular en términos del Esfuerzo Normal Estático σ_{eqm} y el Esfuerzo Cortante Estático τ_{eqm} , mediante la ecuación 2-85.

$$R = \sqrt{\left(\frac{8.4408 e^6}{2}\right)^2 + (604.3539 e^6 Pa)^2} = 604.3686 e^6 Pa$$

- De modo idéntico, la ecuación 2-86 permite calcular el Radio del Círculo de Mohr, en función de las Tensiones Principales Estáticas Equivalentes.

$$R = \sqrt{\left(\frac{(608.5890 e^6 + (-600.1482 e^6))}{2}\right)^2 + (604.3539 e^6)^2} = 604.3686 e^6 Pa$$

Refiriéndonos nuevamente al Círculo de Mohr, la Figura 2-25 muestra un "Punto C" característico del Centro del Círculo de Mohr, este parámetro es calculado en base a la ecuación 2-81, teniendo por coordenadas $C\left(\frac{\sigma_{1eqm} + \sigma_{2eqm}}{2}, 0\right)$.

$$Centro = \frac{(608.5890 e^6) + (-600.1482 e^6)}{2} = 4.2204 e^6 Pa$$

Es necesario recalcar que los valores del ángulo $2\phi_p$, determinan la orientación de los Esfuerzos Principales, de tal suerte que también es un parámetro que debe ser calculado con la ecuación 2-74.

$$2\phi_{p1} = \tan^{-1}\left(\frac{2(604.3686 e^6)}{((608.5890 e^6) + (-600.1482 e^6))}\right) = 89.6^\circ$$

Posteriormente $2\phi_{p2}$ se obtiene mediante la ecuación 2-75 teniendo en cuenta que están apartados 180° .

$$2\phi_{p2} = 180^\circ + 89.6^\circ = 269.6^\circ$$



CAPITULO IV RESULTADOS Y DISCUSIÓN

De la misma forma, los valores del ángulo $2\theta_s$ se determinan en base al recíproco de la ecuación 2-76.

$$2\phi_{s1} = \tan^{-1} \left[- \left(\frac{((608.5890e^6 Pa) + (-600.1482e^6 Pa))}{2(604.3686e^6 Pa)} \right) \right] = -0.40^\circ$$

En cuanto al valor de $2\phi_{s2}$ se obtienen con la ecuación 2-77

$$2\phi_{s2} = 180^\circ + (-0.40^\circ) = 179.59^\circ$$

Los valores de $2\phi_s$ determinan la orientación del Esfuerzo Cortante Máximo.

Finalmente, la Tabla 4-15 resume los principales parámetros que describen al Círculo de Mohr.

PARÁMETROS DEL CÍRCULO DE MOHR.		
Radio	R	$604.3686e^6 Pa$
Centro	C	$4.2204e^6 Pa$
Cortante Máximo	τ_{max}	$604.3686e^6 Pa$
Ángulo 1 Orientación De Los Esfuerzos Principales	$2\theta_{p1}$	89.6°
Ángulo 2 Orientación De Los Esfuerzos Principales	$2\theta_{p2}$	269.6°
Ángulo 1 Orientación Del Esfuerzo Cortante Máximo	$2\theta_{s1}$	-0.40°
Ángulo 1 Orientación Del Esfuerzo Cortante Máximo	$2\theta_{s2}$	179.6°
Esfuerzo Principal Máximo	σ_{1eqm}	$608.5890e^6 Pa$
Esfuerzo Principal Mínimo	σ_{2eqm}	$-600.1482e^6 Pa$
Esfuerzo Normal Estático Equivalente	σ_{eqm}	$8.4537e^6 Pa$
Esfuerzo Cortante Estático Equivalente	τ_{eqm}	$604.3686e^6 Pa$

Tabla 4-15. Principales Parámetros del Círculo de Mohr.



CAPITULO IV RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En relación al Círculo de Mohr, se ha mencionado que es una técnica usada en ingeniería para representar gráficamente un tensor simétrico y calcular las Tensiones Principales en base a los mismos parámetros que describen el círculo, tales como el radio y centro.

El radio R y centro con punto C(σ_{prom}, 0), está regida por la ecuación 4-4, la programación se muestra en el **Apéndice L** para obtener el gráfico mostrado en la Figura 4-3

(σ'x - σ_{prom})² + τ_{xy}² = R²..... Ecuación 4-4

En la Figura 4-3, se puede visualizar los Esfuerzos Principales Máximo y Mínimo, además del Esfuerzo Cortante Máximo, también se aprecia que la capacidad de carga del grupo de álabes se encuentra muy cercano al Esfuerzo de Fluencia (Punto Verde), reafirmando que la rotación de las direcciones principales durante el ciclo de carga afecta fuertemente la resistencia del material.

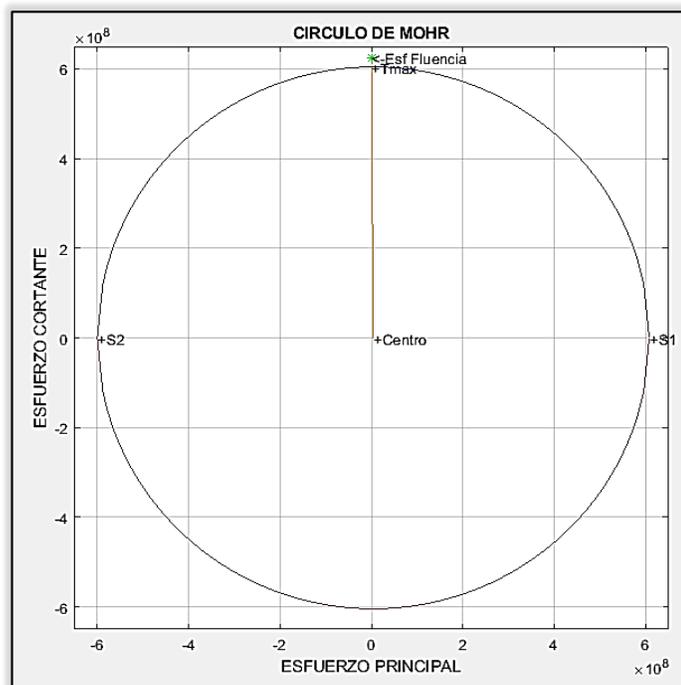


Figura 4-3. Circulo de Mohr.



CAPITULO IV RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Finalmente, la Tabla 4-16 proporciona una comparación entre cada una de los criterios mencionados anteriormente, es evidente que no importa el tipo de criterio o teoría usada para resolver dicho problema debido a que ambos llegan al mismo resultado.

CRITERIOS DE FATIGA MULTIAXIAL				
VON MISES - SODERBERG			Tensión Uniaxial	
Esfuerzo Estático Equivalente	(σ_{eqm})	$602.8882e^6 Pa$	$(\sigma_{eqm})_{VMS}$	$1.250000141e^9 Pa$
Esfuerzo Alterno Equivalente	(σ_{eqa})	$602.1106e^6 Pa$	$(\sigma_{eqa})_{VMS}$	$1.163072858e^9 Pa$
SODERBERG - VON MISES			Tensión Uniaxial	
Tensión Estática Equivalente	(σ_{1eqm})	$1.250208722e^9 Pa$	$(\sigma_{eqm})_{SVM}$	$1.250001296e^9 Pa$
	(σ_{2eqm})	$1.249793767e^9 Pa$		
Tensión Alternativa Equivalente	(σ_{1eqa})	$1.163266935e^9 Pa$	$(\sigma_{eqa})_{SVM}$	$1.163073934e^9 Pa$
	(σ_{2eqa})	$1.162880836e^9 Pa$		
SODERBERG - TRESCA			Tensión Uniaxial	
Esfuerzo Estático Equivalente	σ_{eqm}	$8.4537e^6 Pa$	σ_{eqmST}	$1.208737516e^9 Pa$
Esfuerzo Cortante Estático Equivalente	τ_{eqm}	$604.3539e^6 Pa$	σ_{eqmSVM}	$1.046805929e^9 Pa$
MOHR – VON MISES			Tensión Uniaxial	
Esfuerzo Principal Máximo	σ_{1eqm}	$608.5955311e^6 Pa$	σ_{eqmMVM}	$1.046805796e^9 Pa$
Esfuerzo Principal Mínimo	σ_{2eqm}	$-600.1418311e^6 Pa$		

Tabla 4-16. Tensiones Uniaxiales Estáticas Equivalentes.



4.5 CALCULO DE VIDA EN FATIGA.

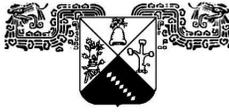
Hasta aquí, se han mencionado que la correspondiente vida en fatiga se ha calculado con la ayuda de ANSYS, obteniendo diferentes resultados para cada criterio establecido, tal como se aprecia en la Tabla 4-17.

TEORÍAS DE ESFUERZO MEDIO.	SIMULADO ANSYS
GOODMAN	$2.4225e^7$ ciclos de vida
GERBER	$4.2578e^8$ ciclos de vida
SODERBERG	$4.7315e^5$ ciclos de vida
ASME ELLIPTICAL	$2.2859e^8$ ciclos de vida

Tabla 4-17. Calculo de Vida en Fatiga con Ansys.

Sin embargo, ahora que se conoce el Estado Uniaxial de Fatiga es posible obtener la correspondiente vida en fatiga del grupo de álabes de forma analítica para cada una de las Teorías de Esfuerzo Medio mencionadas en el Capítulo 2 tales como:

- La ecuación de Soderberg
- La ecuación de Goodman
- La ecuación de Gerber
- La ecuación de Elipse



4.5.1 VIDA EN FATIGA CRITERIO DE SODERBERG.

Para estimar la vida en fatiga con el criterio de **Soderberg**, primero se debe hacer uso de los valores proporcionados por la Tabla 4-3, para un estado uniaxial de fatiga.

- Esfuerzo Estático Equivalente (σ_{eqm}) = $602.8882e^6 Pa$
- Esfuerzo Alternante Equivalente (σ_{eqa}) = $602.1106e^6 Pa$

Luego se calcula el Factor de Seguridad con la ecuación 4-1.

- Factor de Seguridad $n = \frac{275e^6}{1.2052e^9} = 0.2281$

Posteriormente, se despeja el Esfuerzo Alternante Equivalente de la Ecuación 2-28 de Soderberg y se sustituye los esfuerzos estático y alterno equivalente, así como el límite estático asociado.

- Esfuerzo de Fluencia $S_y = 275e^6 Pa$ de la Tabla 3-3.

$$S_N^{eq} = \frac{602.1106e^6 Pa}{\frac{1}{0.22} - \frac{602.8882e^6 Pa}{275e^6}} = 255.8760e^6 Pa$$

Finalmente, la vida útil del grupo de álabes se puede determinar despejando la variable N de la ecuación 2-95 de Basquin, por lo que, al sustituir los valores de la Tabla 3-4 se obtiene la vida útil del grupo de álabes.

- El Exponente de Resistencia a la Fatiga $b = -0.0851$
- El Coeficiente de Resistencia a la Fatiga $\sigma_f 825e6 Pa$

$$N = \frac{\left(\frac{255.8760e6 Pa}{825e6 Pa}\right)^{-\frac{1}{0.0851}}}{2} = 4.71416e^5 \text{ ciclos de vida}$$

El ciclo de vida para el criterio de **Soderberg** es de $4.71416e^5$ ciclos de vida.



4.5.2 VIDA EN FATIGA CRITERIO DE GOODMAN.

Para estimar la vida en fatiga con el criterio de **Goodman**, primero se debe hacer uso de los valores proporcionados por la Tabla 4-3, para un estado uniaxial de fatiga.

- Esfuerzo Estático Equivalente (σ_{eqm}) = $602.8882e^6 Pa$
- Esfuerzo Alternante Equivalente (σ_{eqa}) = $602.1106e^6 Pa$

Luego se calcula el Factor de Seguridad con la ecuación 4-1.

- Factor de Seguridad $n = \frac{275e^6}{1.2052e^9} = 0.2281$

Posteriormente, se despeja el Esfuerzo Alternante Equivalente de la Ecuación 2-21 de Goodman y se sustituye los esfuerzos estático y alterno equivalente, así como el límite estático asociado.

- Esfuerzo de Fluencia $S_U = 480e^6 Pa$ de la Tabla 3-3.

$$S_N^{eq} = \frac{602.1106e^6 Pa}{\frac{1}{0.22} - \frac{602.8882e^6 Pa}{480e^6}} = 183.0436e^6 Pa$$

Finalmente, la vida útil del grupo de álabes se puede determinar despejando la variable N de la ecuación 2-95 de Basquin, por lo que, al sustituir los valores de la Tabla 3-4 se obtiene la vida útil del grupo de álabes.

- El Exponente de Resistencia a la Fatiga $b = -0.0851$
- El Coeficiente de Resistencia a la Fatiga $\sigma_f 825e^6 Pa$

$$N = \frac{\left(\frac{183.0436e^6 Pa}{825e^6 Pa}\right)^{-\frac{1}{0.0851}}}{2} = 2.4147e^7 \text{ ciclos de vida}$$

El ciclo de vida para el criterio de **Goodman** es de $2.4147e^7$ ciclos de vida.



4.5.3 VIDA EN FATIGA CRITERIO DE GERBER.

Para estimar la vida en fatiga con el criterio de **Gerber**, primero se debe hacer uso de los valores proporcionados por la Tabla 4-3, para un estado uniaxial de fatiga.

- Esfuerzo Estático Equivalente (σ_{eqm}) = $602.8882e^6 Pa$
- Esfuerzo Alternante Equivalente (σ_{eqa}) = $602.1106e^6 Pa$

Luego se calcula el Factor de Seguridad con la ecuación 4-1.

- Factor de Seguridad $n = \frac{275e^6}{1.2052e^9} = 0.2281$

Posteriormente, se despeja el Esfuerzo Alternante Equivalente de la Ecuación 2-20 de Gerber y se sustituye los esfuerzos estático y alterno equivalente, así como el límite estático asociado.

- Esfuerzo de Fluencia $S_U = 480e^6 Pa$ de la Tabla 3-3.

$$S_N^{eq} = \frac{(0.22)(602.1106e^6 Pa)}{1 - \left(\frac{(0.22)(602.8882e^6 Pa)}{480e^6} \right)^2} = 1.4341e^8 Pa$$

Finalmente, la vida útil del grupo de álabes se puede determinar despejando la variable N de la ecuación 2-95 de Basquin, por lo que, al sustituir los valores de la Tabla 3-4 se obtiene la vida útil del grupo de álabes.

- El Exponente de Resistencia a la Fatiga $b = -0.0851$
- El Coeficiente de Resistencia a la Fatiga $\sigma_f 825e^6 Pa$

$$N = \frac{\left(\frac{1.4341e^8 Pa}{825e^6 Pa} \right)^{-\frac{1}{0.0851}}}{2} = 4.2461e^8 \text{ ciclos de vida}$$

El ciclo de vida para el criterio de **Gerber** es de $4.2461e^8$ ciclos de vida.



4.5.4 VIDA EN FATIGA CRITERIO DE ELIPSE.

Para estimar la vida en fatiga con el criterio de **Elipse**, primero se debe hacer uso de los valores proporcionados por la Tabla 4-3, para un estado uniaxial de fatiga.

- Esfuerzo Estático Equivalente (σ_{eqm}) = $602.8882e^6 Pa$
- Esfuerzo Alternante Equivalente (σ_{eqa}) = $602.1106e^6 Pa$

Luego se calcula el Factor de Seguridad con la ecuación 4-1.

- Factor de Seguridad $n = \frac{275e^6}{1.2052e^9} = 0.2281$

Posteriormente, se despeja el Esfuerzo Alternante Equivalente de la Ecuación 2-23 de Elipse y se sustituye los esfuerzos estático y alterno equivalente, así como el límite estático asociado.

- Esfuerzo de Fluencia $S_Y = 275e^6 Pa$ de la Tabla 3-3.

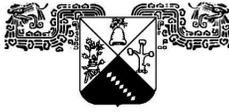
$$S_N^{eq} = \frac{(0.22)(602.1106e^6 Pa)}{\sqrt{1 - \left(\frac{(0.22)(602.8882e^6 Pa)}{275e^6}\right)^2}} = 1.1521e^8 Pa$$

Finalmente, la vida útil del grupo de álabes se puede determinar despejando la variable N de la ecuación 2-95 de Basquin, por lo que, al sustituir los valores de la Tabla 3-4 se obtiene la vida útil del grupo de álabes.

- El Exponente de Resistencia a la Fatiga $b = -0.0851$
- El Coeficiente de Resistencia a la Fatiga $\sigma_f 825e^6 Pa$

$$N = \frac{\left(\frac{1.1521e^8 Pa}{825e^6 Pa}\right)^{-\frac{1}{0.0851}}}{2} = 2.2788e^8 \text{ ciclos de vida}$$

El ciclo de vida para el criterio de **Elipse** es de $2.2788e^8$ ciclos de vida.



4.5.5 ESTIMACIÓN DE VIDA EN FATIGA CON COEFICIENTE “A”.

Otra metodología para calcular vida en fatiga se basa en la Ecuación 2-101.

Primero, se calcula el valor del Esfuerzo Alternante Equivalente de acuerdo a los pasos anteriores.

$$S_N^{eq} = \frac{602.1106e^6 Pa}{\frac{1}{0.22} - \frac{602.8882e^6 Pa}{275e^6 Pa}} = 255.8760e^6 Pa$$

Luego de que el Esfuerzo Alternante Equivalente ha sido calculado se procede a determinar A que es un Coeficiente determinado por la Ecuación 2-102 que depende tanto de la Resistencia de Durabilidad a la Fatiga S_f , como del Límite de Resistencia a la Fatiga S_e .

Así pues, para determinar el factor correspondiente a la Resistencia de Durabilidad a la Fatiga es necesario retomar la Ecuación 2-88, para $N = 1 \times 10^3$ ciclos de vida.

$$f = \frac{825e^6 Pa}{480e^6 Pa} (2 \times 10^3)^{-0.0851} = 0.9$$

No obstante, para determinar el factor correspondiente al Límite de Resistencia a la Fatiga es necesario calcular dicho factor para $N = 1 \times 10^6$ ciclos de vida.

$$f = \frac{825e^6 Pa}{480e^6 Pa} (2 \times 10^6)^{-0.0851} = 0.5$$



CAPITULO IV RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Podemos agregar desde una perspectiva general que el Límite de Resistencia a la Fatiga se puede obtener con la Ecuación 2-89.

$$S_e = 0.5(480e^6) = 240e^6 Pa$$

De la misma forma, se verifica también que la Resistencia de Durabilidad a la Fatiga se obtiene de manera similar pero con ayuda de la Ecuación 2-90.

$$S_f = 0.9(480e^6) = 432e^6 Pa$$

Como resultado, ahora es posible calcular el Coeficiente A.

$$A = \frac{(432e^6)^2}{240e^6} = 777.6e^6 Pa$$

Finalmente, despejando la variable N de la Ecuación 2-102 se obtienen los correspondientes ciclos de vida.

$$N_f = \left(\frac{255.8760e^6 Pa}{777.6e^6 Pa} \right)^{-\frac{1}{0.0851}} = 4.7039e^5$$

Posteriormente, al despejar la variable N_f de la ecuación 2-101, y sustituyendo los datos de la Tabla 3-4, junto con el coeficiente A y el Esfuerzo Alternante Equivalente

- El Exponente de Resistencia a la Fatiga $b = -0.0851$
- Esfuerzo Alternante Equivalente $S_N^{eq} = 255.8760e^6 Pa$
- Coeficiente $A = 777.6e^6 Pa$

$$N_f = \left(\frac{255.8760e^6 Pa}{777.6e^6 Pa} \right)^{\left(\frac{1}{-0.0851} \right)} = 4.7039e^5 \text{ ciclos de vida}$$

La ecuación de Basquin con coeficiente tiene $4.7039e^5$ ciclos de vida.



4.5.6 ESTIMACIÓN DE VIDA EN FATIGA MEDIANTE UN LÍMITE ASOCIADO " S_U ".

Para estimar la vida en fatiga de acuerdo a un límite asociado a un criterio, primero se establece un criterio de esfuerzo medio, por ejemplo Soderberg, tal como se realizó en la secuencia anterior.

Luego se calcula el valor del Esfuerzo Alternante Equivalente de acuerdo a los pasos anteriores.

$$S_N^{eq} = \frac{602.1106e^6 Pa}{\frac{1}{0.22} - \frac{602.8882e^6 Pa}{275e^6 Pa}} = 255.8760e^6 Pa$$

Posteriormente, de la Tabla 3-3 se obtiene el valor de S_U .

- Resistencia a la Tensión Última $S_U = 480e^6 Pa$.

De modo similar, se puede obtener la correspondiente Vida en Fatiga para el Grupo de Álabes con la Ecuación 2-103, donde la diferencia solo radica en el hecho de que está ecuación usa la Resistencia Última en lugar de la Resistencia a la Fluencia, por lo que despejando nuevamente la variable N_f .

$$N_f = \left(\frac{255.8760e6 Pa}{(1.62)(480e6 Pa)} \right)^{-\frac{1}{0.0851}} = 4.70396e^5 \text{ ciclos de vida}$$

Se obtiene un valor de $4.70396e^5$ ciclos de vida.

Aunque existen varios métodos usados para estimar la curva S-N en un rango de $1 - 10^3$ ciclos, estos métodos no son recomendados, dado que, generalmente esta ecuación es válida en el rango de $10^3 - 10^6$ ciclos, en consecuencia, la línea de Basquin aproxima a la curva de Wöhler solo en el régimen de altos ciclos en fatiga.

4.5.7 ESTIMACIÓN DE VIDA EN FATIGA POR EL MODELO DE LA TRIPLE PENDIENTE.

El Modelo de la Triple Pendiente o Curva S – N, es otra forma para calcular la vida útil, donde, para un Esfuerzo Alternante Equivalente se debe extrapolar con los valores proporcionados por la Tabla 3-6.

La curva mostrada por la Figura 4-4 presenta una vida en fatiga de $4.7040e^5$ ciclos de vida.

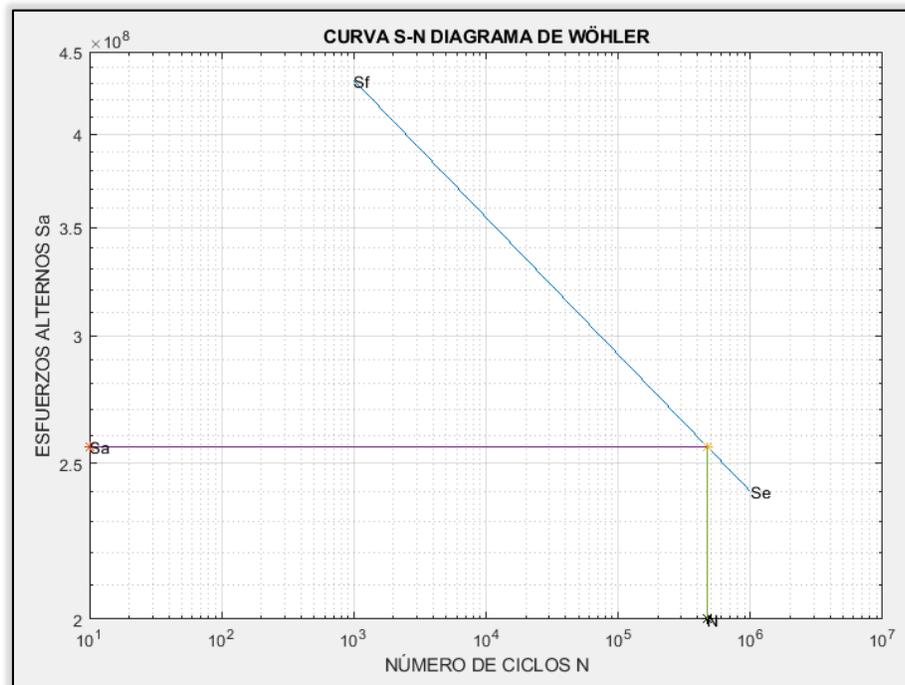
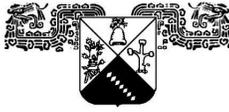


Figura 4-4. Diagrama de Wöhler o Curva S-N.

Cabe mencionar, que la determinación experimental de los Límites de Resistencia a la Fatiga es un procedimiento de rutina, además de que resulta ser extenso y costoso. Sin embargo, como se mencionó al inicio, en ausencia de estos datos es necesario efectuar alguna estimación en base a métodos iterativos (Métodos Computacionales) o en su defecto a datos disponibles de pruebas monotónicas. Ver **Apéndice N**.



CAPITULO IV RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Finalmente, la Tabla 4-18 muestra los valores de la vida en fatiga del grupo de álabes.

TEORÍAS DE ESFUERZO MEDIO.	ANALÍTICO
SODERBERG	$4.7141e^5$
GOODMAN	$2.4147e^7$
GERBER	$4.2461e^8$
ASME ELLIPTICAL	$2.2788e^8$
$S_a = S_N^{eq} = A(N_f)^b$	$4.7039e^5$
$S_N^{eq} = 1.62S_u N^{-0.0851}$	$4.70396e^5$
TRIPLE PENDIENTE	$4.7040e^5$

Tabla 4-18. Cuadro Comparativo de la Vida en Fatiga Analítico.

Con el objetivo de probar que los Algoritmos Genéticos son muy eficientes y confiables ante la solución de problemas de optimización.

La ecuación 4-5 se establece como una ecuación no lineal, por lo tanto, se debe hallar una posible solución por algoritmos genéticos.



4.6 CALCULO DE VIDA EN FATIGA CON ALGORITMOS GENÉTICOS.

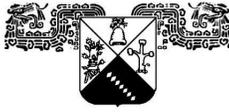
El objetivo de este capítulo es presentar un Algoritmo Genético que estime vida en fatiga, a través de un conjunto de individuos que se adapta a un ambiente en constante cambio mediante intercambios y modificaciones de material genético por medio de operadores genéticos tales como:

- Selección Natural.
- Cruza.
- Mutación.

Para ello, el siguiente código mostrado en la Tabla 4-19, resulta de vital importancia para las versiones de codificación continua y binaria.

ALGORITMO GENÉTICO BINARIO	
1	CONFIGURAR PARAMETROS DEL ALGORITMO.
2	INICIAR Y EVALUAR POBLACIÓN INICIAL.
3	MIENTRAS NO SE CUMPLA EL CRITERIO (While).
4	SELECCIONAR PADRES CONSIDERANDO SU APTITUD.
5	CRUZAR PADRES, GENERAR HIJOS.
6	MUTACIÓN DE HIJOS.
7	GENERAR POBLACIÓN DE INDIVIDUOS MÁS APTOS.
8	MOSTRAR RESULTADO.

Tabla 4-19. Código de un Algoritmo Genético.



CAPITULO IV RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En cuanto a los parámetros utilizados en este Algoritmo Genético, estos se pueden mostrar en la Tabla 4-20.

PARÁMETROS DEL ALGORITMO GENÉTICO.		
Nomenclatura	Parámetro	Valor
l	Longitud del Cromosoma	35
p	Tamaño de la Población	4000
ProbS	Probabilidad de Selección	0.5
ProbEl	Probabilidad de Elitismo	0.6
PorbC	Probabilidad de Cruce	0.6
ProbM	Probabilidad de Mutación	0.7
Gen	Generaciones	20

Tabla 4-20. Parámetros del Algoritmo Genético.

Los parámetros utilizados en este Algoritmo Genético se propusieron de tal manera, que se obtuviera un rendimiento adecuado, es obvio que no se puede proponer otro algoritmo genético en el cual mejore la velocidad de convergencia, ya que, el tiempo de búsqueda es un factor a considerar.

Algunos parámetros adicionales deben ser descritos con anterioridad como son los Esfuerzos Máximos y Mínimos de Von Mises de la Tabla 4-1.

De la misma forma, los esfuerzos alternos y medios calculados en la Tabla 4-2, las propiedades mecánicas y cíclicas del material los cuales son datos de entrada para la función de evaluación.



4.6.1 GENERACIÓN DE POBLACIÓN.

En cuanto a la generación de la población aleatoria, se ha dicho que los Algoritmos Genéticos son método adaptativos que pueden usarse para resolver problemas de búsqueda y optimización.

Cualquier solución a un problema puede ser presentado como un conjunto de valores aleatorios llamados alelos (0 y 1), dichos alelos se codifican en una cadena de valores denominada “Cromosoma”.

Resulta intuitivo decir, que las poblaciones pequeñas corren el riesgo de no cubrir el espacio de búsqueda completo.

Este paso tiene el propósito de generar una Longitud de Cromosoma con valores de 0 y 1 de forma aleatoria, a través del comando “rand”, el comando rand tiene como función dar un valor mayor a 0 y menor a 1, finalmente, mediante el comando “round” se redondea al valor más cercano, obteniendo siempre como resultado 1 o 0.

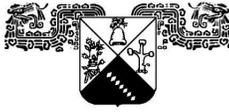
Ejemplos de la población aleatoria.

1000101101

1010010111

1011001011

Evidentemente, al conjunto de parámetros representados por un cromosoma particular recibe el nombre de “Genotipo”, que a su vez dicho genotipo contiene la información necesaria para la construcción del organismo capaz de dar solución al problema real denominado como “Fenotipo” (Gestal, Rivero, Roman Rabuñal, Julián, & Pazos, 2010).



4.6.2 FUNCIÓN DE EVALUACIÓN.

Se ha mencionado que la definición de Fenotipo es bastante amplia, ya que cualquier estructura de datos creada durante la evaluación de la aptitud física depende de la función de evaluación. Es así, como a través de una Función de Evaluación se determinan que individuos tienen la capacidad de ser un Fenotipo en la resolución de un problema de optimización.

Ahora bien, en caso de no verificarse las ecuaciones 4-2 y 4-3 la duración N_f se puede obtener mediante la ecuación 4-5, asumiendo que para la duración de vida finita sigue siendo válido Von Mises para obtener tensiones equivalentes a las alternas.

$$S_y = \left(\sigma_m^2 + \left(\frac{S_y}{S_N^{eq}} \right)^2 \sigma_a^2 + \left(\frac{S_y}{S_N^{eq}} \right) [2(\sigma_{1a}\sigma_{1m} + \sigma_{2a}\sigma_{2m}) - (\sigma_{1m}\sigma_{2a} + \sigma_{2m}\sigma_{1a})] \right)^{\frac{1}{2}}$$

..... Ecuación 4-5

Además, se observa que la función de evaluación también depende los “Tensiones Principales Variables” obtenidos en la Secuencia de Von Mises – Soderberg (Tabla 4-2).

En cuanto al Esfuerzo Medio σ_m y el Esfuerzo Alterno σ_a , bastará con aplicar la ecuación de Von Mises para un estado biaxial obteniendo como datos.

ESFUERZOS COMBINADOS			
ESTÁTICAS		ALTERNAS	
σ_m	6.0289e ⁸ Pa	σ_a	6.0211e ⁸ Pa

Tabla 4-21. Esfuerzos Combinados.

Hay que mencionar que la ecuación 4-5 es una ecuación no lineal, por lo tanto obtener el Esfuerzo Alternante Equivalente S_N^{eq} por métodos analíticos no es posible, de acuerdo a lo anterior, los algoritmos genéticos han mostrado ser muy eficientes y confiables ante problemas de optimización.



4.6.3 FITNESS AJUSTADO.

La idea de obtener un Fitness Ajustado es, que para dos individuos que se encuentre cercanos en el espacio de búsqueda, sus respectivos valores en las funciones objetivos también lo sean. El fitness ajustado se obtuvo de la ecuación 2-106 tal como se aprecia a continuación.

$$fitness = \left(\frac{275e^6 - 2.1285e^8}{275e^6} \right) (100\%) = 22.59$$

La Tabla 4-22 muestra los demás cálculos de fitness ajustado.

POBLACIÓN ALEATORIA				
Individuo	Población en Binario	Población en Decimal	Función de Evaluación	Fitness Puro
1	1000101101	557	2.1285e+08	22.599
2	1010010111	663	2.1405e+08	22.163
3	0011010111	215	2.0661e+08	24.869
4	1010011011	667	2.1409e+08	22.148
5	1100110001	817	2.1551e+08	21.632
6	1011111110	766	2.1506e+08	21.797
7	1111001111	975	2.1677e+08	21.176
8	0001000011	67	1.9962e+08	27.41
9	1011001011	715	2.1458e+08	21.972
10	0001000001	65	1.9945e+08	27.472
11	0110010011	403	2.1067e+08	23.391
12	1110001111	911	2.1628e+08	21.352
13	0110101101	429	2.1109e+08	23.24
14	1100110011	819	2.1553e+08	21.626
15	1000000111	519	2.1237e+08	22.774

Tabla 4-22. Población Aleatoria.

De esta forma, el Fitness Ajustado siempre tomara valores en un intervalo de 0 y 1, cuando más se acerca el Fitness Ajustado de un individuo a 0 mayor es su bondad.



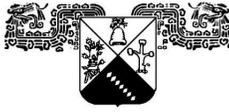
4.6.4 ORDENAMIENTO.

La parte del ordenamiento es de vital importancia, ya que en base a esta metodología uno se puede percatar que individuos son los adecuados para pasar a la siguiente generación, bajo este hecho se deja con menos posibilidades aquellos individuos con alto grado de error.

La Tabla 4-23 muestra un ordenamiento en base al Fitness Puro de manera descendente.

POBLACIÓN ORDENADA (FITNESS)				
Individuo	Población en Binario	Población en Decimal	Función de Evaluación	Fitness Puro
1	1111001111	975	2.1677e+08	21.176
2	1110001111	911	2.1628e+08	21.352
3	1100110011	819	2.1553e+08	21.626
4	1100110001	817	2.1551e+08	21.632
5	1011111110	766	2.1506e+08	21.797
6	1011001011	715	2.1458e+08	21.972
7	1010011011	667	2.1409e+08	22.148
8	1010010111	663	2.1405e+08	22.163
9	1000101101	557	2.1285e+08	22.599
10	1000000111	519	2.1237e+08	22.774
11	0110101101	429	2.1109e+08	23.24
12	0110010011	403	2.1067e+08	23.391
13	0011010111	215	2.0661e+08	24.869
14	0001000011	67	1.9962e+08	27.41
15	0001000001	65	1.9945e+08	27.472

Tabla 4-23. Población Ordenada en Base al Fitness Puro.



4.6.5 ELITISMO.

Aunque el elitismo se considera un caso particular del operador Copia, este consiste en el hecho de seleccionar siempre a los mejores individuos de una generación y agregarlos en la siguiente generación, garantizando de esta forma que el proceso de búsqueda no retrocederá.

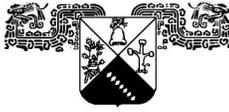
Para ello, se selecciona una pequeña porción de individuos con mejor Fitness Ajustado, aunque no existe un tamaño ideal de selección por elitismo un valor aceptado puede ser 3 o 4 individuos.

De acuerdo con la Tabla 4-24, los mejores individuos para la siguiente generación son generalmente los primeros dos o tres individuos.

POBLACIÓN ELITISMO.				
Individuo	Población en Binario	Población en Decimal	Función de Evaluación	Fitness Puro
1	1111001111	975	2.1677e+08	21.176
2	1110001111	911	2.1628e+08	21.352
3	1100110011	819	2.1553e+08	21.626

Tabla 4-24. Población Elitismo.

Cabe mencionar, que al tratarse de un algoritmo genético de tipo binario estos individuos deben pasar con su respectiva población en Binario así como su correspondiente fitness ajustado, de lo contrario los valores nunca convergerán.



4.6.6 SELECCIÓN NATURAL POR TORNEO.

Este operador es el encargado de escoger que individuos tiene la posibilidad de reproducirse y cuáles no, ya que como se mencionó anteriormente tratan de imitar lo que ocurre en la naturaleza, por lo tanto, se ha de otorgar una mayor probabilidad a los individuos más aptos.

Cabe destacar que mientras la versión Determinística se basa en el hecho de seleccionar siempre al mejor individuo con el Fitness Ajustado más adecuado, en la versión Probabilística se realiza un torneo donde se elige al individuo más apto siempre y cuando cumpla alguna de las dos condiciones.

Antes que nada se establece un torneo de dos individuos de forma aleatoria con el fin de conocer con quienes competirán de acuerdo al fitness otorgado.

21.626 21.972 Torneo de Fitness Ajustado.

Posteriormente, se establece un vector aleatorio (**Selección**) el cual será comparado con la **Probabilidad de Selección**.

Por lo tanto, para establecer si un individuo se selecciona debe cumplir alguna de las dos condiciones.

- Condición 1. Si la Selección es mayor a la Probabilidad de Selección entonces se selecciona al individuo con mejor Fitness.

$$0.29979 > 0.5$$

Hay que recordar que no se debe eliminar por completo las opciones de reproducción de los individuos menos aptos ya que en pocas generaciones la población tendría a ser homogénea, bajo este criterio la siguiente condición debe ser aceptada.

- Condición 2. Si la Selección es menor a la Probabilidad de Selección entonces se selecciona al individuo con peor Fitness.

$$0.29979 < 0.5$$



CAPITULO IV RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Debido a que la condición 2 se cumplió, implica que se seleccione al individuo con peor fitness de los dos fitness seleccionados por torneo. La idea principal de este método consiste en escoger a los individuos en base a comparaciones directas entre sus Fitness, tal como se muestra en la Tabla 4-25.

POBLACIÓN PROBABILÍSTICA SELECCIONADA						
Individuo	Torneo de Individuos	Torneo de Fitness Puro	Selección	Probabilidad de Selección	Fitness Seleccionado	
1	3 6	21.626 21.972	0.29979	0.5	21.972	
2	3 1	21.626 21.176	0.66349	0.5	21.176	
3	11 5	23.24 21.797	0.18505	0.5	23.24	
4	6 12	21.972 23.391	0.47482	0.5	23.391	
5	14 11	27.41 23.24	0.028533	0.5	27.41	
6	1 14	21.176 27.41	0.59459	0.5	21.176	
7	10 8	22.774 22.163	0.32373	0.5	22.774	
8	10 12	22.774 23.391	0.43903	0.5	23.391	
9	2 6	21.352 21.972	0.88264	0.5	21.352	
10	8 3	22.163 21.626	0.72793	0.5	21.626	
11	9 4	22.599 21.632	0.99204	0.5	21.632	
12	3 12	21.626 23.391	0.65279	0.5	21.626	
13	3 2	21.626 21.352	0.52625	0.5	21.352	
14	15 7	27.472 22.148	0.63448	0.5	22.148	
15	8 10	22.163 22.774	0.28608	0.5	22.774	

Tabla 4-25. Población Probabilística Seleccionada.

Un factor a considerar es cuando el tamaño del torneo es reducido, la precisión de selección disminuye y los peores individuos tienen más oportunidad de ser candidatos a generaciones posteriores.



4.6.7 CRUCE EN UN PUNTO.

Una de las técnicas de Cruce más sencillas es el Cruce en un Punto, donde se seleccionan aleatoriamente dos individuos para el apareamiento, a continuación algunos alelos elegidos al azar se intercambian entre dos cadenas en base a un punto de cruce establecido aleatoriamente.

Bajo esta lógica, primero se establece un vector aleatorio (**Cruce**) el cual será comparado con la **Probabilidad de Cruce**.

Por lo tanto, para establecer si un individuo intercambia información con otro debe cumplir alguna de las dos condiciones.

- Condición 1. Si el Cruce es mayor que la Probabilidad de Cruce sí existe intercambio de material genético, es decir, “Hay Cruce”.

$$0.92987 > 0.6$$

Por el contrario:

- Condición 2. Si el Cruce es menor que la Probabilidad de Cruce no existe intercambio de material genético, es decir, “No hay Cruce”. Los Individuos pasan intactos para el siguiente operador genético.

$$0.92987 < 0.6$$

Debido a que el vector aleatorio (Cruce) es mayor que la probabilidad de selección si existe intercambio de material genético, en consecuencia, se establece un punto de cruce.

La idea principal del operador Cruce es que se obtenga un mejor individuo que supere a su progenitor.



CAPITULO IV RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En la Tabla 4-26, se puede comprender mejor la mecánica de dichas condiciones, en pocas palabras, se observa que cuando el Cruce es mayor a la Probabilidad de Cruce, se cumple la primera condición donde existe intercambio de material genético, dando como resultado dos nuevos individuos tal como se aprecia con los individuos 1 y 2.

POBLACIÓN CRUZADA EN UN PUNTO.							
Individuo	Población en Binario	Población en Decimal	Cruce	Probabilidad de Cruce	Punto de Cruce	Población Cruzada en Binario	Población Cruzada en Decimal
1	<u>1011001011</u>	715	0.92987	0.6	4	<u>1111001011</u>	971
2	<u>1111001111</u>	975	0	0	0	<u>1011001111</u>	719
3	0110101101	429	0.09291	0.6	3	0110101101	429
4	0110010011	403	0	0	0	0110010011	403
5	0001000011	67	0.0905	0.6	9	0001000011	67
6	1111001111	975	0	0	0	1111001111	975
7	1000000111	519	0.15045	0.6	7	1000000111	519
8	0110010011	403	0	0	0	0110010011	403
9	1110001111	911	0.13804	0.6	6	1110001111	911
10	1100110011	819	0	0	0	1100110011	819
11	1100110001	817	0.40126	0.6	8	1100110001	817
12	1100110011	819	0	0	0	1100110011	819
13	1110001111	911	0.0869	0.6	1	1110001111	911
14	1010011011	667	0	0	0	1010011011	667
15	1000000111	519	0	0	0	1000000111	519

Tabla 4-26. Población Cruzada en un Punto.

Por otra parte, los individuos que cumplen con la segunda condición pasaran intactos para el siguiente operador genético.

Recordemos que el motivo de este operador es que ambas cadenas pueden representar partes exitosas de soluciones que, cuando se combinan, superan a sus padres.



4.6.8 MUTACIÓN.

Aunque en la mayoría de los casos este operador se suele utilizar de manera conjunta con el operador Cruce, para este trabajo el desarrollo de este operador es tratado de forma independiente, por lo que la Mutación se entiende como aquel que provoca que alguno de sus genes varíe de forma aleatoria.

Para llevar a cabo dicha Mutación, primero se selecciona un individuo, luego se establece un vector aleatorio (**Mutación**) el cual será comparado con la **Probabilidad de Mutación**.

Se determinará si existe o no Mutación, de acuerdo a las siguientes condiciones.

- Condición 1. Si la Mutación es mayor a la Probabilidad de Mutación entonces existe Mutación.

$$0.75219 > 0.7$$

Por el contrario:

- Condición 2. Si la Mutación es menor a la Probabilidad de Mutación entonces no existe Mutación.

$$0.75219 < 0.7$$

Debido a que el vector aleatorio (Mutación) es mayor a la Probabilidad de Mutación, a continuación se establece el número del alelo que será mutado, es decir, tomara el valor de 1 si el alelo es un cero y viceversa.

0 → 1 Cero muta a uno

1 → 0 Uno muta a cero



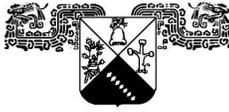
CAPITULO IV RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La Tabla 4-27, muestra una descripción de tres individuos que cumplieron con la condición mencionada anteriormente, por lo tanto, existe mutación en alguno de sus alelos.

POBLACIÓN MUTADA									
Individuo	Población en Binario	Población en Decimal	Mutación	Probabilidad de Mutación	Punto de Mutación	Alelo	Alelo Negado	Población Mutada en Binario	Población Mutada en
1	1111001011	971	0.75219	0.7	10	1	0	1111001010	970
2	1011001111	719	0.43241	0.7	6	0	0	1011001111	719
3	0110101101	429	0.57469	0.7	10	1	1	0110101101	429
4	0110010011	403	0.92359	0.7	2	1	0	0010010011	147
5	0001000011	67	0.87873	0.7	1	0	1	1001000011	579
6	1111001111	975	0.22521	0.7	4	1	1	1111001111	975
7	1000000111	519	0.68016	0.7	1	1	1	1000000111	519
8	0110010011	403	0.99096	0.7	9	1	0	0110010001	401
9	1110001111	911	0.076043	0.7	2	1	1	1110001111	911
10	1100110011	819	0.029747	0.7	8	0	0	1100110011	819
11	1100110001	817	0.52065	0.7	3	0	0	1100110001	817
12	1100110011	819	0.4016	0.7	4	0	0	1100110011	819
13	1110001111	911	0.24138	0.7	9	1	1	1110001111	911
14	1010011011	667	0.3574	0.7	5	0	0	1010011011	667
15	1000000111	519	0.41574	0.7	7	0	0	1000000111	519

Tabla 4-27. Población Mutada.

De esta forma, es como se imita el comportamiento que se da en la naturaleza, ya que cuando se genera una descendencia siempre se produce algún tipo de error.



4.6.9 FUNCIÓN DE EVALUACIÓN PARA LA POBLACIÓN TEMPORAL.

La Población Temporal está formada por la población modificada por los operadores genéticos y la población elitista.

Estos nuevos individuos pasan una vez más por los Operadores Genéticos, dando como resultado, otros individuos con mejor nobleza que la generación anterior, los cuales ahora conforman la nueva Población Temporal.

La Tabla 4-28, muestra tres individuos que han sido agregados como parte de la Población Elitista, aquí, se comprueba que el proceso de búsqueda nunca retrocederá en cuanto a la solución obtenida hasta ese momento.

POBLACIÓN TEMPORAL				
Individuo	Población Temporal en Binario	Población Temporal en Decimal	Función de Evaluación	Fitness Puro
1	1111001111	975	2.1677e+08	21.176
2	1110001111	911	2.1628e+08	21.352
3	1100110011	819	2.1553e+08	21.626
4	1111001111	975	2.1677e+08	21.176
5	1111001010	970	2.1673e+08	21.189
6	1110001111	911	2.1628e+08	21.352
7	1110001111	911	2.1628e+08	21.352
8	1100110011	819	2.1553e+08	21.626
9	1100110011	819	2.1553e+08	21.626
10	1100110001	817	2.1551e+08	21.632
11	1011001111	719	2.1461e+08	21.958
12	1010011011	667	2.1409e+08	22.148
13	1001000011	579	2.1312e+08	22.503
14	1000000111	519	2.1237e+08	22.774
15	1000000111	519	2.1237e+08	22.774

Tabla 4-28. Población Temporal.



CAPITULO IV RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Luego de que los individuos han pasado por todos los Operadores Genéticos estos se ingresan nuevamente como una nueva población estableciendo un ciclo cerrado.

El ciclo “while” solo terminará cuando se halle un individuo que tenga un grado de nobleza lo bastante aceptable, o en su defecto, cuando el número de generaciones establecidas por la Tabla 4-20 se cumpla.

De acuerdo, a lo anterior se sugieren dos condiciones de paro.

La primera condición de paro sugiere que el bucle termine cuando haya llegado al número de Generaciones establecidas como condición de inicio.

La segunda condición de paro y la más adecuada establece que el Fitness Ajustado de cada generación debe ser comparado con un error lo bastante aceptable, es decir.

- Si el Fitness Ajustado de cada Generación resulta ser mayor que el valor de **0.05% de error**, entonces continua el bucle.

Por el contrario.

- Si el Fitness ajustado de cada Generación resulta ser menor que el valor de **0.05% de error**, entonces se rompe el ciclo, dando por hecho que existe un individuo lo bastante aceptable como solución al problema.

Finalmente, el Fenotipo debe aparecer en la columna de Población Temporal en Decimal, siendo este, un valor lo bastante cercano al Esfuerzo Alternante Equivalente, que llevado a la ecuación de Basquin debe proporcionar la misma vida útil que los mostrados por la Tabla 4-18.



CAPITULO IV RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Hasta este punto se ha mencionado un primer bucle, por lo que la Tabla 4-29 muestra un error bastante alto para la Primera Generación.

POBLACIÓN TEMPORAL				
Individuo	Población Temporal en Binario	Población Temporal en Decimal	Función de Evaluación $1e^8$	Fitness Puro
1	'101110110011101110100111001001'	785312201	4.0028	45.5576
2	'101110110011101111100111001001'	785316297	4.0028	45.5576
3	'101110111001111001001010010010'	786928274	4.0033	45.5746
4	'101110111011001000110111000000'	787254720	4.0034	45.5781
5	'101111010100110110100111001111'	793995727	4.0053	45.6487
6	'101111110000010101001111101110'	801199086	4.0074	45.7236
7	'101111110000010110101010010000'	801204880	4.0074	45.7237
8	'101111110000010110101011001100'	801204940	4.0074	45.7237
9	'101111110000010110101011001100'	801204940	4.0074	45.7237
10	'101111110000010111000001101101'	801206381	4.0074	45.7237
11	'101111111101100000010100000001'	804652289	4.0084	45.7593
12	'1011111111011000000101001011000'	804653656	4.0084	45.7593
13	'110000011100000100001011100010'	812663522	4.0106	45.8416
14	'110001011110011011001100010110'	830059286	4.0155	46.0177
15	'110001011110011011001100010110'	830059286	4.0155	46.0177

Tabla 4-29. Población Temporal Primer Generación.



CAPITULO IV RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Posteriormente, la Tabla 4-30 muestra los resultados del error para la Segunda Generación, además se aprecia que el error comienza a disminuir en comparación con la Primer Generación.

POBLACIÓN TEMPORAL				
Individuo	Población Temporal en Binario	Población Temporal en Decimal	Función de Evaluación $1e^8$	Fitness Puro
1	'100000010110110110011001111'	542862543	3.9200	42.5470
2	'100000011110110110100111001100'	544958924	3.9209	42.5780
3	'100000011110110110100111001101'	544958925	3.9209	42.5780
4	'100000101100101010100100011010'	548579610	3.9224	42.6312
5	'100000101100101010110001100011'	548580451	3.9224	42.6312
6	'100000101100101010111100000100'	548581124	3.9224	42.6312
7	'100000110000110000110001010111'	549653591	3.9228	42.6469
8	'100000110011011000001100001111'	550339343	3.9231	42.6569
9	'100000110011011000110101101111'	550341999	3.9231	42.6569
10	'100000110011011000110110111010'	550342074	3.9231	42.6569
11	'100000111010100001101000001111'	552213007	3.9238	42.6842
12	'100001001010110111111100011000'	556498712	3.9255	42.7464
13	'100001001110110111001100001011'	557544203	3.9259	42.7615
14	'100001001111110001010011010111'	557782231	3.9260	42.7649
15	'100001001111110111001100001011'	557806347	3.9260	42.7652

Tabla 4-30. Población Temporal Segunda Generación.



CAPITULO IV RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Para la Tercer Generación los resultados del Fitness Ajustado mostrados por la Tabla 4-31, continúan disminuyendo en relación a la segunda generación.

Además se comienza apreciar individuos gemelos.

POBLACIÓN TEMPORAL				
Individuo	Población Temporal en Binario	Población Temporal en Decimal	Función de Evaluación $1e^8$	Fitness Puro
1	'010110001010000000100111000000'	371722688	3.8378	39.5559
2	'010110001010000000100111100000'	371722720	3.8378	39.5559
3	'010110001111010110111000001000'	373124616	3.8386	39.5851
4	'010110001111010110111000001000'	373124616	3.8386	39.5851
5	'010110010110011100110110000001'	374984065	3.8397	39.6238
6	'010110011101001100100100100000'	376752416	3.8407	39.6604
7	'010110011101001100100100100000'	376752416	3.8407	39.6604
8	'010110011101001100100101100000'	376752480	3.8407	39.6604
9	'010110110101101000001010100001'	383156897	3.8443	39.7916
10	'010110110101111000001010100001'	383222433	3.8443	39.7930
11	'010110110110011110110110101001'	383380905	3.8444	39.7962
12	'010110111011111011111110111110'	384810942	3.8452	39.8252
13	'010110111111010011010000110000'	385692720	3.8457	39.8430
14	'010110111111010011011000100010'	385693218	3.8457	39.8431
15	'010111010110011101111100100010'	391765794	3.8490	39.9649

Tabla 4-31. Población Temporal Tercer Generación.



CAPITULO IV RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Luego de una Cuarta Generación la Tabla 4-32 muestra un Fitness que continúa disminuyendo, cada vez que los individuos de la población temporal pasa por los Operadores Genéticos.

POBLACIÓN TEMPORAL				
Individuo	Población Temporal en Binario	Población Temporal en Decimal	Función de Evaluación $1e^8$	Fitness Puro
1	'0010101110100101110101011100011'	181594851	3.6893	34.1547
2	'0010101110100101110101011100011'	181594851	3.6893	34.1547
3	'001010110111000011111111100010'	182206434	3.6899	34.1793
4	'001010111010011001001100010011'	183079699	3.6909	34.2143
5	'001010111011010011010101111101'	183317885	3.6912	34.2238
6	'00101011101101011010111110011'	183331827	3.6912	34.2244
7	'00101011101101011010111110011'	183331827	3.6912	34.2244
8	'001010111100111001100011001010'	183736522	3.6916	34.2405
9	'001010111110101110101001001011'	184216139	3.6921	34.2596
10	'001010111110101110101001001011'	184216139	3.6921	34.2596
11	'001010111111010110101001000011'	184379971	3.6923	34.2661
12	'001011001110101111000001101111'	188412015	3.6967	34.4246
13	'001011001110101111000001110111'	188412023	3.6967	34.4246
14	'001011101011101001111001000111'	195993159	3.7046	34.7145
15	'001011110101100011111111100010'	198590434	3.7073	34.8114

Tabla 4-32. Población Temporal Cuarta Generación.



CAPITULO IV RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Luego de Siete Generaciones la Tabla 4-33 muestra una Población Elitista que ha comenzado a repetirse, este efecto, se aprecia en la Población Temporal en Binario, Decimal e incluso en el Fitness Ajustado, de esta forma se garantiza que el proceso de búsqueda no retrocederá.

POBLACIÓN TEMPORAL				
Individuo	Población Temporal en Binario	Población Temporal en Decimal	Función de Evaluación $1e^8$	Fitness Puro
1	'000010010001100010011110100101'	38152101	3.3955	23.4714
2	'000010010001100010011110100101'	38152101	3.3955	23.4714
3	'000010010110011111110110101001'	39452073	3.4014	23.6862
4	'000010011111110001001001000100'	41882180	3.4120	24.0710
5	'000010100110001110111001001111'	43576911	3.4190	24.3274
6	'000010110011001110100110011001'	46983577	3.4325	24.8164
7	'000011010110011101111100100000'	56221472	3.4649	25.9953
8	'000011110110111100011001001010'	64734794	3.4907	26.9340
9	'000011111111011100100001111100'	66963580	3.4969	27.1611
10	'000100011011010010000111101000'	74260968	3.5161	27.8589
11	'000100011111011010101100101001'	75344681	3.5188	27.9571
12	'000100100110101001001001100100'	77238884	3.5235	28.1258
13	'000100101101111001001000100010'	79139362	3.5280	28.2912
14	'000100110011101110100111001001'	80669129	3.5316	28.4218
15	'000100110110101000101000111001'	81431097	3.5334	28.4859

Tabla 4-33. Población Temporal Séptima Generación.



CAPITULO IV RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En definitiva, luego de Diez Generaciones el Fitness Ajustado comienza a converger a un valor cercano a cero. La Tabla 4-34 muestra aquellos individuos que comienzan a tener un error muy parecido, es así, que cuando más se acerca es el Fitness de un individuo a cero mayor es su bondad.

POBLACIÓN TEMPORAL				
Individuo	Población Temporal en Binario	Población Temporal en Decimal	Función de Evaluación $1e^8$	Fitness Puro
1	'000000000110000100001000101100'	1589804	2.9052	5.6424
2	'000000000110000100001000101100'	1589804	2.9052	5.6424
3	'000000000110000100010001101100'	1590380	2.9052	5.6442
4	'000000000110000100011000101100'	1590828	2.9053	5.6456
5	'000000000110000110001001001111'	1598031	2.9059	5.6676
6	'00000000011110010000010010000'	2039952	2.9390	6.8735
7	'00000000011110010000010010000'	2039952	2.9390	6.8735
8	'000000001001000111010101110011'	2389363	2.9609	7.6678
9	'000000001010111011010011110111'	2864375	2.9863	8.5921
10	'000000001011100010000011011101'	3023069	2.9939	8.8697
11	'000000001011110000110001101000'	3083368	2.9967	8.9717
12	'000000001110111110000001100011'	3924067	3.0313	10.2309
13	'00000000111101110111100011000'	4124440	3.0386	10.4942
14	'00000000111111101100000100000'	4184096	3.0407	10.5703
15	'000000100011001100100001101001'	9226345	3.1600	14.9098

Tabla 4-34. Población Temporal Decima Generación.



CAPITULO IV RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Finalmente, luego de 15 Generaciones, la Tabla 4-35 muestra un Fitness que comienza a converger a un determinado valor, cabe mencionar que este valor permanecerá hasta que un nuevo valor con mejor nobleza aparezca.

POBLACIÓN TEMPORAL				
Individuo	Población Temporal en Binario	Población Temporal en Decimal	Función de Evaluación $1e^8$	Fitness Puro
1	'000000111010000000011011'	472910	2.7504	0.01445
2	'0000001110100000011110111'	475383	2.7510	0.0370
3	'0000001110100000011110111'	475383	2.7510	0.0370
4	'0000001110100000011111000'	475384	2.7510	0.0370
5	'00000011101011010101010100'	481972	2.7527	0.0978
6	'0000001111100000011110111'	508151	2.7591	0.3317
7	'0000001100111010101010100'	423276	2.7370	0.4723
8	'0000001100000101110000100'	396164	2.7291	0.7604
9	'0000010100101100010100000'	678048	2.7947	1.6264
10	'0000010101101110011011101'	711901	2.8008	1.8483
11	'0000010101101110011101100'	711916	2.8008	1.8484
12	'0000010101101110011101100'	711916	2.8008	1.8484
13	'0000010101101110011111101'	711933	2.8008	1.8485
14	'0000011000000101010010110'	789142	2.8138	2.3204
15	'0000011000001111101111010'	794490	2.8147	2.3515

Tabla 4-35. Población Temporal Luego de 15 Generación.

Por último, se aprecia como los valores de la **Función de Evaluación** van convergiendo al Esfuerzo de Fluencia S_y , por otro lado, se observa que la **Población Temporal en Decimal** proporciona los ciclos de vida del grupo de álabes N_f .



CAPITULO IV RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Haciendo una comparación como la Tabla 4-36, se observa los resultados de la vida en fatiga obtenido por una simulación ANSYS, un método analítico y por el método de Algoritmos Genéticos.

VIDA EN FATIGA (CICLOS DEVIDA)			
TEORÍAS DE ESFUERZO MEDIO “SODERBERG”.			
SIMULADO ANSYS	CRITERIO DE SODERBERG ANALÍTICO	ALGORITMOS GENÉTICOS NUMÉRICO	CURVA S-N GRÁFICO
4.7315e ⁵	4.7141e ⁵	4.7291e ⁵	4.7040e ⁵

Tabla 4-36. Cuadro Comparativo de Vida en Fatiga.

Un aspecto a considerar, es el hecho de que cualquier método resulta ser efectivo sin importar el tipo de teoría utilizada, ya que, la diferencia solo radica en cuanto a cifras significativas.

Otro aspecto importante que se observa en la Tabla 4-37 es el resultado calculado por Algoritmos Genéticos, demostrando así, que son una buena herramienta en la solución de problemas complejos.

La Tabla 4-37 muestra sus respectivos porcentajes de error.

VIDA EN FATIGA (CICLOS DE VIDA)			
NÚMERO	CRITERIO	CICLOS DE VIDA	PORCENTAJE DE ERROR %
1	Simulado (ANSYS)	4.7315e ⁵	0
2	$\left(\frac{\sigma_a}{S_N^{eq}}\right) + \left(\frac{\sigma_m}{S_y}\right) = \frac{1}{n}$ Ecuación 2-28	4.7141e ⁵	0.36%
3	$S_N^{eq} = 1.62S_u N^{-0.0851}$ Ecuación 2-103	4.70396e ⁵	0.58%
4	$S_a = S_N^{eq} = A(N_f)^b$ Ecuación 2-101	4.7039e ⁵	0.58%
5	Triple Pendiente	4.7040e ⁵	0.581%
6	Algoritmos Genéticos Ecuación 4-5.	4.7291e ⁵	0.0507%

Tabla 4-37. Porcentaje de Error en Base al Resultado Simulado.



CAPITULO IV RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Es claro que, para llegar a una convergencia de error bastante aceptable se ha establecido una **población adecuada** como la mostrada en la Tabla 4-20.

- Número de Generación 20 *Generaciones*.
- Población 4000 *Individuos*.

Características del Fenotipo:

- Población en Binario..... '000000000001110100000000011011'.
- Población en Decimal..... 472910 *ciclos de vida*.
- Función de Evaluación $2.7504e^8$.
- Fitness..... 0.01445%.

La Figura 4-5 muestra a un individuo con un fitness bastante aceptable para la generación 5, por lo tanto, el ciclo se rompe antes cumpliendo la condición de que el Fitness Ajustado es menor al valor establecido **0.05% de error**.

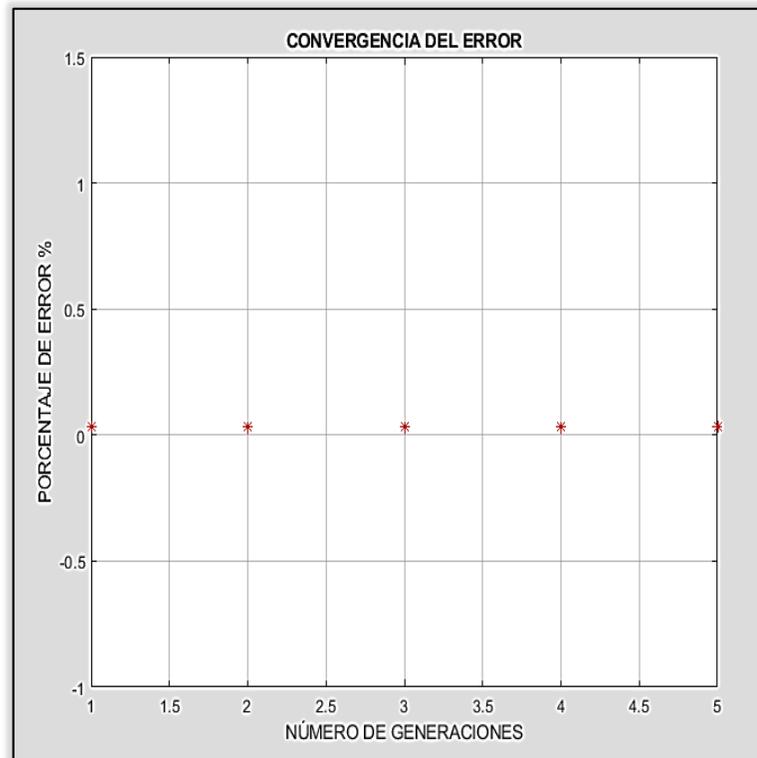


Figura 4-5. Convergencia del Error Población Adecuada.



CAPITULO IV RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Por el contrario, cuando la **población no es la adecuada** el rendimiento del Algoritmo Genético es deficiente tal como se aprecia en la Figura 4-6.

- Número de Generación 15 *Generaciones*.
- Población 1000 *Individuos*.

Características del Fenotipo:

- Población en Binario..... '000000000010010000000011101011'
- Población en Decimal..... 590060 *ciclos de vida*
- Función de Evaluación $2.7775e^8$
- Fitness..... 0.99858%

Por último, se muestra que la condición de paro para este algoritmo fue hasta el número de generaciones establecidas (15 generaciones), esto se debe, a que el Fitness Ajustado resulto ser mayor al valor establecido **0.05% de error**

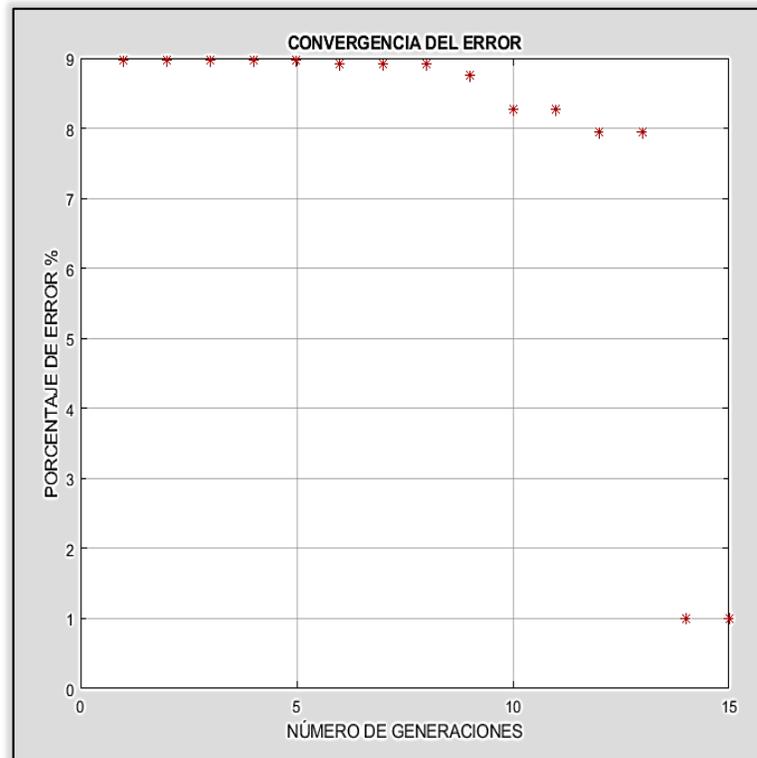


Figura 4-6. Convergencia del Error Población no adecuada.



CAPITULO IV RESULTADOS Y DISCUSIÓN

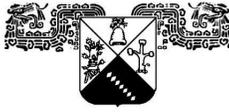
Recordemos que los métodos de Computo Evolutivo son estocásticos, es decir, usan procesos aleatorios para determinar la solución al problema, bajo esta condición, propongo que la mejor solución sea determinada bajo una hipótesis de una distribución logaritmo – normal asumiendo un nivel de confianza igual al 90 % de aceptación para una vida en fatiga promedio.

Recapitulando, la existencia de diferencias significativas responde a la suposición reflejada en la hipótesis, **¿Es posible estimar vida útil con un Modelo de Computo Evolutivo?**, es evidente que estas cifras significativas representadas en la Tabla 4-36 fundamentan los resultados obtenidos.

De esta forma se observa que un Algoritmo Genético puede predecir vida en fatiga, a través de un conjunto de individuos que se adaptan a un ambiente en constante cambio mediante alteraciones de material genético.

Otra de las preguntas planteada en la hipótesis es **¿Qué tan eficiente es predecir vida en fatiga de manera aleatoria?**, por consiguiente, es claro decir, que la eficiencia o el rendimiento de los Algoritmos Genéticos se basan en los parámetros mostrados en la Tabla 4-20, en otras palabras, si se establece un tamaño de población aleatoria demasiado baja el Algoritmo Genético resulta carecer de eficiencia por el hecho de no explorar todas las áreas posibles que se pueden generar como individuos tal como se aprecia en la Figura 4-6.

De acuerdo a lo anterior, también se plantea como hipótesis, **¿Qué características debe poseer la población aleatoria?**, resulta útil mencionar que no existe una versión específica en la que dicha población sean números Binarios, Decimales y Enteros, ya que esto, depende únicamente del problema de optimización a resolver.



Fundamentalmente, una pregunta que se considera importante, **¿Cuál es la Función de Evaluación ideal para evaluar a la Población Aleatoria?**, generalmente se proponen como funciones de evaluación aquellas que no se pueden resolver por métodos analíticos, no obstante, la ecuación 4-5 resulta ser una ecuación no lineal, es decir, complicada desde el punto de vista de optimización. El primer aspecto a considerar es que la función de evaluación proporciona el grado de nobleza de un individuo.

El segundo aspecto a considerar es el hecho de que al tratarse de un diseño, no cumplen dos predicciones importantes.

- La primera predicción de que no se produce Ruptura por Fatiga implica verificar la ecuación 4-2.
- La segunda condición de que no se produzca Fallo por Fatiga implica cumplir la ecuación 4-3.

Por último, **¿En base a qué criterios se seleccionan los mejores individuos?**, como ya se mencionó los individuos se seleccionan de acuerdo al grado de nobleza, es decir, cuanto más cercano este su valor a cero resulta ser mejor candidato a la solución de la ecuación 4-5, sin embargo, debido a que se trata de métodos estocásticos la selección de los individuos se realiza de manera probabilística tal como se muestra en la Tabla 4-24.

La programación se puede observar detalladamente en el **Apéndice M**.



5. CAPÍTULO V CONCLUSIÓN FINAL Y RECOMENDACIONES.

Evaluar la vida de un componente o pieza mecánica en condiciones de servicio es aun imposible sin el uso de experimentos, ya que la mayoría de los componentes se encuentra sometido a cargas combinadas, no obstante, para determinar el Esfuerzo Equivalente se requiere el uso de criterios de fluencia más complejos.

En relación con esta idea, se pretende medir la respuesta del material con ayuda de prototipos y probetas de laboratorio (ensayos), con el objetivo de caracterizar un material a fatiga en condiciones de trabajos reales, finalmente, el esfuerzo dentro de la probeta resulta ser uniaxial y uniformemente distribuido sobre la sección de volumen, de tal manera que, puede ser tomada como referencia y comparada con un criterio de falla a fin de estimar su correspondiente vida en fatiga.

En base a la problemática expuesta anteriormente, la metodología mostrada en este trabajo nos permitimos llegar a la solución sin hacer uso de instrumentos de medición, es claro, que si bien partimos de la suposición de una mejora, esto se aprecia claramente en la Tabla 4-36, donde el porcentaje de error para la vida en fatiga (Ciclos de Vida) es bastante aceptable para el Algoritmo Genético propuesto.

En conclusión, estimar vida en fatiga a través de métodos de Computo Evolutivo tiene una enorme ventaja desde el punto de vista experimental por el hecho de que resulta ser menos extenso y costoso además de no ser rutinario, una recomendación como se afirmó anteriormente, es que la estimación de Vida en Fatiga pueda ser determinada bajo una hipótesis de distribución (Campana de Gauss), asumiendo un nivel de confianza igual al 90 % de aceptación para “n” iteraciones realizadas.



6. REFERENCIAS

1. Alawadhi, E. M. (2010). *Finite Element Simulations Using ANSYS*. London: CRC Press.
2. André Meyers, M., & Kumar Chawla, K. (2009). *Mechanical Behavior of Materials*. Madrid: Cambridge University Press.
3. ASTM. (1972). *American Society for Testing and Materials*. Baltimore: ASTM.
4. Avilés, R. (2005). *Análisis de Fatiga en Máquinas*. España: Paraninfo. S. A.
5. Avilés, R. (2015). *Métodos de Cálculo de Fatiga para Ingeniería*. Madrid, España: Paraninfo.
6. Basquin, O. H. (1910). *The Exponential Law of Endurance Test*. Proceeding ASTM.
7. Bathias, C. (2014). *Fatigue Limit in Metals*. Great Britain: ISTE.
8. Bathias, C., & Pineau, A. (2009). *Fatigue of Materials and Structures Application to Design and Damage*. London: Willey.
9. Bathias, C., & Pineau, A. (2010). *Fatigue of Materials and Structures Fundamentals*. London: ISTE.
10. Bishop, N., & Sherratt, F. (2000). *Finite Element Based Fatigue Calculations*. Farnham, UK: NAFEMS.
11. Boukharouba, T., Elboudjaini, M., & Pluvinage, G. (2009). *Damage and Fracture Mechanics*. Ottawa: Springer.
12. Boyer, H. E. (1986). *Atlas of Fatigue Curves*. ASM International.
13. Bringas, J. E. (2004). *Handbook of Comparative World Steel Standards*. United States of America: ASTM.
14. C. Juvinall, R., & M. Marshek, K. (2017). *Fundamentals of Machine Component Design*. United States: Jhon Wiley and Sons.
15. C. Paris, P., & Bathias, C. (2005). *Gigacycle FATigue in Mechanical Practice*. USA: Marcel Dekker.
16. Callister Jr, W. (2007). *Materials Science and Engineering an Introduction*. United States of America: John Willey y Sons, Inc.
17. Campbell, F. C. (2012). *Fatigue and Fracture Understanding the Basics*. United States of America: ASM International.
18. Castillo, E., & Fernandez Canteli, A. (2009). *A Unifies Statistical Methodology for Modeling Fatigue Damage*. Springer.
19. Coffin, L. F. (1954). *A Study of the Effects of Cyclic Thermal Stresses on a Ductil Metal*. ASTM.



CAPITULO VI REFERENCIAS

20. Cuevas Jiménez, E., Osuna Enciso, J., Oliva Navarro, D., & Díaz Cortés, M. (2016). Optimización con Algoritmos Programados con Matlab. México: Alfaomega.
21. Dan, S. (2013). Evolutionary Optimization algorithm, Biologically inspired and Population-based approaches to Computer Intelligence. Jhon Wiley and Sons, Inc.
22. Dietmar, G., & Thomas, S. (2011). Fracture Mechanics with an Introduction to Micromechanics. London: Springer.
23. Dimitri, K. (1974). Genetic Algorithms and Evolutionary Computation. New York: Springer Science+Business Media. LLC.
24. E. Dowling, N. (2013). Mechanical Behavior of Metals Engineering Methods for Deformation Fracture and Fatigue. England: Pearson.
25. E. Saouma, V. (2000). Fracture Mechanics. Boulder: University of Colorado.
26. Ellyin, F. (1997). Fatigue Damage, Crack Growth and Life Prediction. London: Chapman & Hall.
27. Erik V. Cuevas Jiménez, J. V. (2016). *Optimización Algoritmos programados con Matlab*. México: Alfaomega.
28. Esam M., A. (2010). Finite Element Simulations Using Ansys. New York: CRC Press.
29. Faires, V. M. (1965). *Termodinámica*. México: Hispano America.
30. Farahmand, B. (1997). Fatigue and Fracture Mechanics of High Risk Parts. Huntington Beach CA: Springer.
31. G. Budynas, R., & Keith Nisbett, J. (2008). Diseño en Ingeniería Mecánica de Shigley. México: Mc Graw Hill.
32. Gdoutos, E. E. (1998). *Solid Mechanics and its Applications*. Greece: Springer.
33. Gdoutos, E. E., Rodopoulos, C. A., & Yates, J. R. (2003). Problems of Fracture Mechanics and Fatigue A Solutions Guide. Grecia: Springer.
34. Gestal, M., Rivero, D., Roman Rabuñal, J., Julián, D., & Pazos, A. (2010). Introducción a los Algoritmos Genéticos y a la Programación Genética. A. Coruña: Universidad de Coruña Servicio de Publicacións.
35. Grous, A. (2013). Fracture Mechanics 2 Applied Reliability. Great Britain: Wiley.
36. H. J. , G., & D., H. (1923). The Behaviour of Metals Subjected to Repeated Stress. London: Proceedings of the Royal Society.
37. Haibach, E. (2003). Analytical Strength Assessment. Germany: FKM.
38. Hans, A., & Manuela, S. (2016). Fatigue Crack Growth. Switzerland: Springer.
39. Harvey, P. D. (2011). Engineering Properties of Steel. United States of America: AMERICAN SOCIETY FOR METALS.
40. Hojjat, A., & Kamal C., S. (2006). Cost Optimization of Structures. England: John Wiley and Sons, Ltd.



CAPITULO VI REFERENCIAS

41. Huei-Huang, L. (2012). Finite Element Simulations with ANSYS Workbench 14 Theory, Applications, Case of Studies. Taiwan: Schroff Development Corporation.
42. Ibarra Rodriguez, E. (1999). *Análisis Termodinámico del álabe*. San Nicolas de los Garza: UANL.
43. *Interempresas.net*. (24 de Febrero de 2019). Obtenido de <http://www.interempresas.net/MetalMecanica/Articulos/112442-Integracion-de-procesos-multitarea-para-la-produccion-de-alabes.html>
44. J. J., X., & R. A., S. (2011). Fatigue and Fracture Reliability Engineering. London: Springer.
45. J. Unger, D. (1995). Analytical Fracture Mechanics. United Kingdom: Academic Press, Inc.
46. Julie A. Bannantine, P. D. (1989). Fundamentals of Metal Fatigue Analysis. United States of America: Prentice Hall.
47. K. Bhanu , S., S., S., & Raghunath Wasudev, K. (2018). Proceedings of Fatigue, Durability and Fracture Mechanics. Springer.
48. K., S., & B. F., S. (1992). Random Fatigue. United State of America: Academic Press, Inc.
49. Kalluri, S., & J. Bonacuse, P. (1999). Multiaxial Fatigue and Deformation: Testing and Prediction. Washington: ASTM.
50. Kalluri, S., A. McGaw, M., & Neimitz, A. (2011). Fatigue and Fracture Mechanics: 37th Volume. United State of America: ASTM.
51. Katakam Siva, P., Norman E., D., & R., N. (2013). Mechanical Behavior of Materials - Engineering Methods for Deformation, Fracture, and Fatigue. England: Pearson.
52. Koza, J. (1992). Genetic Programming: On the Programming of Computers by Means of Natural Selection. Cambridge, MA.: The MIT Press.
53. L. Mott, R. (2004). Machine Elements in Mechanical Design. New Jersey: Prentice Hall.
54. L. S., E. (2001). Fatigue and Fracture Mechanics of Offshore Structures. London: Berne Convention.
55. Lalanne, C. (1999). Mechanical Vibratory and Shock - Fatigue Damage. France: Willey.
56. M. Gere, J., & J. Goodno, B. (2009). Mechanics of Materials. United State of America: Cengage.
57. M. Khonsari, M., & Amiri, M. (2013). Introduction to Thermodynamics of Mechanical Fatigue. London: CRC Press.
58. M. Klebanov, B., M. Barlam, D., & E. Nystrom, F. (2008). Machine Elements Life and Design. United Stated of America: CRC Press.



CAPITULO VI REFERENCIAS

59. M. Vavrek, E., Wang, J., & L. Mott, R. (2018). Machine Elements in Mechanical Design. United States of America: Pearson.
60. Mataix, C. (2011). Turbomáquinas Térmicas. Madrid: DOSSAT 200.
61. Milella, P. P. (2013). Fatigue and Corrosion in Metals. Milan: Springer.
62. Morales, E. V. (2011). Alloy Steel - Properties and Use. Croacia: Teodora Smiljanic.
63. N. S. , V., Sidharth, & J. S. , R. (1997). Dynamic Stress Analysis and a Fracture Mechanics Approach to Life Prediction of Turbines Blades. *Elsevier Science*, 523.
64. Nicholas, T. (2006). High Cycle Fatigue. A Mechanics of Materials Perspective. Great Britain: Elsevier.
65. Norton, R. L. (2011). Diseño de Maquinas. México: Prentice Hall.
66. O. Smith, J. (1939). The Effect of Range of Stress on the Torsional Fatigue Strength of Steel. The University of Illinois Urbana.
67. Oliver, K. (2017). Genetic Algorithm Essentials. Switzerland: Springer.
68. P. Beer, F., E. Russell, J., DeWolf, J., & Mazurek, D. (1982). Mecánica de Materiales. Colombia: Mc Graw Hill.
69. P. Bloch, H., & P. Singh, M. (2009). Steam Turbines Design, Applications and Re-rating. New York: Mc Graw Hill.
70. P. G., F. (1970). Fatigue of metals. Oxford: Pergamon Press.
71. Pelleg, J. (2013). Mechanical Properties of Materials. New York: Springer.
72. Perez, N. (2004). Fracture Mechanics. New York: Kluwer Academic Publishers.
73. R. Daniewicz, S., Schwalbe, K.-H., & C. Newman, J. (2005). Fatigue and Fracture Mechanics. United States of America: ASTM.
74. R. Lampman, S. (1996). Fatigue and Fracture. United States of America: ASM International.
75. Ramírez, D. J. (2009). *Experimentación y Simulación de Fracturas en Álabes de la Última Etapa en Turbinas de Vapor*. Cuernavaca.
76. Richard G. Budynas, J. K. (2008). *Diseño en Ingeniería Mecánica*. C.D. de México: Mc Graw Hill.
77. Roesler, J., Harders, H., & Baeker, M. (2007). Mechanical Behaviour of Engineering Materials Metals, Ceramics, Polymers and Composites. New York: Springer.
78. S. J., M. (2002). Fatigue Strength of Weld Structures. England: Abington Publishing.
79. S. S. , M., & G. R., H. (2006). Fatigue and Durability of Structural Materials. United States of America: ASM International.
80. Schijve, J. (2003). Fatigue of Structures and Materials. Springer.
81. Schütz, W. (1996). A History of Fatigue. *Elsevier Science*, 264.



CAPITULO VI REFERENCIAS

82. Silva Ribeiro, A., O. Correia, J. A., P. de Jesus, A. M., & F. O., J. A. (2011). *Evolution of Fatigue History*. Brazil: Proceedings of COBEM.
83. Soboyejo, W. (2002). *Mechanical Properties of Engineered Materials*. United State of America: Marcel Dekker.
84. Stephes, R. I., Fatemi, A., Stephens, R. R., & Fuchs, H. O. (2001). *Metal Fatigue in Engineering*. Canada: John Wiley & sons, Inc.
85. Suresh, S. (1903). *Fatigue of Materials*. London: Philosophical Transactions of the Royal Society.
86. Suresh, S. (1998). *Fatigue of Metals*. United States of America: Cambridge University Press.
87. Susmel, L. (2009). *Multiaxial Notch Fatigue*. Oxford: CRC.
88. T. Becker, W., & J. Shipley, R. (2002). *ASM Handbook Failure Analysis and Prevention*. United States of America: ASM International.
89. T. L., A. (1994). *Fracture Mechanics*. Washington D. C.: CRC Press.
90. Tina, Y., Lawrence, D., Cem, B., & Rajkumar , R. (2008). *Evolutionary Computation in Practice*. Germany: Springer.
91. Tinga, T. (2013). *Principles of Loads and Failure Mechanics*. London: Springer.
92. V. Duggan, T., & Byrne, J. (1977). *Fatigue as a Design Criterion*. London: Mc Millan Press LTD.
93. W. D., B. (1965). *The mechanical Behaviour of Engineering Materials*. London: Pergamon Press.
94. Weibull, W. (1961). *Fatigue Testing and Analysis of Results*. Oxford: Pergamon Press.
95. Xin-Shen, Y. (2006). *Engineering Optimization*. Cambridge University Press.
96. Yung-Li, L., Mark E., B., & Hong-Tae, K. (2012). *Metal Fatigue Analysis Handbook Practical Problem-Solving Techniques for Computer-Aided Engineering*. United States: Elsevier.
97. Zbigniew, M. (1992). *Genetic Algorithms +Data Structures = Evolution Programs*. United States of America: Springer-Verlag.

7. APÉNDICES

APÉNDICE A. ESFUERZOS FLUCTUANTES.

GRÁFICA	TIPO DE ESFUERZO	RELACIÓN DE ESFUERZOS
Tensión Alternada		
	σ_m Tensión σ_{max} Tensión σ_{min} Tensión $\sigma_m > \sigma_a$	$0 < R < 1$
Tensión-Compresión		
	σ_m Tensión σ_{max} Tensión σ_{min} Compresión $0 < \sigma_m < \sigma_a$	$-1 < R < 0$
Compresión-Tensión		
	σ_m Compresión σ_{max} Tensión σ_{min} Compresión $0 > \sigma_m > \sigma_a$	$-\infty < R < -1$
Compresión Alternada		
	σ_m Compresión σ_{max} Compresión σ_{min} Compresión $\sigma_m < \sigma_a$	$1 < R < \infty$

(L. Mott, 2004).

APÉNDICE B. TIPOS DE ESFUERZOS.

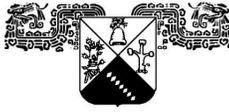
GRÁFICA	TIPO DE ESFUERZO	RELACION DE ESFUERZOS
	Completamente Invertido	$\sigma_m = 0$ $R = -1$
	Asimétrico Invertido Tensión-Compresión	$0 < \sigma_m < \sigma_a$ $-1 < R < 0$
	Tensión Repetida	$R = 0$
	Tensión Alternativa	$\sigma_m > \sigma_a$ $0 < R < 1$

(Bathias & Pineau, 2010).

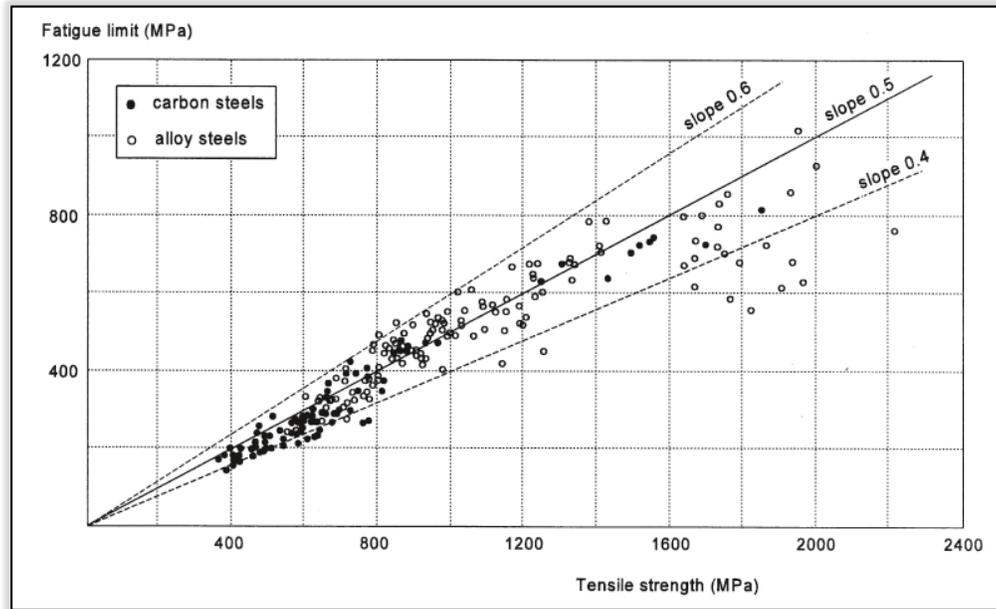
APÉNDICE C. RELACIÓN DE CARGA DE UN ESFUERZO.

RELACIÓN DE CARGA	CASO DE CARGA	DESCRIPCIÓN DE LA CARGA
<p style="text-align: center;">$R = -1$</p>	S_{max} es Positivo S_{min} es Negativo $S_m = 0$ (Completamente Invertido)	Rotación de Eje sin Sobrecarga.
<p style="text-align: center;">$R = 0$</p>	S_{max} es Positivo S_{min} es Cero	Presurización y Despresurización de un Tanque.
<p style="text-align: center;">$0 < R < 1$</p>	S_{max} y S_{min} ambas son Positivas (con S_m Positiva)	Perno Precargado Sometido a Carga Completamente Reservado
<p style="text-align: center;">$R > 1$</p>	S_{max} y S_{min} ambas son Negativas (con S_m Negativas)	Agujero Mandrelizado Sujeto a Carga Fluctuante
<p style="text-align: center;">$R > 1$ y $R = 1$ (R=1 Resulta un caso Especial de R>1)</p>	Carga Estática	Carga Estática
<p style="text-align: center;">$R = \infty$</p>	S_{max} es Igual a Cero S_{min} es Negativo	Agujero Mandrelizado Sujeto a Carga Fluctuante con $S_{max} = 0$

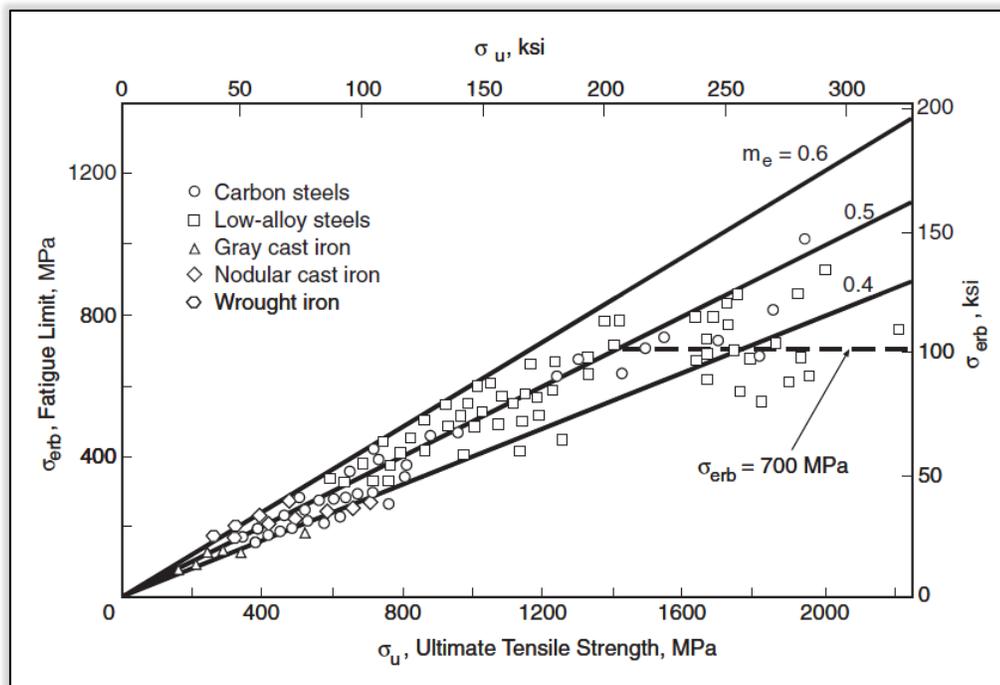
(Farahmand, 1997).



APÉNDICE D. LÍMITE DE FATIGA PARA ACEROS.

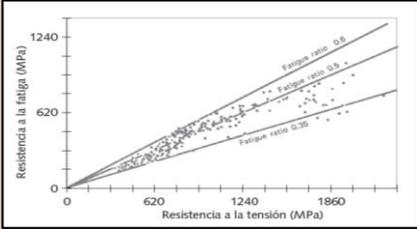
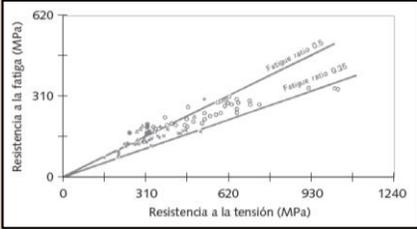
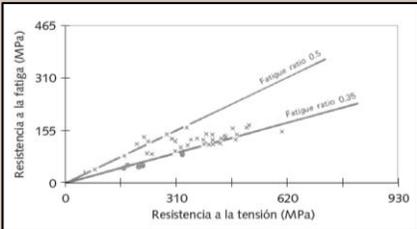
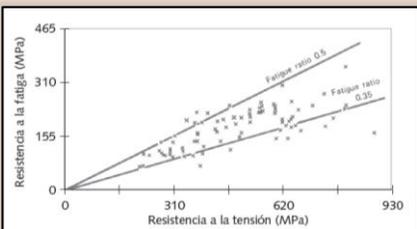


(Schijve, 2003).



(Katakam Siva, Norman E., & R., 2013).

APÉNDICE E. RESISTENCIA A LA FATIGA.

GRÁFICA	RESISTENCIA A LA FATIGA
 <p style="text-align: center;">ACEROS</p>	$S_e = 0.5 S_u$ $S_u < 200 \text{ kpsi (1400 Mpa)}$ <hr/> $S_e = 100 \text{ kpsi (700 Mpa)}$ $S_u 200 \text{ kpsi (1400 Mpa)}$
 <p style="text-align: center;">HIERRO FORJADO Y FUNDIDO</p>	$S_e = 0.4 S_u$ $S_u < 60 \text{ kpsi (400 Mpa)}$ <hr/> $S_e = 24 \text{ kpsi (160 Mpa)}$ $S_u 60 \text{ kpsi (400 Mpa)}$
 <p style="text-align: center;">ALEACIONES DE ALUMINIO</p>	$S_{f@5E8} = 0.4 S_u$ $S_u < 48 \text{ kpsi (330 Mpa)}$ <hr/> $S_{f@5E8} = 19 \text{ kpsi (130 Mpa)}$ $S_u 48 \text{ kpsi (330 Mpa)}$
 <p style="text-align: center;">ALEACIONES DE COBRE</p>	$S_{f@5E8} = 0.4 S_u$ $S_u < 40 \text{ kpsi (280 Mpa)}$ <hr/> $S_{f@5E8} = 14 \text{ kpsi (100 Mpa)}$ $S_u 40 \text{ kpsi (280 Mpa)}$

(P. G., 1970).

APÉNDICE F. PARÁMETROS QUE AFECTAN LA VIDA ÚTIL.

CONDICIÓN DE OPERACIÓN	DESCRIPCIÓN
<p>ALTOS CICLOS BAJOS CICLOS</p>	
<p>ESTADO DE ESFUERZOS</p>	<p>Torsion Axial Bending Multiaxial</p>
<p>AMPLITUD VARIABLE</p>	
<p>CONDICIONES AMBIENTALES</p>	

(M. Khonsari & Amiri, 2013).



APÉNDICE G. RELACIÓN ENTRE LOS LÍMITES DE FATIGA.

MATERIAL	VALORES MEDIOS DE τ_f/S_f
ACERO	0.60
ALEACIONES DE ALUMINIO	0.55
COBRE Y ALEACIONES DE COBRE	0.56
ALEACIONES DE MAGNESIO	0.54
TITANIO	0.48
HIERRO FUNDIDO	0.90
ALEACIONES FUNDIDAS DE ALUMINIO Y MAGNESIO	0.85

(Schijve, 2003).

Aceros	Resistencia Última σ_u (MPa)	Relación σ_f/σ_u		
		Flexión	Tracción	Torsión
Acero Suave (0.15% C)	400	0.55	0.5	0.34
Acero Recocido con Medio C	650	0.47	0.42	0.27
Enfriamiento y Temperatura de Acero Aleado	1000	0.45	0.40	0.26
Acero de Alta Resistencia	1600	0.35	0.32	0.19

(Milella, 2013).

CARGA	RESISTENCIA A LA FATIGA S_f PARA 10^3 CICLOS	LÍMITE DE RESISTENCIA A LA FATIGA S_e PARA 10^6 CICLOS
Flexión	$0.9 S_u$	$0.5 S_u$
Axial	$0.75 S_u$	$0.45 S_u$
Torsión	$0.72 S_u$	$0.29 S_u$

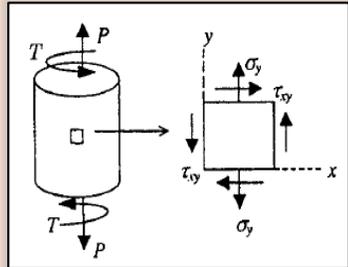
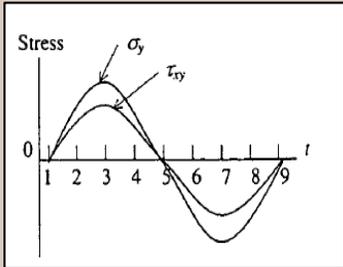
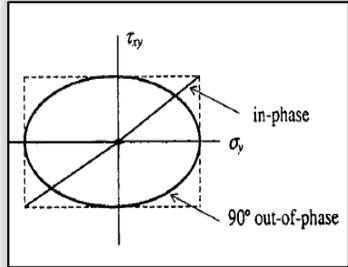
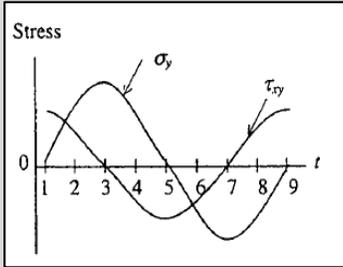
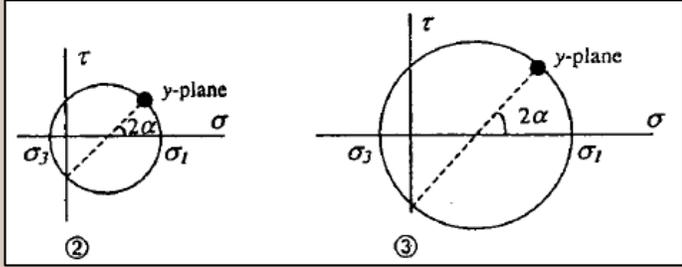
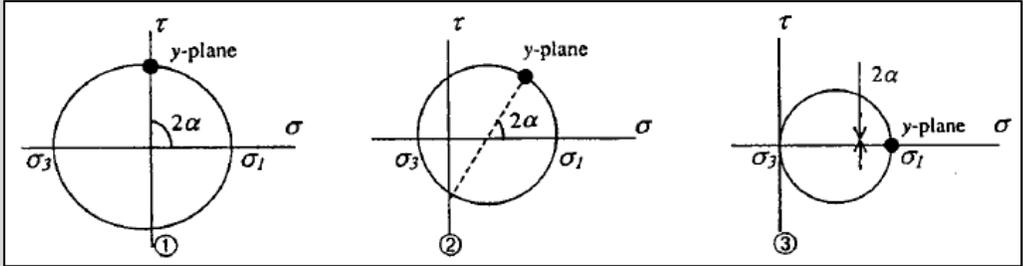
(Norton, 2011).

Otras relaciones bajo varias Cargas (Katakam Siva, Norman E., & R., 2013)

$$S_e(\text{Axial}) = 0.70 S_e(\text{Flexión})$$

$$\tau_e(\text{Torsión}) = 0.577 S_e(\text{Flexión}) = S_e / \sqrt{3}$$

APÉNDICE H. CARGAS PROPORCIONALES Y NO PROPORCIONALES.

DESCRIPCIÓN	
<p>Elementos de Tensión en la carga Torsión – Axial.</p> 	<p>Historial de Tensión Axial y Cortante Aplicadas en Fase.</p> 
<p>Ruta de tensión para carga desfasada y desfasada a 90°.</p> 	<p>Se aplicaron 90° fuera de fase de las tensiones axiales y de corte.</p> 
<p>El Círculo de tensiones de Mohr en los tiempos 2 y 3 en el ciclo para la carga en fase.</p>	
	
<p>El Círculo de tensiones de Mohr en los tiempos 1, 2 y 3 en el ciclo para una carga desfasada de 90°.</p>	
	

(Stephes, Fatemi, Stephens, & Fuchs, 2001).



APÉNDICE I. PROPIEDADES DE UN ACERO AISI 4340.

PROPIEDADES DEL ÁLABE MATERIAL ACERO AISI 4340		
PROPIEDADES CÍCLICAS		
DESCRIPCIÓN	SIMBOLOGÍA	MAGNITUD
Módulo de Elasticidad	E	193 GPa
Resistencia a la Fluencia Cíclica	S_{yc}	758 MPa
Coefficiente de Resistencia Cíclica	K'	1730 MPa
Exponente de Endurecimiento por Deformación Cíclica	n'	0.14
Coefficiente de Resistencia a la Fatiga	σ_f	1655 MPa
Exponente de Resistencia a la Fatiga	b	-0.076
Coefficiente de Ductilidad a la Fatiga	ε_f	0.73
Exponente de Ductilidad a la Fatiga	c	-0.62
CONSTANTES DEL MATERIAL		
Tenacidad a la Fractura	K_{IC}	137.375 MPa \sqrt{m}
	C	6.6×10^{-9}
	m	2.25

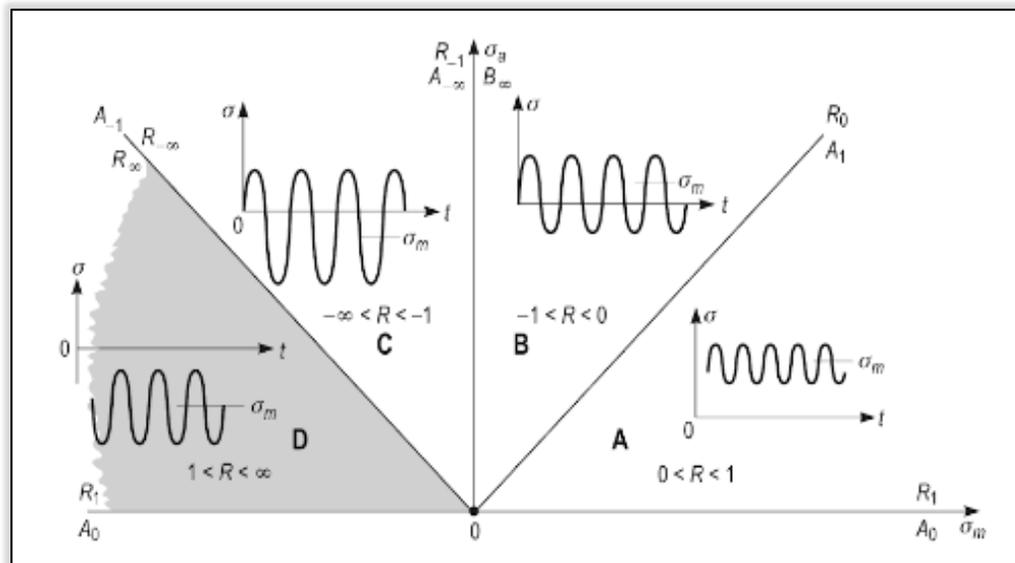


APÉNDICE J. VALORES CONSTANTES DE LA LEY GENERAL.

TEORIA	R1	R2	K1	K2
SODERBERG	1	1	1	R_e/R_m
GOODMAN MODIFICADO	1	1	1	1
GERBER	1	2	1	1
VON MISES- HENCKY	2	2	1	1
J. MARIN	1	ml	1	1
DIETMANN	2	1	1	1
KECCECIOGLU	b*	2	1	1

(Lalanne, 1999).

APÉNDICE K. DIFERENTES TENSIONES PARA EL DIAGRAMA DE HAIGH.



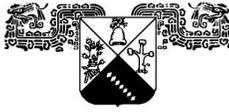
(Avilés R. , 2015)

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_{max} > 0 \\ \sigma_{min} > 0 \\ \sigma_a > 0 \end{array} \right\} A$$

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_{max} > 0 \\ \sigma_{min} > 0 \\ \sigma_a > 0 \end{array} \right\} B$$

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_{max} > 0 \\ \sigma_{min} > 0 \\ \sigma_a > 0 \end{array} \right\} C$$

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_{max} > 0 \\ \sigma_{min} > 0 \\ \sigma_a > 0 \end{array} \right\} D$$



APÉNDICE L. PROGRAMACIÓN PARA EL CIRCULO DE MOHR.

Las siguientes líneas de programación corresponden a la creación del Círculo de Mohr.

```
S1=608.5955e6*.22           %ESFUERZO PRINCIPAL MÁXIMO
S2=-600.1418e6*.22         %ESFUERZO PRINCIPAL MÍNIMO
Seqm=8.4537e6*.22         %ESFUERZO NORMAL EQUIVALENTE
Teqm=604.3539e6*.22       %ESFUERZO CORTANTE EQUIVALENTE
Sf=( (275e6) / (2) )       %RESISTENCIA A LA FLUENCIA

Sx=linspace(S2,S1)
m=length(Sx)

R=604.3686e6*.22          %RADIO DEL CIRCULO DE MOHR
Sprom=4.2268e6*.22       %CENTRO DEL CIRCULO DE MOHR

for i=1:m
    y(i)=sqrt(R^2-(Sx(i)-Sprom)^2)
end

figure(1)
plot(Sx,y)
hold on
plot(Sx,-y)
plot([Sprom,0],[0,R])
plot(0,Sf,'g*')
grid on
axis([-200e6 200e6 -200e6 200e6])
axis 'square'
text(0,Sf,'<-Esf Fluencia')
text(Sprom,0,'+Centro')           %Centro del Circulo
text(S1,0,'+S1')                 %Esfuerzo Máximo
text(S2,0,'+S2')                 %Esfuerzo Mínimo
text(0,R,'+Tmax')                %Cortante Máximo
xlabel('ESFUERZO PRINCIPAL')
ylabel('ESFUERZO CORTANTE')
title('CIRCULO DE MOHR')
```



APÉNDICE M. PROGRAMACIÓN PARA ESTIMAR VIDA POR ALGORITMOS GENÉTICOS.

```
tic
%PROPIEDADES DEL MATERIAL-----
Sy=275e6      %Esfuerzo de Fluencia
Su=480e6      %Esfuerzo Último

%DATOS DE ANSYS-----
S1max=1.2052e9
S1min=7.7844e5
S2max=1.2048e9
S2min=7.7878e5

%CARGAS DE AMPLITUD CICLICA CONSTANTE-----
%Limites---
s1a=(S1max-S1min)/2
s2a=(S2max-S2min)/2
s1m=(S1max+S1min)/2
s2m=(S2max+S2min)/2
sm=sqrt((s1m)^2+(s2m)^2-(s1m)*(s2m))
sa=sqrt((s1a)^2+(s2a)^2-(s1a)*(s2a))

%Resistencias--
fs=Sy/S1max
Redondeo=2
FS=fix(fs*10^Redondeo)/10^Redondeo
S1a=(FS)*s1a
S2a=(FS)*s2a
S1m=(FS)*s1m
S2m=(FS)*s2m
Sm=(FS)*sm
Sa=(FS)*sa

%PROPIEDADES DEL ACERO AISI 410-----
Sf=825e6      %Coeficiente de Resistencia a la Fatiga
Ef=0.5978     %Coeficiente de Ductilidad a la Fatiga
b=-0.0851     %Exponente de Resistencia a la Fatiga
c=-0.62       %Exponente de Ductilidad a la Fatiga
E=200e9       %Modulo de Elasticidad
n=0.1371      %Exponente de Endurecimiento por Deformación Ciclica
K=885.28e6    %Coeficiente de Resistencia Cíclica

%PARAMETROS DEL ALGORITMO GENÉTICO-----
l=35          %Tamaño del Cromosoma
p=4000        %Tamaño de la Población
ProbS=0.5     %Probabilidad de Selección
ProbEl=0.6    %Probabilidad de Elitismo
ProbC=0.6     %Probabilidad de Cruce
ProbM=0.7     %Probabilidad de Mutación
Gen=20        %Número de Generaciones
```



CAPITULO VII APÉNDICES

```
%NÚMERO DE INDIVIDUO-----
Individuo=1:p;
Ind=Individuo';

%GENERACIÓN DE POBLACIÓN ALEATORIA-----
for i=1:p
    for j=1:l
        Pob(i,j)=round(rand());
    end
end
PoblaB=Pob
PoblaD=bin2dec(num2str(PoblaB))
PoblaBT=dec2bin(PoblaD);           %Valor que va a tabla
PoblaDT=bin2dec(num2str(PoblaB)); %Valor que va a tabla
N=PoblaD

k=1
m=1
while k==1 & m<=Gen
%FUNCIÓN DE EVALUACIÓN-----
    for i=1:p
        Fun(i,:)=sqrt((Sm^2)+((Sy./(Sf*(2*N(i,:)).^b)).^2)*(Sa^2)+(Sy./(Sf*(
2*N(i,:)).^b))*2*((S1a)*(S1m)+(S2a)*(S2m))-
((S1m)*(S2a)+(S2m)*(S1a))))
    end
    FunEv=Fun
    FunEvT=Fun           %Valor que va a Tabla

%FITNESS PURO-----
    for i=1:p
        fit(i,:)=abs(((Sy-FunEv(i,:))/Sy))*100
    end
    Fit=fit
    FitT=Fit           %Valor que va a Tabla
    FitO=sort(Fit)

    for i=1:p
        for j=1:p
            if Fit(j,:)==FitO(i,:)
                PobOD(i,:)=N(j,:)
                PobOB(i,:)=PoblaB(j,:)
                FunO(i,:)=FunEv(j,:)
            end
        end
    end
    PoblaOD=PobOD
    PoblaOB=PobOB
    FunEvaO=FunO
    FitnesO=FitO
    PoblaODT=PobOD           %Valor que va a tabla
    PoblaOBT=dec2bin(PoblaOD) %Valor que va a tabla
    FunEvaOT=FunO           %Valor que va a tabla
    FitnesOT=FitO           %Valor que va a tabla
```



CAPITULO VII APÉNDICES

%ELITISMO-----

```
if rem(p,2)==0
    PobEB=PoblaOB(1:2,:)
    PobED=PoblaOD(1:2,:)
    FunEl=FunEvaO(1:2,:)
    FitEl=FitnesO(1:2,:)
else rem(p,2)==1
    PobEB=PoblaOB(1:3,:)
    PobED=PoblaOD(1:3,:)
    FunEl=FunEvaO(1:3,:)
    FitEl=FitnesO(1:3,:)
end
PoblaEliB=PobEB
PoblaEliD=PobED
FuncionEl=FunEl
FitnessEl=FitEl
```

%SELECCIÓN-----

```
ProbSel=ones(p,1)*ProbS;
for i=1:p
    Torneo(i,:)=randperm(p,2)
    Seleccion(i,:)=rand
    if Seleccion(i,:)>ProbSel(i,:)
        TorFit(i,:)=FitnesO(Torneo(i,1)) FitnesO(Torneo(i,2))
        FitS(i,:)=min(TorFit(i,:))
    else Seleccion(i,:)<ProbSel(i,:)
        TorFit(i,:)=FitnesO(Torneo(i,1)) FitnesO(Torneo(i,2))
        FitS(i,:)=max(TorFit(i,:))
    end
end
FitSel=FitS
FitSelT=FitSel

for i=1:p
    for j=1:p
        if FitnesO(j,:)==FitSel(i,:)
            PobSD(i,:)=PoblaOD(j,:)
            PobSB(i,:)=PoblaOB(j,:)
            %IndS(i,:)=Ind(j,:)
        end
    end
end
PoblaSelD=PobSD
PoblaSelB=PobSB
PoblaSelDT=PobSD
PoblaSelBT=dec2bin(PoblaSelD)
```



CAPITULO VII APÉNDICES

%CRUCE EN UN PUNTO-----

```
P=p-1
L=l-1
PtoC=zeros(p,1)
ProbCru=zeros(p,1)
Cruce=zeros(p,1)
for i=1:2:P
    Cruce(i,:)=rand
    PtoC(i,:)=randperm(L,1)
    ProbCru(i,:)=ProbC
    if Cruce(i,:)>ProbCru
        for j=i
PoblaSelB([i,j+1],1:PtoC(i))=PoblaSelB([i+1,j],1:PtoC(i))
            end
        else Cruce(i,:)<ProbCru
            for j=i
                PoblaSelB([i,j],:)=PoblaSelB([i,j],:)
            end
        end
    end
end
PoblaCruB=PoblaSelB
PoblaCruD=bin2dec(num2str(PoblaCruB))
PoblaCruBT=dec2bin(PoblaCruD)           %Valor que va a tabla
PoblaCruDT=PoblaCruD                   %Valor que va a tabla
```

%MUTACIÓN-----

```
ProbMut=ones(p,1)*ProbM
for i=1:p
    Mutacion(i,:)=rand
    PtoM(i,:)=randperm(1,1)
    Alelo(i,:)=PoblaCruB(i,PtoM(i,:))
    if Mutacion(i,:)>ProbMut
        AleloN(i,:)=(1-Alelo(i,:))
        PoblaCruB(i,PtoM(i,:))=AleloN(i,:)
    else Mutacion(i,:)<ProbMut
        AleloN(i,:)=Alelo(i,:)
        PoblaCruB(i,:)=PoblaCruB(i,:)
    end
end
end
PoblaMutB=PoblaCruB
PoblaMutD=bin2dec(num2str(PoblaMutB))
PoblaMutBT=dec2bin(PoblaMutD)
PoblaMutDT=PoblaMutD
```



CAPITULO VII APÉNDICES

%POBLACIÓN TEMPORAL-----

%FUNCIÓN DE EVALUACIÓN-----

```
PobTemB=PoblaMutB
PobTemD=bin2dec(num2str(PobTemB))
N2=PobTemD
```

```
for i=1:p
```

```
Fun2(i,:)=sqrt((Sm^2)+((Sy./(Sf*(2*N2(i,:)).^b)).^2)*(Sa^2)+(Sy./(Sf
*(2*N2(i,:)).^b))*(2*(S1a)*(S1m)+(S2a)*(S2m))-
((S1m)*(S2a)+(S2m)*(S1a))))
```

```
end
```

```
FunEv2=Fun2
```

```
FunEvT2=Fun2 %Valor que va a Tabla
```

%FITNESS PURO-----

```
for i=1:p
```

```
fit2(i,:)=abs((Sy-FunEv2(i,:))/Sy)*100
```

```
end
```

```
Fit2=fit2
```

```
FitT2=Fit2 %Valor que va a Tabla
```

```
FitTemO=sort(Fit2)
```

```
for i=1:p
```

```
for j=1:p
```

```
if Fit2(j,:)==FitTemO(i,:)
```

```
PobTemOD(i,:)=N2(j,:)
```

```
PobTemOB(i,:)=PobTemB(j,:)
```

```
FunTemO(i,:)=FunEv2(j,:)
```

```
end
```

```
end
```

```
end
```

```
PoblaTemOD=PobTemOD
```

```
PoblaTemOB=PobTemOB
```

```
FunEvaTemO=FunTemO
```

```
FitnesTemO=FitTemO
```

```
PoblaTemODT=PobTemOD %Valor que va a tabla
```

```
PoblaTemOBT=dec2bin(PoblaTemOD) %Valor que va a tabla
```

```
FunEvaTemOT=FunTemO %Valor que va a tabla
```

```
FitnesTemOT=FitTemO %Valor que va a tabla
```

%UNIÓN DE LA POBLACIÓN TEMPORAL-----

```
PobGenB=vertcat(PoblaEliB,PoblaTemOB)
```

```
PobGenD=vertcat(PoblaEliD,PoblaTemOD)
```

```
FunGene=vertcat(FuncionEl, FunEvaTemO)
```

```
FitGene=vertcat(FitnessEl, FitnesTemO)
```



CAPITULO VII APÉNDICES

```
PoblaGenB=PobGenB(1:p,:)
PoblaGenD=PobGenD(1:p,:)
FuncioGen=FunGene(1:p,:)
FitnesGen=FitGene(1:p,:)
PoblaGenBT=dec2bin(PoblaGenD) %Valor que va a tabla
PoblaGenDT=PobGenD(1:p,:) %Valor que va a tabla
FuncioGenT=FunGene(1:p,:) %Valor que va a tabla
FitnesGenT=FitGene(1:p,:) %Valor que va a tabla

PoblacionesGen(:,m)=PoblaGenD %Para ver como se van agregando
los individuos en cada

Fitness(:,m)=FitnesGen(1) %Con este comparo el porcentaje
de error

%CONDICIÓN DE PARO-----
if Fitness(m)>0.0001 %9m<=Gen
    m=m+1
    N=PoblaGenD
    PoblaB=PoblaGenB
else Fitness(m)<0.0001 %m>Gen
    k=0
end
end
w=length(Fitness)
x=1:w
y=Fitness

figure(1)
plot(x,y,'r*')
grid on
xlabel('NÚMERO DE GENERACIONES')
ylabel('PORCENTAJE DE ERROR %')
title('CONVERGENCIA DEL ERROR')

TablaPob=table(Ind,PoblaBT,PoblaDT)
TablaFun=table(Ind,PoblaBT,PoblaDT,FunEvT)
TablaFit=table(Ind,PoblaBT,PoblaDT,FunEvT,FitT)
TablaOrd=table(Ind,PoblaOBT,PoblaODT,FunEvaOT,FitnesOT)
TablaSel=table(Ind,PoblaOBT,PoblaODT,FitnesOT,Torneo,TorFit,Seleccio
n,ProbSel,FitSelT,PoblaSelDT,PoblaSelBT)
TablaCru=table(Ind,PoblaSelBT,PoblaSelDT,Cruce,ProbCru,PtoC,PoblaCru
BT,PoblaCruDT)
TablaMut=table(Ind,PoblaCruBT,PoblaCruDT,Mutacion,ProbMut,PtoM,Alelo
,AleloN,PoblaMutBT,PoblaMutDT)
TablaTem=table(Ind,PoblaGenBT,PoblaGenDT,FuncioGenT,FitnesGenT)
toc
```



APÉNDICE N. PROGRAMACIÓN PARA ESTIMAR VIDA EN FATIGA CON EL MODELO DE LA TRIPLE PENDIENTE.

```
%PROPIEDADES ESTÁTICAS Y CÍCLICAS DEL MATERIAL
n=3:.5:6
nn=10.^(n)
SF=825e6           %ESFUERZO DE FRACTURA
SU=480e6           %ESFUERZO ÚLTIMO
SY=275e6           %ESFUERZO DE FLUENCIA
b=-0.0851          %EXPONENTE DE RESISTENCIA A LA FATIGA
%ESTADO UNIAXIAL DE FATIGA
Sa=602.1106e6      %ESFUERZO ALTERNO
Sm=602.8882e6      %ESFUERZO MEDIO
S1max=1.2052e9     %ESFUERZO MAXIMO DE VON MISES (ANSYS)
fs=SY/S1max
Redondeo=2
FS=fix(fs*10^Redondeo)/10^Redondeo
f3=round((SF/SU)*(2e3)^(-0.0851),2) %COEFICIENTE PARA 1e3 CICLOS
DE VIDA
f6=round((SF/SU)*(2e6)^(-0.0851),2) %COEFICIENTE PARA 1e6 CICLOS
DE VIDA

Sf=f3*SU           %RESISTENCIA DE DURABILIDAD A LA FATIGA
Se=f6*SU           %LIMITE DE RESISTENCIA A LA FATIGA
A=((Sf)^2/(Se))    %COEFICIENTE
Sn=(Sa)/((1/FS)-(Sm/SY)) %ESFUERZO ALTERNO
N=(Sn/A)^(1/b)

m=length(nn)
for i=1:m
    y(i)=SF*(2*nn(i))^b
end

x=nn
loglog(x,y)
hold on
loglog(10^1,Sn,'*')
loglog(N,Sn,'*')
loglog(N,200e6,'k*')
loglog([10^1 N],[Sn Sn])
loglog([N N],[200e6 Sn])
axis([10^1 10^7 200e6 450e6])
grid on
xlabel('NÚMERO DE CICLOS N')
ylabel('ESFUERZOS ALTERNOS Sa')
title('CURVA S-N DIAGRAMA DE WÖHLER')
text(nn(1),Sf,'Sf')
text(nn(7),Se,'Se')
text(10^1,Sn,'Sa') %COORDENADA DEL ESFUERZO ALTERNO Sa
text(N,200e6,'N') %COORDENADA PARA EXTRAPOLAR VIDA
```