



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL
ESTADO DE MORELOS



CINCCO
Centro de Investigación en Ciencias Cognitivas

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE
MORELOS

HACIA EL DESARROLLO DE UN MODELO
BAYESIANO DEL ROL DE LAS ETIQUETAS EN
LOS MECANISMOS DE CATEGORIZACIÓN

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:
Maestro en Ciencias Cognitivas, 2016-2018

PRESENTA:

Enrique Farfán Ugalde

DIRECTOR DE TESIS:

Dr. Jorge Hermosillo Valadez

SINODALES:

Dr. Bruno Lara Guzmán

Dr. Alberto Jorge Falcón Alabarrán

Dr. Ulianov Montaña Juárez

Dr. Mathieu Le Corre

25 de mayo de 2018

Índice general

CAPÍTULO

1. Introducción	1
2. Marco teórico	5
2.1. Inferencia y el rol causal	8
2.2. Los mecanismos de la categorización	9
2.2.1. La atención	10
2.2.2. La congruencia de etiquetas	11
3. Modelado del lenguaje & categorización	13
3.1. Modelado y cognición	13
3.2. Modelado bayesiano de la categorización	16
3.2.1. Fundamentos de la inferencia bayesiana	16
3.2.2. Redes Bayesianas	18
3.2.3. Modelos bayesianos de la categorización	21
4. Hacia el desarrollo de un modelo Bayesiano	23
4.1. Caso de estudio: Plunkett et al. 2008	23
4.2. Planteamiento del problema	28
4.2.1. Modelo SOM de Categorización	28
4.2.2. Preguntas de investigación	29
4.3. Definición del Modelo Bayesiano	31
4.4. Resultados preliminares y discusión del modelo	47
5. Conclusiones	53
+	

Índice de figuras

3.1.	Tipos de modelo gráfico	18
3.2.	Inferencia Causal	20
3.3.	Inferencia evidencial	20
3.4.	Inferencia intercausal	20
4.1.	Posibles condiciones de estímulos de familiarización	24
4.2.	Estímulos de evaluación	25
4.3.	Representación vectorial de estímulos modales	34
4.4.	Producto punto F y L	35
4.5.	Propuesta de modelo bayesiano	38
4.6.	Ejemplo reducción de incertidumbre	39
4.7.	Distribuciones de categorización etapa Evaluación	42
4.8.	Red Bayesiana del proceso de categorización en infantes	45
4.10.	Distribuciones de Variable atencional(A)	50
4.11.	Propuesta modelo alternativo	51

Índice de tablas

4.1.	Tiempos de mirada durante familiarización	26
4.2.	Tiempos y porcentajes de mirada durante evaluación	27
4.3.	Datos de entrada variables F y L	33
4.4.	Distribución de probabilidad de variable Congruencia (K)	40
4.5.	Tiempos de mirada familiarización & Cálculado	41
4.6.	Valores TM familiarización y calculado variable A	48
4.7.	Tiempos de mirada y Divergencia Kullback-Leibler	49

Dedicatoria

A ella,

por seguir siendo

por seguir estando

por seguir intentando...

Agradecimientos

Agradesco a la UAEM y al Centro de investigación en Ciencias Cognitivas por brindarme la oportunidad de participar en el programa de maestría, que resultó ser una experiencia enriquecedora y alentadora, enmarcando mis deseos y expectativas futuras. A CONACYT por su apoyo durante los años de duración del programa, y por impulsar el desarrollo de programas de posgrado, en beneficio del desarrollo del conocimiento en el país.

Al Dr. Jorge Hermosillo Valadez, por su paciencia, tiempo y atención para el desarrollo de este proyecto de tesis. Agradezco su profesionalismo y cordialidad en la enseñanza, como persona e investigador. Al Dr. Uliánov Montaña Juárez y Dr. Alberto Jorge Falcón Albarrán por su disposición, interés y apoyo con respecto al proyecto. Por su calidez como personas y maestros. Agradezco a los sinodales por acceder a la lectura del trabajo, por su tiempo y dedicación en su lectura y retroalimentación.

Gracias a mis padres, desde la distancia, por sus actos, palabras y su confianza. A Gabriela Gómez G., Elizabeth Gómez G. y Elizabeth Ugalde por su apoyo incondicional, antes durante y después del programa de maestría. Agradezco a Gabriela Argüello, Michelle D. Ramírez y amistades que me orientaron, leyeron y escucharon para el mejoramiento del trabajo. Gracias por su afecto durante la maestría, por creer en mí y en mi cometido.

RESUMEN

La relación entre lenguaje y categorización ha sido ampliamente debatida en el campo de las ciencias cognitivas, particularmente dentro de los trabajos de investigación en psicología y psicolingüística, con algunas aportaciones en el área de las ciencias computacionales. A pesar de que la mayor parte de la evidencia permite aceptar la idea de que el lenguaje influye en la forma en que categorizamos, hay mucho menos acuerdo sobre los mecanismos que subyacen al proceso y, más específicamente, sobre cómo el lenguaje es aprovechado por estos mecanismos cognitivos. Aunque existe cierto acuerdo sobre el hecho de que la categorización en adultos implica un proceso inferencial, la cuestión de saber si podemos extender esta capacidad inferencial de categorización a los infantes postneonatales ¹ permanece vigente. El presente trabajo sugiere una hipótesis de los mecanismos y la forma en que se articulan, para la formación de categorías visuales durante la infancia, en la presencia de etiquetas lingüísticas. Argumentando en favor de un proceso inferencial de categorización incluso a temprana edad, se propone el desarrollo de un modelo bayesiano como explicación del fenómeno, y su implementación computacional para su validación. El modelo integra la noción de atención y congruencia de etiquetas en un intento de dilucidar sus funcionamiento, retomando el trabajo experimental de categorización desarrollado por Plunkett et al. (2008); estudio experimental relevante por su robustez metodológica. Aunque en el pasado se han presentado diferentes propuestas para modelar estos resultados; como los Mapas Auto organizados (SOMs) implementados por Gliozi et al. (2009), sostenemos que tales modelos no proporcionan un planteamiento explicativo de los mecanismos involucrados que desempeñan un papel clave en el proceso de categorización infantil.

¹O lactantes. Periodo que abarca entre 1 mes y 1 año de edad

ABSTRACT

The relation between language and categorization has been largely debated in the cognitive sciences field, particularly from psychology and linguistic research, with some contributions from computational science. Despite most of the evidence allow us to accept the idea that language influences the way we categorize, there is much less agreement about the mechanisms that underlie the process and more specifically, on how language taps into these cognitive mechanisms. Although there is some agreement about the fact that categorization in adults entails an inferential process, the question on whether we can extend this inferential categorization capability to infants remains. The present work suggests a hypothesis of the mechanisms and the way they are interlinked, for the visual categories formation during infancy, in the presence of linguistic labels. Arguing in favor of an inferential process of categorization even at an early age, a Bayesian model is proposed to explain the phenomenon, and its computational implementation for validation. The model integrates the notion of attention and the labels congruency in an attempt to elucidate their roles, resuming the experimental work of categorization developed by Plunkett et al. (2008); experimental study characterized by its robust methodology. Although different proposals have been presented in the past modeling those outcomes; as the Self-Organized Maps (SOM's) implemented by Gliozzi Gliozzi et al. (2009), we contend that such models do not provide an explanatory approach of the mechanisms that play a key role in the process of infant categorization.

CAPÍTULO 1

Introducción

Por su naturaleza interdisciplinar, las ciencias cognitivas desarrollan numerosos estudios sobre la categorización desde diferentes perspectivas: las discusiones teóricas alrededor de los paradigmas de categorización (Rips, 1989; Laurence, 1999; Komatsu, 1992), las propuestas empíricas de la psicología que buscan comprender los principios del fenómeno, (Rosch and Mervis, 1975), y mas recientemente, las propuestas de modelos formales de categorización por parte de las ciencias computacionales, que buscan reproducir el fenómeno (Gliozzi et al., 2009; Pothos and Wills, 2011; Lupyan, 2012; Westermann and Mareschal, 2013; Oppenheimer et al., 2013).

Hablar de categorización, es hablar de un proceso cognitivo mediante el cual “somos capaces de agrupar los objetos que experimentamos” (Kingo, 2008). El ser humano, recurre a ciertas habilidades que le permiten extraer propiedades y características del medio, dotando de sentido a lo que percibimos. En torno al estudio de la categorización, surgen discusiones que buscan dar explicación al fenómeno. Ejemplo de ello, es la discusión que se plantea en Rakison and Oakes (2003, Cap.5) sobre la manera en que las categorías perceptuales y conceptuales operan, y en como se pueden diferenciar ¹ (ver Mandler, 2000; Mandler and McDonough, 2000; Quinn and Eimas, 2000a; Kingo, 2008).

La investigación desarrollada en el presente trabajo, se enfoca en el estudio del efecto del lenguaje en la formación de categorías en infantes. Para la propuesta planteada, es necesario considerar aquellos estudios que abordan la cuestión sobre las capacidades inferenciales en niños prelingüísticos (Mandler and McDonough, 1996; Steels and Belpaeme, 2005; Saxe et al., 2006; Imura et al., 2015). Se encuentran trabajos que proponen una explicación probabilista en las tareas de categorización en infantes (Téglás et al., 2007; Teglas et al., 2011; Xu, 2012; Denison and Xu, 2012, 2014), que presentan evidencia de respuestas predictivas (inferencias inductivas) por parte de niños prelingüísticos, en las tareas de evaluación, que además resultan

¹Si bien, no se pretende indagar en esta discusión, resulta importante esbozar las posturas existentes alrededor del fenómeno para comprender la problemática.

consistentes con la teoría bayesiana (Gopnik et al., 2004; Denison and Xu, 2012) como explicación a tareas cognitivas (Gopnik and Tenenbaum, 2007; Griffiths et al., 2008a; Lee, 2011).

Diversas propuestas del rol de la presencia de etiquetas lingüísticas en las tareas de categorización han sido desarrollados, con diferentes posturas sobre su impacto y funcionalidad (Plunkett, 2011; Robinson et al., 2012b). Sin embargo, se carece de claridad en la descripción de los mecanismos subyacentes, cuyo estudio se considera fundamental para la comprensión del fenómeno: modelar estos mecanismos significa esclarecer el proceso, y considerar a la categorización como el resultado (efecto) de la interacción de elementos causales. Modelar los mecanismos detrás del proceso de categorización, requiere de identificar los elementos involucrados. En la literatura, es posible identificar la existencia de principios reiterativos durante las tareas experimentales con niños menores al año de edad. Por un lado, la **atención** parece jugar un papel determinante al guiar la capacidad visual y auditiva de los sujetos. A pesar de ello, gran parte de los trabajos experimentales no buscan esclarecer las propiedades o particularidades de un conjunto de estímulos, que podrían generar los cambios atencionales en los infantes. Parte del trabajo consiste en plantear una propuesta para la estimación de los tiempos de mirada de los niños a partir de una secuencia de estímulos, y se propone un modelo del estado atencional de los infantes durante la tarea experimental.

Por otro lado, la evidencia apunta a considerar la manera en que se hacen acompañar estímulos de modalidad visual y auditiva (estímulos lingüísticos), por lo que resulta importante considerar en el modelo su correlación. Finalmente, y bajo los estudios desarrollados sobre el proceso inferencial de categorización en los lactantes, se propone que en una tarea de categorización, los estímulos y la formación de categorías, se encuentran vinculados causalmente por medio de la atención y un proceso de correlación entre estímulos como procesos intermedios, lo que se expresa en una propuesta que expone de manera explícita los mecanismos detrás del fenómeno de categorización en los infantes, bajo la presencia de estímulos lingüísticos.

En el presente trabajo se retoma el caso de estudio experimental desarrollado por Plunkett et al. (2008) sobre el efecto de la presencia de etiquetas lingüísticas en la tarea de categorización en infantes de 10 meses de edad, donde los autores buscan demostrar que el lenguaje juega un “rol causal en la formación de categorías” (Plunkett et al., 2008, p.676). Para validar lo anterior, proponen una serie de experimentos con los que examinan la

capacidad de los infantes de asociar las regularidades de estímulos visuales con el de estímulos lingüísticas. Sin embargo, mas allá de probar la validez del efecto causal de la presencia de etiquetas, no se expone ninguna propuesta del proceso detrás del comportamiento de categorización. Esto permite suponer un vacío explicativo que podría permitir su aparente representación bajo diversas propuestas de modelado, como el desarrollado por GIoZZi et al. (2009) alrededor del caso empírico. A su vez, esta propuesta se considera insuficiente para el esclarecimiento de los mecanismos operantes en el fenómeno, por lo que la pregunta sobre el efecto causal del lenguaje en la categorización permanece vigente.

Con base en estos trabajos, se discute sobre la pertinencia del desarrollo de un modelo explicativo del fenómeno de categorización con la implementación del modelado bayesiano ², bajo el que se plantea una **hipótesis de los mecanismos** involucrados, y del **proceso causal** en la tarea de categorización.

Para la presente propuesta, se describe entonces la metodología bayesiana implementada alrededor del caso de estudio experimental, para lo que se determinan los parámetros a considerar en la estimación de la formación de categorías a partir de la definición de variables tales como: atención (A), congruencia(K), atributos visuales (F) y etiquetas lingüísticas (L). Considerando lo sugerido en Oppenheimer et al. (2013, cap.6, p. 205) sobre un “modelo ideal de categorización”, en el presente trabajo no solo se contempla la forma en que los estímulos visuales y lingüísticos se combinan, sino también la manera en que estas características “interactúan con el contexto” (Oppenheimer et al., 2013, cap.6, p. 205), es decir, dependiendo de la tarea, las características se modificaran, y en consecuencia el resultado de categorización se verá alterado. Finalmente, se analizan y comparan los resultados computacionales con los del trabajo experimental realizado en Plunkett et al. (2008), y se proponen mejoras en el modelo que permitan en un trabajo futuro aproximarse al comportamiento de categorización de los niños de 10 meses de edad.

²El modelado Bayesiano funciona como una herramienta que no busca el reemplazo de metodologías experimentales y teóricas, si no que permite “complementarlas”, con las ventajas que el formalismo matemático del marco probabilista brinda Jacobs and Kruschke (2011)

Marco teórico

¿Cómo influye el lenguaje en la categorización? ¿Cuáles son los mecanismos cognitivos involucrados en el proceso de categorización (sección 2.2)? Estos cuestionamientos se encuentran en el centro de la investigación actual no solo teórica, sino empírica sobre la formación de categorías y el desarrollo de conceptos. A lo largo del presente capítulo se describen brevemente los trabajos que optan por diversas posturas sobre los efectos del lenguaje en el proceso cognitivo de la categorización por parte de los infantes. Con respecto a los mecanismos involucrados, se analizan propuestas empíricas y teóricas, de donde se identifican elementos comúnmente presentes que resultan clave para el planteamiento de una propuesta de la categorización.

Sin la capacidad de categorizar lo que percibimos, el mundo podría parecer un lugar caótico, desorganizado y por lo tanto sin sentido, lo que orillaría a tener que recordar independientemente cada experiencia y objeto a pesar de que entre ellos se compartan similitudes. Ser capaz de agrupar y clasificar entidades diferentes y discriminables reduce la demanda de procesamiento (Rosch and Mervis, 1975), convirtiendo al mundo en un repertorio manejable de entidades. Al lograr englobar diferentes objetos y conceptos, se puede inferir sobre la información perceptual nueva, basados en la experiencia previa con otros miembros de la categoría.

Previo a discutir el efecto del lenguaje, necesitamos identificar que el fenómeno de categorización se puede llevar a cabo a diferentes niveles de procesamiento. La literatura distingue entre una categorización de corte perceptual (bajo nivel), y una categorización de corte conceptual (alto nivel). Bajo estos rubros, Mandler (Rakison and Oakes, 2003, cap.5) describe una serie de características que diferencian a los dos tipos de categorización. El autor realiza una distinción de carácter **operativa** en la que, por un lado, la categorización perceptual trabaja con información referente al “aspecto y/o movimiento de los objetos”; información que resulta inaccesible de manera consciente ¹. Por otro lado, la categorización conceptual

¹Como ejemplo, el autor menciona la tarea de reconocimiento de rostros, para la que no tenemos acceso a la información exacta que nos permite distinguir y categorizar desde temprana edad entre el rostro de un hombre y una mujer.

opera con información referente a “la correspondencia a una clase(s) o tipo (*kind*)”, donde contrastando con la impenetrabilidad de la categorización perceptual, esta se ejecuta en procesos como “el pensamiento consciente, la resolución de problemas”, y el acceso a recuerdos y experiencias. Según el autor, la categorización de tipo perceptual proporciona mayor riqueza informacional que la conceptual, por lo que los bebés no “encuentran problemas para formar categorías perceptuales detalladas, mientras que parecen presentar mayor dificultad en la formación de categorías perceptuales globales” (Rakison and Oakes, 2003, cap.5,p.117).

Finalmente Mandler describe una distinción **funcional** entre ambos procesos de categorización. La categorización perceptual permite la “identificación” (Mandler, 2000) y reconocimiento de objetos para su discernimiento, a partir de la extracción informacional, y como resultado quizá de un proceso atencional, lograr identificar correlaciones (Younger en Rakison and Oakes, 2003, cap.4) entre las características de los objetos. Por su parte, las categorías conceptuales “controlan la inferencia inductiva” (Mandler, 2000) en donde los conceptos fungen como una herramienta implementada tanto por adultos como por infantes para la inferencia de generalidades a partir de información particular. Son los conceptos los que dan “significado” y sentido a los patrones percibidos, operando como una *especie de pegamento mental* (Murphy, 2002) y que nos permiten reaccionar de manera más eficiente y adecuada a la situación planteada por el entorno. Aunque Mandler plantea distinciones entre la categorización perceptual y conceptual, la discusión sobre sus diferencias sigue vigente; distinción que resulta incluso inexistente para algunos autores (Eimas, 1994; Quinn and Eimas, 1997). Tampoco existe un común acuerdo sobre si hablar de categorización perceptual y conceptual es hablar de sistemas diferentes, y de si se tratan de procesos que operan “simultanea” o “paralelamente” Quinn and Eimas (2000b); Rakison and Oakes (2003); Kingo (2008).

En cuanto al lenguaje, en la actualidad se carece de una explicación concluyente sobre su influencia en la cognición. Sin embargo, su estudio no deja indiferente a los especialistas del área, de cuyos trabajos se han originado diversas propuestas e hipótesis. En una de ellas, el lenguaje es considerado como mera herramienta comunicativa, visto como un módulo (Fodor, 1983) “periférico a la mente” imposible de desempeñar un rol cognitivo (mas allá de la comunicación), en su versión mas radical (Gomila, 2011). Por otro lado, el relativismo lingüístico adopta la idea de que el lenguaje es capaz de “moldear nuestros pensamientos” (Whorf et al., 1956), determinando de manera activa la manera en que pensamos, percibimos y

procesamos información. Bajo este segundo esquema podemos considerar al lenguaje como un sistema que logra “penetrar” en procesos como el razonamiento y la percepción² (Lupyan, 2015). Bajo esta visión, el lenguaje, mas que una herramienta comunicativa, es concebido como “ventana” de acceso al entendimiento de la mente humana (Gomila, 2011). Es bajo esta última perspectiva que el trabajo aquí descrito, supone la existencia de mecanismos que vinculan al lenguaje bajo una cadena causal con los procesos mentales tales como la categorización.

El efecto del lenguaje en la categorización resulta entonces ser un tema de gran debate y estudio. En este trabajo se mencionan algunos de los planteamientos sobre su impacto en las tareas de categorización. De acuerdo a Gomila (2011), Whorf concibe al lenguaje como el “repositorio de formas de clasificar y seleccionar aspectos de la experiencia”. Cuando se consigue el dominio de un idioma, se adquiere un sistema categórico que permite dar sentido a las experiencias, es decir, organizarlo, en lugar de solo etiquetarlo léxicamente (Gomila, 2011).

En el modelo aquí propuesto, se considera que los infantes durante una tarea de categorización, recurren tanto a una capacidad perceptual como conceptual. Es decir, para dar sentido a la información sensorial (categorización conceptual), se considera primero necesario el reconocimiento de estímulos (categorización perceptual) (Rakison and Oakes, 2003, cap.5, p.142), con lo que se estaría concibiendo a la categorización como un proceso que involucra ambos sistemas. En cuanto a la discusión del efecto del lenguaje en el proceso de categorización, una propuesta sugiere que las etiquetas intervienen como **moduladoras** de similitud, con un rol que se encuentra “entre los extremos de las etiquetas como características (por un lado) y como nombres (por el otro)” (Althaus and Westermann, 2016, p.15). Bajo esta postura intermedia, podemos ubicar el planteamiento del modelo explicativo aquí desarrollado de los mecanismos de la categorización, en presencia de estímulos lingüísticos en infantes. Además permite unificar las posturas de categorización (perceptual y conceptual), de manera que el fenómeno se puede describir por la interacción entre estos dos niveles de procesamiento. Para tal fin, una **explicación inferencial** proporciona el puente conceptual necesario que vincula conceptos con estímulos. A continuación se describen los trabajos teóricos y empíricos que defienden la idea de concebir la categorización como el resultado de un proceso causal inferencial.

²Un sistema perceptivo es cognitivamente penetrable si se puede alterar con base al conocimiento y las creencias de la persona (Pylyshyn, 1999).

2.1. Inferencia y el rol causal del lenguaje en la categorización

En Pothos and Wills (2011) se define la categorización como un proceso inductivo que consiste en “organizar las experiencias sensoriales en grupos”, refiriéndose con inductivo a la capacidad de procesar dichas experiencias para lograr “extrapolarlas” a nuevas; por consiguiente, se considera a la categorización como un proceso del tipo inferencial. Existe cierto acuerdo en asumir que la categorización en adultos implica un proceso inferencial (Murphy and Medin, 1985; Yamauchi and Markman, 2000; Pothos and Wills, 2011), sin embargo, ¿podemos extender esta capacidad inferencial de categorización a los infantes? Existe evidencia que sugiere la ejecución de capacidades inferenciales en infantes del tipo **causal** para la distinción de cambios en las propiedades físicas de los objetos (Imura et al., 2015), y para concebir el movimiento de un objeto como causa de otro objeto animado (Saxe et al., 2006). Otros casos de estudio atribuyen una capacidad inferencial en infantes para la extensión de propiedades de objetos observados a objetos desconocidos (Mandler and McDonough, 1996, 1998). En el caso particular del trabajo realizado por Welder and Graham (2001), infantes de entre 16 y 21 meses, parecen considerar que objetos con el mismo sustantivo comparten las mismas propiedades no obvias, lo que sugiere que las etiquetas logran guiar sus inferencias sobre las propiedades de los objetos.

Finalmente, se encuentran trabajos que sugieren una capacidad inferencial en infantes del tipo probabilista. Tal es el caso de estudio de Téglás et al. (2011), en donde los autores demuestran la existencia de una relación sistemática entre los tiempos de mirada de los infantes y las “expectativas probabilísticas racionales” en una tarea compleja en bebés de 12 meses de edad. Denison and Xu (2012, 2014) sugieren que infantes incluso menores a las 12 meses pueden realizar “inferencias probabilísticas rudimentarias”, siendo capaces de realizar generalizaciones ya incluso a los 6 meses de edad (Denison and Xu, 2012). Así, el aprendizaje se puede definir como resultado de un proceso de inferencia bayesiana (Xu et al., 2009; Xu, 2012).

La evidencia existente permite entonces considerar el comportamiento de categorización en los infantes, como resultado de un proceso inferencial del tipo probabilístico bayesiano, y es bajo este esquema que se genera la propuesta del trabajo de tesis. Así mismo, la evidencia descrita apunta a que el procesamiento de un estímulo visual se ve afectado con la presencia de un

estímulo auditivo incluso a temprana edad, específicamente en niños dentro del periodo de desarrollo de la lactancia (menores a los 12 meses de edad). El estudio en este periodo de desarrollo resulta significativo para la identificación y entendimiento de los mecanismos que llevan a los sujetos, de la percepción de sonidos con carga lingüística y objetos, a un comportamiento que revela la capacidad de categorizar la información de carácter sensorial. A continuación se describen los mecanismos considerados adecuados para el modelado del fenómeno.

2.2. Los mecanismos de la categorización

A lo largo del desarrollo humano, la demanda por parte del entorno permite ir “habilitando” el desarrollo de ciertas capacidades (motoras y cognitivas). Tras estos requerimientos, existe cierta incertidumbre sobre qué mecanismos de categorización están disponibles al nacer y cuáles de ellos emergen a lo largo del desarrollo (Rakison and Oakes, 2003, p.5). La diversidad de posturas e hipótesis sobre el fenómeno de la categorización y el rol de las etiquetas, es resultado de la falta de claridad con respecto a “la base sobre la cual los infantes categorizan” (Mareschal and French, 2000). Es por ello relevante tratar de clarificar cuales son los componentes y su configuración, que permiten llevar al niño de percibir estímulos a categorizarlos. Identificar los mecanismos de la categorización, implica definir los “procesos mentales” (Siegler, 1989), y explicar su organización mental (Seeley and Sherman, 2017), mismos que le permiten al sujeto el procesamiento de la información, y desarrollo cognitivo.

Para la elaboración de la presente propuesta, se consideran los procesos que parecen estar presentes a lo largo de la literatura sobre categorización en lactantes; ejemplo de ello el trabajo realizado por Younger (Rakison and Oakes, 2003, Cap.4), en donde la atención y la correlación de atributos (visuales) juegan para el autor un papel determinante como procesos que podrían explicar la formación de categorías basadas en la correlación (*correlation-based categories*). El autor adjudica una capacidad “analítica” a los infantes (Rakison and Oakes, 2003, p.78), misma que podría sugerirse al momento de introducir etiquetas en el la tarea de categorización, y que podría explicar el resaltado de características (*features*) comunes entre los estímulos visuales (*commonality highlighting*) (Waxman, 1999; Waxman and Booth, 2003; Plunkett et al., 2008; Althaus and Mareschal, 2014; Althaus and Plunkett, 2016).

La relevancia de definir los mecanismos detrás del proceso de categorización, subyace entonces en que permitiría esclarecer el funcionamiento, y a partir de ello en algún punto, **predecir la respuesta del comportamiento de categorización** de los niños, bajo ciertas características o reglas a determinar en los estímulos de entrada. Para lo anterior, se necesitan identificar los elementos que intervienen y la manera en que estos logran articularse para dar lugar a la conducta de categorización dados ciertos estímulos modales. A continuación se describen los componentes intermedios que se consideran indispensables para el modelado del proceso y las posturas alrededor de ellas en la literatura de categorización en lactantes.

2.2.1. La atención

El proceso atencional interviene de manera fundamental al momento de considerar el procesamiento de información proveniente del entorno, y con el propósito de dar sentido a lo que percibimos. Esta capacidad participa en el procesamiento de información ya sea de manera voluntaria (atención endógena), o como resultado de una respuesta a estímulos generados por el entorno (atención exógena).

Dentro de los estudios sobre el rol de las etiquetas en la categorización, encontramos diversas explicaciones y referencias que involucran a la atención con el proceso de categorización. Balaban and Waxman (1997) mencionan un mejoramiento de la atención (*enhanced attention*) por efecto de la presencia de sintagmas nominales (*noun phrases*) durante las tareas de familiarización. Otros autores se remiten un efecto atencional a las características en común (atención selectiva) de los estímulos en presencia de etiquetas lingüísticas (Waxman and Markow, 1995; Waxman, 1999; Waxman and Booth, 2003; Plunkett et al., 2008; Althaus and Mareschal, 2014; Althaus and Westermann, 2016; Althaus and Plunkett, 2016). Para Kaplan et al. (1995); Ferguson and Waxman (2017) las palabras juegan con la atracción de la atención de los infantes, mientras que otros autores optan por una postura que va más allá de un simple cambio en el estado atencional en los infantes (Plunkett et al., 2008; Plunkett, 2011; Althaus and Mareschal, 2014; Althaus and Westermann, 2016).

Plunkett (2011) propone la hipótesis de la carga perceptual (*perceptual load hypothesis*) como una explicación plausible sobre la discusión del rol de obstrucción/facilitación de las etiquetas en la categorización. Esta hipótesis busca dar sentido a la tarea de categorización multimodal (visual, auditivo) en los infantes postneonatales, en especial los casos en que las etiquetas pa-

recen obstruir la formación de categorías bajo la suposición de que existe un gradiente atencional adecuado para la tarea de categorización, en donde la presencia de las etiquetas aumenta la carga perceptual. Bajo este supuesto, en algunos casos, la presencia de etiquetas resulta favorable para la tarea de categorización (experimento 5 Plunkett et al., 2008), en otros casos resulta innecesario (experimento 1 y 2 Plunkett et al., 2008), y en algunos otros incluso logra impedir su formación (experimento 4 Plunkett et al., 2008).

Por su parte Robinson et al. (2012a), formulan que “los recursos atencionales son finitos, lo que resulta en modalidades que compiten por la atención”. Parece que los estímulos auditivos que son familiares o fáciles de procesar “liberan” los recursos atencionales más rápido, permitiendo que otra modalidad atraiga la atención (ej. atención a la modalidad visual), por lo que el estímulo auditivo no familiar o nuevo podría “desempeñarse como interferencia cross-modal” (Robinson et al., 2012a, p.3) de los estímulos visuales y, en consecuencia, interferencia en el proceso de categorización.

En la literatura se encuentra lo anterior, hace evidente cierto grado de consenso sobre el hecho de considerar el fenómeno atencional, como parte del proceso en el estudio de la categorización en infantes. Con la implementación de nuevos procedimientos y tecnologías de medición, ha sido posible cuantificar los cambios atencionales en niños prelingüísticos, lo que ha brindado la oportunidad de desarrollar metodologías dirigidas al estudio del aprendizaje y uso de conceptos. Para la propuesta desarrollada, se consideran los resultados en tiempos de mirada de infantes, a partir de un caso experimental que propone una serie de experimentos donde se implementa el procedimiento de la preferencia a lo novedoso (*novelty preference procedure*)³.

2.2.2. La congruencia de etiquetas

Parte de la literatura sobre el lenguaje y la formación de categorías considera que la “contingencia”⁴ de etiquetas lingüísticas durante una tarea de categorización influye en el desempeño de los infantes (Roberts, 1995; Plunkett et al., 2008; Sloutsky, 2010; Plunkett, 2010; Robinson et al., 2012a; Althaus and Westermann, 2016). Es decir, que la manera en que se hacen acompañar los estímulos visuales y lingüísticos durante el proceso

³Se rige frente al principio en el que los objetos novedosos atraen más la atención del infante que los objetos familiares.

⁴Refiriéndose a un suceso que podría o no suceder. Bajo el contexto actual, la presencia o no de los estímulos lingüísticos en una tarea de categorización de estímulos visuales

de familiarización, repercute en la formación de categorías. Roberts (1995), demostró que el rol facilitador tanto de etiquetas como sonidos en el aprendizaje, se daba sólo cuando la entrada auditiva era contingente con la mirada de los bebés de 15 meses de edad, lo que sugiere que el acompañamiento, mas que la simple presencia de los estímulos auditivos es lo que impulsa el efecto de facilitación (ver Sloutsky, 2010, p. 4). Por su parte Plunkett et al. (2008); Althaus and Westermann (2016) coinciden al concluir que el comportamiento de categorización de los bebés está supeditado a la cantidad de etiquetas que escuchan. Plunkett afirma que el número de categorías formadas depende del número de etiquetas, y de la secuencia en que estas se presentan, a lo que Athaus & Westermann añaden que los bebés son capaces de “alinear” categorías con etiquetas, lo que invitaría a pensar en un proceso mas allá de la simple asignación; una tarea que podría involucrar lo que Plunkett explica como un “mapeo” de correlaciones entre estímulos auditivos y visuales (Plunkett et al., 2008).

Siguiendo el estudio de Plunkett et al. (2008) para su propuesta de modelo, Gliozzi et al. (2009) proponen que las contingencias podrían explicar “cómo se correlacionan las etiquetas con la membresía de las categorías”. Bajo esta postura, la correspondencia entre los estímulos de modalidad auditiva y visual podría evaluarse como congruente en los casos donde a la presencia regular de un conjunto de estímulos visuales semejantes entre sí, le sea “asignada” la presencia de un mismo estímulo auditivo. En caso que un mismo grupo de estímulos (visualmente indistinguibles entre sí) se acompañe de dos o más estímulos visuales, la asignación podrá ser considerada como incongruente. Para la interpretación formal de la congruencia, los estímulos pueden ser representados como vectores, los cuales pueden o no describir cierta regularidad entre sus propiedades (magnitud y dirección), lo que ejemplifica la manera en que el acompañamiento de estímulos modales puede repercutir en la formación de categorías (ver sección 4.3).

En resumen, el desarrollo de un modelo de un proceso cognitivo como la categorización, compete de manera estrecha a varias disciplinas del estudio de la cognición y el comportamiento, lo que exige realizar un trabajo interdisciplinar que podría ofrecer discusiones y respuestas bajo perspectivas que complementen el conocimiento alrededor del fenómeno del lenguaje y la categorización.

Modelado del lenguaje & categorización

3.1. Modelado y cognición

El modelado computacional de la cognición (o psicología computacional) ha jugado un rol fundamental como uno de los pilares de las ciencias cognitivas desde sus orígenes. Las ciencias computacionales, como constituyentes de la inteligencia artificial (IA), han contribuido en el transcurso de las últimas décadas de manera sustancial en el desarrollo de un estudio más detallado del comportamiento humano, con la finalidad de precisar el funcionamiento de los procesos que conforman la cognición. En la actualidad la IA; junto con la psicología, las neurociencias y la filosofía, brinda herramientas para el análisis de distintos procesos cognitivos (Pfeifer and Bongard, 2006), mediante la simulación y desarrollo de programas y/o agentes físicos. La IA ha recurrido a diversas posturas y paradigmas cognitivos, como el desarrollo de la IA corporizada a mediados de 1980, que pretende dejar a un lado el enfoque del procesamiento simbólico (Newell and Simon, 1976), y la cognición de alto nivel. Así, orienta su estudio a la interacción del cuerpo con el entorno real, en donde “el mundo es su mejor modelo” (ver Brooks, 1991, p.139).

Con ello, comienza un nuevo programa de investigación en el que el agente robótico es empleado como medio y herramienta para el estudio de la cognición, donde este interactúa con un medio ambiente dinámico y cambiante, en el que la locomoción y el comportamiento orientado surgen como tópicos de investigación aún más relevantes que la comprensión de procesos de alto nivel. Bajo esta perspectiva, la cognición deja de ser centralizada y se distribuye a través del organismo, considerando en ello el ambiente de interacción. Surgen entonces propuestas más actuales en torno a la robótica cognitiva del desarrollo (*Cognitive developmental robotics*)¹, co-

¹Área de la robótica orientada a la comprensión de procesos cognitivos con la implementación de agentes artificiales que buscan reproducir la corporalidad (*physical embodiment*) humana, lo que permite el estudio de la “estructuración de la información a través de interacciones con el entorno” (Asada et al., 2009).

mo la Robótica cognitiva mínima (*minimally Cognitive Robotics*) propuesta por Hoffmann (2014), que concilia la teoría de los modelos internos, (*Forward internal Models* Miall and Wolpert, 1996), el esquema corporizado y las contingencias sensoriomotoras (O'Regan and Noë, 2001). Sin embargo, una comprensión exhaustiva de la cognición no debe restar relevancia al estudio de procesos mas abstractos (de alto nivel). En efecto, para el estudio de la cognición (lenguaje, categorización) y su modelado computacional, en el presente trabajo se argumenta en favor de los modelos híbridos o mixtos (Hernández López, 2014).

Sun and Ling (1998) proponen la distinción de modelos cognitivos que se engloban bajo los diversos métodos de modelado; los modelos computacionales de procesos, y los modelos matemáticos. Un modelo matemático buscará develar las “regularidades y estructuras” del comportamiento a partir de mediciones cuantitativas de las respuestas conductuales, y funcionan en la mayoría de los casos como la idea teórica que los modelos computacionales buscan alcanzar. Los modelos computacionales “complementan” los modelos matemáticos, describiendo la manera en la que los elementos que integran algún proceso cognitivo se articulan, ofreciendo una explicación del (los) mecanismo(s) latente(s) del comportamiento. De tal modo que el modelado explora los mecanismos alrededor de la cognición, lo que conlleva al estudio de procesos como: la percepción, atención, emociones, aprendizaje, conceptualización, categorización entre otras.

A continuación se enlistan algunos de los paradigmas actuales de modelado alrededor de la cognición (ver Sun, 2008):

- Modelos conexionistas
- **Modelos Bayesianos**
- Enfoques de sistemas dinámicos
- Modelado Cognitivo Basado en Lógica/Declarativa

Los modelos de la categorización son propuestas teóricas que pueden implementar métodos formales², y que permiten generar “predicciones cuantitativas” del comportamiento de individuos en tareas de categorización (Pothos and Wills, 2011). Para poder ejemplificar el rol del modelado en el proceso de categorización, se describen brevemente diversos enfoques alrededor del fenómeno. En la propuesta desarrollada se retoma la perspectiva probabilista de la categorización (ver sección 2.1), y se opta por el paradigma de modelado bayesiano, para lo que se plantean las ventajas y beneficios

²Que se pueden expresar sin ambigüedades, normalmente en el lenguaje matemático, en términos que operan de manera algorítmica (Wills and Pothos, 2012)

que el enfoque brinda sobre el estudio de la repercusión del lenguaje en la formación de categorías. Debido a que no se tiene registro de alguna propuesta bayesiana sobre el lenguaje y la categorización, se consideran los trabajos realizados bajo otros paradigmas de modelado, como la propuesta conexionista desarrollada por Gliozi et al. (2009), quienes parten del mismo caso experimental que se retoma en el presente trabajo.

Existen modelos que consideran a la categorización como un proceso “unitario” (Nosofsky and Kruschke, 2002), y aquellas que la consideran como resultado de la conjunción de múltiples subprocessos; ejemplo de lo segundo son las propuestas de modelo *COVIS* (Ashby et al., 1998) y *ATRIUM* (Erickson and Kruschke, 1998). Según Pothos and Wills (p.4 2011), dentro del modelado de la categorización supervisada ³, se distinguen propuestas alrededor de la teoría de prototipos y de la teoría de ejemplares, en cuyo planteamiento la comparativa se basa en el grado de similaridad.

En los modelos de categorización por prototipos, el proceso de categorización se vuelve una operación que consiste en comparar el grado de similaridad del nuevo elemento, contra el representativo de cada categoría. Mientras que los modelos de categorización por ejemplares, la decisión es tomada con base a la categoría cuyo mayor número de ejemplares se asemejen con el objeto (Oppenheimer et al., 2013), tal es el caso de la propuesta de modelo GCM (*generalized context model*) desarrollado por Nosofsky (2011). En cuanto al papel que juega el lenguaje, modelos conexionistas han sido propuestos buscando dar explicación del desarrollo temprano del lenguaje (Mayor and Plunkett, 2008), la formación de conceptos (Plunkett et al., 1992), el impacto del lenguaje en la percepción (Lupyan, 2012) y del rol del lenguaje en el proceso de categorización; como el trabajo propuesto en Gliozi et al. (2009) basado en el caso experimental desarrollado en Plunkett et al. (2008) y del que se discutirá en la sección 4.2.

Además de los modelos basados en prototipos y ejemplares, se encuentran los modelos de categorización basados en el razonamiento causal. Estos modelos se basan en “teorías” (*theory-based*) Murphy and Medin (1985) en donde adicional a la similitud de características, el sujeto considera su conocimiento para generar hipótesis sobre “cómo interactúan las características, e implementan el razonamiento causal en los juicios de categorización” (Oppenheimer et al., 2013). Por su parte, Rehder (2003) desarrolla la teoría del modelo causal de la categorización (*causal-model theory*) y prueba

³Los modelos de la categorización supervisada, describen el estudio de casos empíricos de procesamiento de información, con base a un conjunto preformado de categorías.

que las relaciones causales que vinculan las características de la categoría están representadas en términos de “mecanismos causales (...) y probabilísticos”. El autor considera entonces la categorización como resultado de un “juicio probabilístico” de como se explican los objetos observados a través de una estructura causal (Oppenheimer et al., 2013).

Para Pearl,(2000) en Oppenheimer et al. (2013), las teorías causales de la categorización, pueden ser modeladas usando como herramienta las redes bayesianas, lo que lleva al desarrollo de una propuesta del tipo bayesiana. El modelo de la presente propuesta, busca delimitar la complejidad del fenómeno cognitivo de la categorización, y esclarecer los mecanismos detrás del proceso, con el objetivo de lograr **reproducir y/o predecir** el comportamiento de formación de categorías en los infantes. Para comprender su funcionamiento y alcance, a continuación se describe de manera breve la teoría que sustenta su desarrollo formal.

3.2. Modelado bayesiano de la categorización

Modelar la cognición es uno de los problemas más desafiantes en las ciencias cognitivas (McClelland, 2009). Unos de los desafíos estriba en la dificultad para evaluar modelos que buscan explicar los datos empíricos provenientes de la psicología cognitiva y/o las neurociencias. El problema del presente trabajo, estriba en exponer un justificación plausible del papel de la contingencia de etiquetas en la tarea de categorización en infantes, en términos de la interacción de los factores involucrados en el proceso. De lo anterior, el objetivo consiste en definir una propuesta unificadora y explicativa de los fenómenos observados, bajo un marco bayesiano. Aunque existe un modelo que implementa mapas auto organizados (SOMs) (Gliozzi et al., 2009) como un mecanismo plausible biológico para modelar el proceso de mapeo durante las contingencias de etiquetado, dicho modelo no proporciona una explicación clara del papel de los elementos involucrados, si no que propone un procedimiento viable en los infantes para la discriminación de miembros de cada categoría, definidos por un conjunto de características propias de categorías mutuamente excluyentes.

3.2.1. Fundamentos de la inferencia bayesiana

El modelado bayesiano se basa en reglas simples pero poderosas derivadas del cálculo de probabilidades subjetivas (Jaynes, 2003). La esencia del modelado bayesiano está expresada en la famosa regla de inferencia de

Bayes (el teorema de Bayes) (expresión 3.3), que se deriva de la regla del producto. Suponiendo la existencia de dos variables aleatorias (A & B), la regla del producto nos permite expresar su probabilidad conjunta (*joint probability*) como el producto algebraico entre una probabilidad condicional (*conditional probability*) y una probabilidad marginal (*marginal probability*) o a priori. Para el ejemplo de dos variables A y B , y aplicando la reglas, se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$P(AB) = P(A)P(B|A) \quad (3.1)$$

$$= P(B)P(A|B) \quad (3.2)$$

Reorganizando las expresiones 3.1 y 3.2 se obtiene el teorema de Bayes:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)} \quad (3.3)$$

Donde $P(A | B)$ denota la probabilidad a posteriori. Si se asume que el agente emplea probabilidades para representar grados de creencia (H); en el contexto de la Ciencias Cognitivas y el Aprendizaje Automático, la regla de inferencia de Bayes permite afirmar que, la plausibilidad de algunas hipótesis (H_i), dada cierta evidencia empírica (D), es proporcional a la probabilidad de que dicha hipótesis explique los datos observados $P(D | H_i)$:

$$P(H_i|D) \propto P(D|H_i)P(H_i) \quad (3.4)$$

Formalmente H_i y D son variables estocásticas cuyos valores deben extraerse de alguna distribución de probabilidad (generalmente desconocida). Dependiendo del problema, las variables pueden ser discretas o continuas. La variable es discreta si el conjunto de valores posibles que puede tomar es finito, y continua si los valores de la variable están dentro de un intervalo de los números reales (\mathbb{R}).

Las reglas del cálculo bayesiano permiten la propagación de la incertidumbre de un número arbitrario de variables en un tipo de modelos gráficos, llamados **redes bayesianas**. Por lo tanto, el marco del modelado bayesiano, además de proporcionar una interpretación explícita de las variables y procesos en juego, se implementa por su carácter matemático formal para construir una comprensión sistemática de la cognición humana a diferentes niveles de abstracción teórica (Tenenbaum, 1999; Xu and Tenenbaum, 2007; Chater et al., 2010; Lee, 2011).

3.2.2. Modelos gráficos probabilistas- Redes bayesianas

Los modelos gráficos probabilistas son tipos de representaciones que “asocian una distribución de probabilidad con un grafo” ⁴(Griffiths et al., 2008b) y que permiten ejemplificar un fenómeno o un conjunto de ellos (modularidad) bajo un esquema intuitivo. Este tipo de modelos gráficos permiten lidiar con problemas de “incertidumbre y complejidad” (Jordan, 1998; Murphy, 2001a,b) del procesamiento de información que atañe a la cognición por su naturaleza operativa. Los nodos de un modelo gráfico probabilista, representan las variables aleatorias, mientras que las aristas expresan la relación entre las variables, evidenciando las dependencias estadísticas que existen entre ellas y que en su conjunto revelan la estructura de dependencia condicional del fenómeno a modelar. Así mismo, resultan una herramienta interpretativa que representa de manera compacta distribuciones de probabilidad conjuntas, como se ejemplifica más adelante (ver sección 4.3).

Existen dos tipos principales de modelos gráficos: dirigidos, y no dirigidos. En un modelo gráfico dirigido las aristas indican una dirección de dependencia entre variables, mientras que en los modelos no dirigidos, las aristas simplemente indican la dependencia entre variables (Figura 3.1).

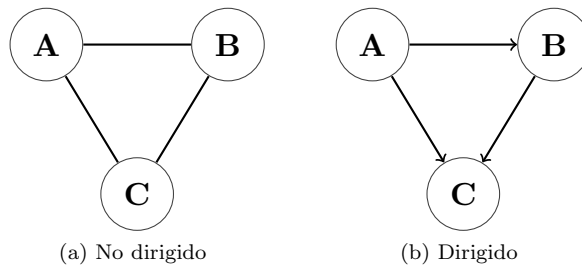


Figura 3.1: Tipos de modelo gráfico

A los modelos gráficos probabilistas dirigidos se les conoce también como **redes bayesianas**. El poder interpretativo de las redes bayesianas radica por un lado, en que pueden representar las relaciones causales entre nodos mediante elementos gráficos (vértices). Por el otro, estas representaciones pueden expresarse además bajo el formalismo matemático a partir de las

⁴Conjunto de objetos que expresan de forma gráfica una relación entre elementos de un conjunto.

probabilidades condicionales y marginales, lo que demuestra el poder explicativo de los modelos bayesianos sobre otros tipos de modelado.

De la figura 3.1b, podemos identificar una relación de dependencia de B y C proveniente del nodo A, siendo este último, representación de una variable causal independiente. De modo que existen nodos que intervienen como antecesores causales (*parent variable*) (ej. nodo B), y nodos que operan como sucesores (*child variable*), ej. A y C. Estas relaciones podemos expresarlas entonces, como probabilidades condicionales en donde la probabilidad conjunta $P(A, B, C)$ expresa las correlaciones del modelo gráfico de manera probabilista. La relación causal entre nodos puede representarse como probabilidades condicionales, de manera que $P(B | A)$ expresa la dependencia causal de A y B, y $P(C | A, B)$ la de C dadas tanto A como B, y en donde A resulta la única variable independiente. Finalmente el gráfico 3.1b puede ser expresado matemáticamente como la probabilidad conjunta:

$$P(A, B, C) = P(A)P(B | A)P(C | A, B)$$

Partiendo de la estructura de la red bayesiana, se pueden generar diversos tipos de razonamiento dependiendo de las incógnitas del modelo; lo que en la literatura se define como variables ocultas (*hidden*) o latentes (*latent*), y de las variables observables. De modo que se pueden generar tres tipos de razonamiento (inferencias): evidencial, causal e intercausal (ver Karkera, 2014). Suponiendo un modelo bayesiano en el que cuatro variables interactúan de tal modo que las variables A y B actúan como variables causales de una variable C, que a su vez interviene como antecesora causal (*parent variable*) de la variable D.

El razonamiento evidencial se lleva a cabo cuando se desea calcular el(los) valor(es) de una de las variables antecesoras (ej. B) que satisface mejor los valores observados de la variable sucesora C (*child variable*) (ver Figura 3.3). La inferencia causal se presenta cuando a partir de los valores de una variable antecesora observada (ej. B), que funge como causa del evento, se estiman los valores de una variable dependiente (ej. C), sucesora de la variable observada (ver Figura 3.2). Finalmente la inferencia interdependiente consiste en un razonamiento entre múltiples variables causales de un mismo efecto, como ejemplo, el cálculo de nuestra variable B (variable oculta) a partir de la variable A (variable observada) (ver Figura 3.4). La inferencia se realiza mediante operaciones como la marginalización. Del ejemplo anterior, para el cálculo de la condicional D dados A y B ($P(D | AB)$), se utiliza la conjunta del modelo (ver Figura 3.2) $P(A)P(B)P(C | AB)P(D | C)$. Suponiendo variables discretas, el cálculo se expresa como:

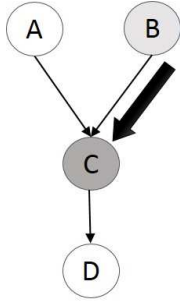


Figura 3.2: Inferencia Causal

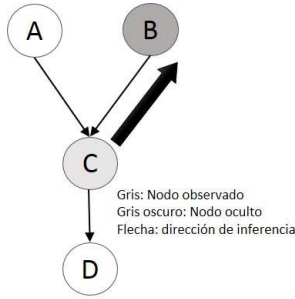


Figura 3.3: Inferencia evidencial

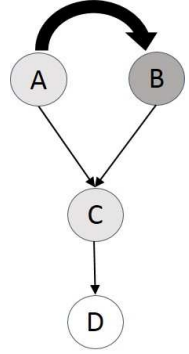


Figura 3.4: Inferencia intercausal

$$P(D|AB) = \frac{P(ABD)}{P(AB)} = \frac{\sum_C P(ABCD)}{\sum_C \sum_D P(ABCD)}$$

Donde el término $\sum_C P(ABCD)$ expresa la marginalización de la distribución conjunta sobre la variable C. Considerando la distribución conjunta del modelo, la condicional se puede expresar de la siguiente manera:

$$P(D|AB) = \frac{\sum_C P(A)P(B)P(C|AB)P(D|C)}{\sum_C \sum_D P(A)P(B)P(C|AB)P(D|C)}$$

En el caso de tratarse de variables continuas, el cálculo de la condicional se puede estimar integrando el rango de valores de la distribución de la variable, lo que se expresa como:

$$f(D|AB) = \frac{\int_C f(ABCD)}{\int_C \int_D f(ABCD)}$$

En donde f no representa una distribución de probabilidad, si no una función de densidad de probabilidad de una variable aleatoria continua. De igual forma, considerando la distribución conjunta, la expresión puede plantearse de la siguiente manera:

$$f(D|AB) = \frac{\int_C f(A)f(B)f(C|AB)f(D|C)}{\int_C \int_D f(A)f(B)f(C|AB)f(D|C)}$$

3.2.3. Modelos bayesianos de la categorización

Un modelo flexible debe permitir extender su alcance fácilmente para representar adecuadamente casos experimentales diversos, y distintos a los considerados al inicio de su desarrollo. El modelado bayesiano permite justamente ampliar una propuesta de modelo hacia niveles de procesamiento diferentes, desde el abstracto (declarativas de alto nivel), como de carácter sensorial (Sato and Aihara, 2011), cortical (Rao, 2005), y según propuestas, hasta en un nivel neuronal (Doya, 2007). Esto podría ser clave para en algún punto aspirar a describir con mayor amplitud un proceso cognitivo. Por parte de los paradigmas de modelado en la cognición, el bayesianismo resulta una postura intermedia que en palabras de Griffiths et al. (2008a):

“Podría disolver la tensión entre modelos que enfatizan las representaciones simbólicas y la inferencia deductiva(...), y los modelos que enfatizan las representaciones continuas y el aprendizaje estadístico, como las redes conexionistas u otros sistemas asociativos”.

Así mismo los modelos bayesianos cuentan con una gran “capacidad representacional” (Griffiths et al., 2008a; Jacobs and Kruschke, 2011), lo que podría incluso permitir la creación de propuestas híbridas con la inclusión de métodos de modelado diversos como los del tipo redes neuronales Lindh-Knuutila et al. (2009), de carácter más simbólico, o incluso de otras redes bayesianas (modelos jerárquicos bayesianos Gyftodimos and Flach, 2002; Lee, 2011). Gran parte de las ventajas del modelado bayesiano estriba en la capacidad de integrar funcionalmente la interacción de procesos; para el trabajo desarrollado, la atención y congruencia de estímulos, que dan lugar a la formación de categorías, bajo un proceso inferencial.

Otra de las ventajas que el modelado bayesiano otorga frente a otros tipos de modelos, reside en su carácter probabilista. Proporcionando el cálculo necesario para representar y manipular información incierta de manera explícita, con el uso del formalismo matemático para la manipulación de “expresiones bien definidas” que hacen del modelo una propuesta “fácil de examinar, evaluar y modificar” (Jacobs and Kruschke, 2011). Así mismo, estos pueden evadir el problema común de “sobreajuste”, (*overfitting*), en el que el modelo puede describir bien los datos existentes (de entrenamiento), mientras que su respuesta con datos nuevos decae (Vanpaemel and Lee, 2012). Las redes bayesianas, Oppenheimer et al. (2013) integran un enfoque basado en características y un enfoque de modelos causales para la categorización, considerando con esto al fenómeno como una forma de inferencia

causal. Bajo la línea del modelado bayesiano probabilístico, se considera a la categorización como:

“Una instancia de un problema inductivo, que requiere que la correspondencia a la categoría se infiera a partir de la información limitada proporcionada por las características de un estímulo (...) por lo tanto es fundamentalmente un problema de *estimación de densidad*”. (Griffiths et al., 2011, p.173-174)

Con respecto al problema de estimación, dos vías de resolución pueden ser desarrolladas. En la vía **paramétrica** se propone definir el tipo de distribución y los parámetros que definen a las variables involucradas en el proceso. Este medio equivale a un enfoque de cálculo como un proceso de comparación de la información nueva contra cada una de las categorías representadas (cada una) por un elemento *prototípico*. (Griffiths et al., 2008c, 2011). Por otro lado en la estimación **no paramétrica** lo que se busca es aproximarse a las distribuciones. Este medio se corresponde con el enfoque de los *modelos ejemplares* de categorización. (Sanborn et al., 2006; Griffiths et al., 2008c, 2011)

Para analizar la capacidad y funcionalidad del modelo propuesto en el presente trabajo, se considera el desarrollo experimental de categorización de Plunkett et al. (2008). Los autores presentan una propuesta empírica que estudia ampliamente el fenómeno, y que destaca por su robustez metodológica, el alcance y el carácter operacional con el que definen los estímulos. El trabajo experimental de los autores busca estudiar el efecto (rol) que tiene la presencia de estímulos lingüísticos en la formación de categorías visuales en los infantes de 10 meses de edad. El modelo propuesto en esta tesis busca apegarse a las características experimentales del caso de estudio, por lo que se trata del planteamiento de un modelo que sigue la vía **paramétrica** de estimación, proponiéndose mecanismos que buscan esclarecer los huecos conceptuales del fenómeno.

Finalmente el modelo se implementa computacionalmente para evaluar el grado de certidumbre con respecto al caso empírico. Importante mencionar que el formalismo bayesiano no se restringe solo a un nivel informático. Podemos encontrar por ejemplo la propuesta de programación de robots bayesianos (BRP) desarrollada por Lebeltel et al. (2004), cuya metodología es la implementada en el modelo del presente trabajo, y que podría ser posteriormente incorporada en un agente robótico que complementa el estudio del fenómeno bajo un esquema corporizado.

Hacia el desarrollo de un modelo Bayesiano

Para justificar la pertinencia del modelado bayesiano en el análisis de estudios empíricos, se propone el desarrollo de una metodología, con la que se estructura un modelo de carácter probabilístico del efecto del lenguaje en la categorización en lactantes alrededor del caso de estudio de Plunkett et al. (2008). La propuesta experimental de los autores, además de caracterizarse por su rigurosidad, destaca por ser operativa, lo que facilita la definición explícita de los elementos que intervienen en la tarea de categorización en los infantes. A continuación se describe el trabajo experimental del caso de estudio.

4.1. Caso de estudio: Plunkett et al. 2008

El estudio del proceso de categorización bajo la presencia de etiquetas, consiste en detectar diferencias en la manera en que los infantes categorizan en ausencia y presencia de estímulos lingüísticos (etiquetas). La aportación metodológica de Plunkett et al. (2008) resulta de suma importancia para la presente propuesta, donde los autores proponen retomar los experimentos realizados por Younger (1985) con infantes de 10 meses de edad, y proponen condiciones experimentales adicionales, añadiendo la presencia de etiquetas lingüísticas que acompañan a los estímulos visuales.

Tanto Younger como Plunkett et al. (2008) implementan una tarea de “preferencia a lo novedoso”¹ para la medición de la formación de categorías. Para cuantificar la preferencia a uno de los dos estímulos, se miden los tiempos de mirada hacia uno y otro, donde un tiempo de mirada similar hacia ambas figuras sería indicativo de la incapacidad por parte del infante de distinguir un estímulo del otro, y en consecuencia, la incapacidad de formar categorías alrededor de los estímulos. Por el contrario, si el infante muestra preferencia (mayor tiempo de visualización) por alguno de los dos estímulos,

¹Este tipo de tarea consiste en que al infante se le presenta un estímulo que resulta semejante (reconocible) al de una etapa previa de familiarización, al mismo tiempo que se le presenta otro estímulo novedoso.

se deduce que el niño ha logrado asimilar al estímulo opuesto como conocido, y por ende, se concluye la formación de una categoría que engloba los estímulos familiares. Los estímulos visuales en el trabajo de Younger y Plunkett et al. (2008) consisten en imágenes compuestas de cuatro características que pueden variar, adquiriendo uno de cinco posibles valores. Así siguiendo la metodología de Younger, Plunkett et al. (2008) asignan a cada una de las cuatro características que componen a la imagen visual un dígito numérico, de tal manera que una imagen podrá ser representado como un vector (arreglo) de cuatro dígitos cuyos valores varían entre 1 y 5. De este modo, las imágenes [1,1,2,2] y [5,5,4,4] representan dos estímulos con características que los hacen discernibles entre sí (ver Figura 4.1). Como estímulos auditivos, los autores incluyen la presencia de posibles etiquetas “Look! Dax” ó “Look! Rif”. A partir de modificaciones en la manera en que estos acompañan los estímulos visuales, Plunkett et al. (2008) proponen cinco experimentos, cada uno consistiendo de dos etapas: familiarización y evaluación.

Experimentos de Plunkett et al. (2008)

Durante la familiarización, a cada infante se le presenta una secuencia de ocho imágenes (no simultaneamente). La variación de las características entre los estímulos puede corresponder a una de dos condiciones posibles. En la condición “amplia” (*broad*), el valor de los atributos (*features*) entre imágenes es muy dispersa, con alta variabilidad de valores (ver Figura 4.1). En la condición “estrecha” (*narrow*) se pueden distinguir dos grupos de imágenes, en donde los elementos de cada grupo guardan cierta semejanza entre sí (ver Figura 4.1).

















Broad Condition	 1155	 1515	 2244	 2424	 4422	 4242	 5511	 5151
Narrow Condition	 1122	 1212	 2211	 2121	 4455	 4545	 5544	 5454

Figura 4.1: Posibles condiciones de estímulos de familiarización

Para ambas condiciones posibles, las imágenes se presentan de manera aleatoria a los infantes. Los estímulos auditivos se presentan junto con las imágenes en esta etapa de los experimentos 3, 4 y 5. La etapa de evaluación comienza una vez finalizada la etapa de familiarización. En ella se presentan dos imágenes a los infantes, una de ellas con características de valor [3333], y otra con valor [1111] ó [5555] (ver Figura 4.2). En esta etapa no se introduce ningún estímulo auditivo.

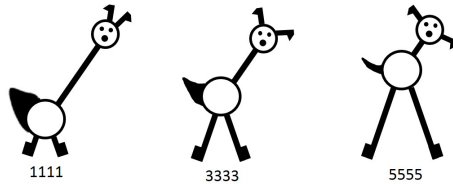


Figura 4.2: Estímulos de evaluación

Los experimentos uno y dos pretenden replicar los realizados por Younger (1985), de tal manera que en ellos no se incluye ningún estímulo auditivo. Para el experimento uno se utiliza la condición amplia de estímulos mostrados de manera aleatoria. En el experimento dos, la secuencia de estímulos cumple con la presencia aleatoria de las imágenes de la condición estrecha. Para los experimentos subsiguientes se implementan los estímulos de la condición estrecha de manera aleatoria durante la etapa de familiarización. El experimento tres se caracteriza por la presencia de las dos etiquetas durante la etapa de familiarización, una etiqueta para cada una de las categorías visuales, donde las cuatro imágenes de cada categoría comparten la misma etiqueta. El experimento cuatro también consiste en la asignación de las dos etiquetas, con la importante diferencia de ser asignadas de manera semialeatoria de tal forma que a cada categoría le corresponden dos veces cada una de las etiquetas. En el experimento cinco, se asigna una sola etiqueta (sea Rif o Dax) a todas las imágenes de la familiarización.

Resultados e interpretación en Plunkett et al. (2008)

Para la etapa de familiarización se midieron los tiempos de mirada (TM) durante los primeros 3 estímulos experimentales (Bloque 1) y los últimos 3 de la prueba (Bloque 2), con el fin de identificar si ocurría habituación de estímulos en los niños. Los resultados de la tabla 4.1 muestran una reducción en los tiempos de mirada entre el bloque 1 y bloque 2 en todos los experimentos, que los autores adjudican a un proceso de habituación de los

estímulos. Importante mencionar que los tiempos de mirada (*Grand Media*) de los infantes se incrementa en aquellos experimentos donde las imágenes se hacen acompañar de los estímulos auditivos (exp.3,4 y 5).

Exp.	N	Bloque 1	Bloque 2	Grand media(SD)
1 (condición amplia)	24	5.810 (1.558)	4.639 (1.297)	5.225 (1.236)
2 (condición estrecha)	24	4.337 (1.788)	3.605 (1.672)	3.971 (1.578)
3 (condición estrecha)	24	7.298 (1.735)	6.450 (2.052)	6.874 (1.691)
4 (condición estrecha)	24	7.438 (1.313)	7.043 (1.365)	7.240 (1.078)
5 (condición estrecha)	24	7.386 (1.228)	6.721 (1.602)	7.054 (1.452)

Tabla 4.1: Tiempos de mirada promedio durante etapa de familiarización

De la tabla 4.2 se observa que para los datos de evaluación, los autores miden los tiempos y porcentajes de mirada alrededor del estímulo promedio [3333], con lo que un porcentaje de mirada del 44.17 % (exp.1) representa la preferencia de los infantes por los estímulos modales [1111] ó [5555], lo que a interpretación de los autores resulta indicador de la formación de **dos categorías** alrededor de estos dos estímulos modales. Por otro lado un porcentaje del 56.14 % (exp.2) indica una preferencia de mirada por el estímulo promedio, lo que representa la formación de **una sola categoría** alrededor de este estímulo. Así, los experimentos uno y dos concuerdan con los resultados obtenidos por Younger (Younger, 1985), de forma que los infantes de 10 meses mostraron ser capaces de detectar y aprovechar la correlación existente entre las características de las imágenes, lo que lleva a los autores a suponer una capacidad de detección en las regularidades durante la etapa de familiarización, y detectadas durante la evaluación.

Los resultados en el experimento tres no presentan diferencias significativas frente a los resultados del experimento dos, en donde los autores concluyen la formación de dos categorías. De este experimento, los autores concluyen que las etiquetas no interfirieron en el proceso de categorización, sin embargo tampoco encuentran indicios de que se facilite su formación. Del experimento cuatro, los autores concluyen que **no hay formación de categorías** (50.28 % de miradas), mientras que del experimento cinco, con un porcentaje de miradas semejante al del experimento uno (45.75 %), concluyen que se forma **una sola categoría** alrededor del estímulo promedio [3333]. Los resultados más sobresalientes provienen de la comparación de los tiempos de mirada de los experimentos tres y cuatro, , por un lado, y los obtenidos del experimento cinco frente a los del experimento tres.

De los experimentos tres y cuatro, en Plunkett (2011), el autor concluye que si los estímulos auditivos bloquearan el procesamiento visual de los estímulos, como lo reportan Robinson and Sloutsky (2007); Sloutsky and Robinson (2008), entonces los mismos resultados habrían sido reportados en ambos experimentos; sin embargo, existe una diferencia significativa en los tiempos de visualización que indican en uno (exp.3), la formación de categorías mientras en otro (exp.4), la imposibilidad de formarlas. Del experimento cinco, Plunkett (2011) concluyen que los infantes podrían haber optado por tomar las etiquetas como irrelevantes para la tarea y aun así formar las dos categorías visuales (como en el experimento 2). Sin embargo a partir de los resultados, los autores discuten la posibilidad de asignar un rol supervisor a las etiquetas, mismo que alenta a los infantes a la formación de una sola categoría donde habría en ausencia de etiquetas dos. Esta postura será refutada por el mismo autor en un trabajo posterior a partir de la propuesta de red neuronal desarrollada por GIoizzi et al. (2009), donde se sugiere que resultados similares se pueden obtener desde una perspectiva no supervisora.

Experimento	1	2	3	4	5
Tiempo de mirada 3333:1111/5555(s)	2.76:3.35	3.43:2.72	2.30:1.90	2.14:2.04	1.88:2.14
Porcentaje de tiempo de mirada 3333(SD)	44.17 (9.55)	56.14 (11.81)	55.09 (9.77)	50.28 (12.19)	45.75 (7.72)
Prueba t (doble cola)	t(23) = -2.99	t(23) = 2.55	t(23) = 2.55	t(23) = 0.11	t(23) = -2.70
valor p	.007	.018	0.18	0.912	0.013
Tamaño del efecto(d de Cohen)	0.61	0.52	0.47	0.02	0.55

Tabla 4.2: Análisis estadístico de tiempos de mirada en etapa de evaluación

La formación de dos, una o ninguna categoría por parte de los infantes parece ser determinada en parte por la contingencia del etiquetado al que son expuestos a lo largo de la etapa de familiarización. La evidencia revela que la familiaridad perceptual de los objetos de prueba se vio afectada con la presencia de etiquetas (claramente observable en exp.3 y 5 vs. exp.2). Los resultados parecen no respaldar la hipótesis de la facilitación (Balaban and Waxman, 1997; Fulkerson and Waxman, 2007) ni del bloqueo en la formación de categorías por la presencia de un estímulo auditivo (el bloqueo en la formación de categorías en exp.4 es debido a la configuración de la presencia de etiquetas). Finalmente, los infantes parecen poder “calcular las estadísticas transmodales”, con lo cual, las etiquetas auditivas afectan la categorización visual en niños de 10 meses de edad.

4.2. Planteamiento del problema

Gliozzi et al. (2009) proponen un modelo de red neuronal que implementa un mapa autoorganizado (SOM) ² con el que buscan replicar los datos de familiarización, y los resultados de evaluación de los cinco experimentos desarrollados por Plunkett et al. (2008). En contraste con el presente trabajo, se considera que los puentes explicativos entre el modelo de los autores y el fenómeno, lejos de apegarse intuitivamente al proceso, resultan demasiado rebuscados y artificiosos. Sin embargo, se rescatan algunos detalles que resultan pertinentes para el modelado aquí desarrollado.

4.2.1. Discusión modelo SOM de Categorización

La red neuronal que proponen los autores, consiste de un mapa compuesto de 25 unidades con vectores de entrada que describen los estímulos visuales y lingüísticos (exp.3-5) de las pruebas. Para la simulación de los dos primeros experimentos, consideran vectores de dimensión cuatro, donde cada valor representa cada una de las características de las imágenes experimentales. Para los casos experimentales donde se introducen los estímulos auditivos (*rif/dax*), proponen vectores de dimensión ocho, en donde los últimos cuatro valores representan la modalidad auditiva. En un principio, los vectores de peso se inicializan de manera aleatoria (w_u). Para su actualización la siguiente ecuación es implementada:

$$w_u(t+1) = w_u(t) + N(u, i, t)a(t)(I(t) - w_u(t))$$

Donde $w_u(t+1)$ representa el vector de peso actualizado en un tiempo $t+1$ posterior. $N(u, i, t)$ corresponde a una distribución gaussiana que describe la distancia entre lo que los autores llaman “mejor unidad de coincidencia” (*best matching unit*) y una unidad u en un tiempo t dado. La variable $a(t)$ es la tasa de aprendizaje de la red, mientras que $I(t) - w_u(t)$ indica el error de cuantificación. Este último describe la “discrepancia” (Gliozzi et al., 2009, p.722) entre un vector de entrada correspondiente a los estímulos, y el vector de pesos, que se expresa como la representación temporal de la red en el tiempo t . Los autores reiteran la importancia de considerar el hecho de que cada estímulo es presentado una sola vez a los niños, por lo que la red debe ser capaz de representar esta misma situación para el aprendizaje de la red. Dado que sólo se cuentan con ocho estímulos por experimento, los autores proponen la tasa de aprendizaje (a) como función

²*Self Organizing Map*(Kohonen, 1982) cuya arquitectura implementa el aprendizaje no supervisado.

del error de cuantificación. De modo que la atención (distancia euclidiana) y la “carga cognitiva” (dimensión de vectores de entrada) de los estímulos influyen en la tasa de aprendizaje de la red: la primera de manera positiva, mientras que la segunda de manera negativa; lo anterior como analogía al comportamiento durante la etapa de familiarización en los infantes.

Por lo anterior, un valor de error de cuantificación elevado de un vector entrante $I(t)$ (estímulo novedoso) representa una mayor distancia que se explica con tiempos mayores de mirada en los infantes y en el modelo, con una mayor tasa de aprendizaje. Si el vector nuevo se asemeja al anterior (estímulo familiar), la distancia es menor, lo que se interpreta con tiempos menores de mirada y una tasa de aprendizaje menor. Si en el experimento se considera la presencia de estímulos lingüísticos, los vectores de entrada son de mayor dimensión, lo que los autores interpretan como la incapacidad de detectar las “diferencias sutiles” (Gliozzi et al., 2009, p.721) debido a la gran carga informativa del estímulo (vector), con una reducción de la tasa de aprendizaje en la red y en los bebés. Por otra parte, a menor carga informativa (vectores de menor dimensión), en los casos experimentales sin estímulos auditivos, la tasa de aprendizaje se ve beneficiada en la red y en los infantes (ver Gliozzi et al., 2009, p.721).

Sin embargo, la tasa de aprendizaje se define como una “función sigmoide” cuyos valores dependen del error de cuantificación y de dos variables adicionales que no justifican su función de escalamiento (“ β es un factor de escala, y α escala la tasa de aprendizaje de acuerdo con la dimensionalidad de las entradas” Gliozzi et al., 2009, p.722). Así mismo, los valores definidos para la estimación de tiempos de mirada de la red (NLT) no son del todo claros ni dados en unidades de tiempo como en los casos empíricos (ver Gliozzi et al., 2009, p.722).

4.2.2. Preguntas de investigación

¿Cómo se podría definir computacionalmente el “monitoreo de correlación de estímulos” propuesto en Plunkett et al. (2008)?, ¿Cómo se podría modelar el mapeo entre objeto-etiqueta (Plunkett et al., 2008)?, ¿cómo se vinculan el aumento atencional y el mapeo de estímulos? Dicho de otro modo, estas preguntas podrían contestarse mediante diversas propuestas y metodologías de modelado. En consecuencia, uno puede cuestionar el poder explicativo y alcance del modelo conexionista desarrollado por Gliozzi et al. (2009). Dicha propuesta de modelo, genera resultados que se aproximan a los obtenidos en las dos etapas experimentales de Plunkett et al. (2008),

sin embargo la pregunta sobre cuáles y como operan los mecanismos sigue abierta. La propuesta justifica bajo la correlación entre variables el comportamiento de categorización de los niños, mas no busca brindar una explicación de los mecanismos de la categorización, y por ello no se formulan de manera *explícita* los elementos que explican los resultados empíricos de los autores (“manipulamos la tasa de aprendizaje para depender de la atención” Gliozzi et al., 2009, p.721). Por otro lado,

Retomando los datos presentados por Plunkett et al. (2008) durante la etapa de familiarización, estos no resultan suficientes para explicar la forma en que las “palabras utilizadas en estos experimentos aumentan la atención a los objetos nombrados o simplemente aumentan la atención de los infantes” (Plunkett et al., 2008, p.668). En el primer caso, se estaría haciendo referencia a un mapeo, o asociación entre los estímulos visuales y auditivos, mientras que en el segundo caso, se habla de una cambio del estado atencional en los niños; en otro términos, los autores plantean **dos explicaciones posibles** al proceso de categorización. A pesar de que los autores buscan demostrar empíricamente el rol causal de las etiquetas en la formación de categorías (Plunkett et al., 2008, p.676), no enmarcan el funcionamiento de dicho proceso, por lo que no existe una vinculación clara entre los cambios atencionales en los infantes y el mapeo de estímulos.

A partir de lo anterior, podemos hablar de un “vacío explicativo” que impide interpretar de manera trasparente los conceptos, y la justificación de resultados de los autores a una propuesta de modelo adecuado. Esto lleva a tener una gran brecha en la que de manera casi ambigua, diversas explicaciones y propuestas de modelo podrían explicar los resultados experimentales en los infantes de 10 meses. Asimismo, la metodología experimental planteada y los datos obtenidos en Plunkett et al. (2008), parecen no estar contemplados para poder ser implementados de manera directa bajo otro paradigma de modelado distinto al conexionista, por lo que los autores podrían estar asumiendo una sola vía explicativa a los resultados experimentales.

4.3. Definición del Modelo Bayesiano

Ante la falta de información explicativa en el trabajo experimental de Plunkett et al. (2008), a continuación se expone un enfoque bayesiano del diseño de un modelo que exige generar hipótesis de los mecanismos y elementos que podrían estar involucrados en el comportamiento de categorización según el caso de estudio presentado. La propuesta de modelo bayesiano brinda claridad en la definición de las variables y su cálculo a partir de los estímulos de entrada. Para la representación de la atención de los niños, se propone una función que permite la estimación de los tiempos de mirada en unidades de tiempo, a partir de la duración de la presencia de los estímulos durante la etapa de familiarización y de las propiedades de los mismos. En el modelo se propone explicar el fenómeno como resultado de la articulación causal de variables, formulando de manera explícita los mecanismos detrás de la categorización y del rol causal del lenguaje.

El desarrollo de la presente propuesta según Lee (2011), se puede describir como un procedimiento para “relacionar modelos de procesos psicológicos con datos”, con lo que se busca brindar una explicación del fenómeno de categorización y el lenguaje, definiendo los mecanismos intermedios involucrados en el proceso a partir del caso de estudio descrito anteriormente. En Plunkett et al. (2008) se hace mención explícita de ciertos procesos involucrados; tal es el caso de la atención; la mención de un mapeo entre objetos y etiquetas (Plunkett et al., 2008, p.669), y la definición de dos conjuntos de estímulos correspondientes a dos modalidades distintas; por un lado, una serie de estímulos visuales (ver Figura 4.1), y por el otro, estímulos auditivos de carácter lingüístico (etiquetas) que pueden acompañar las imágenes bajo diversas condiciones, dependiendo del caso experimental. Esto último con el objetivo de identificar si los niños son capaces de asociar (mapear) la presencia de etiquetas con estímulos visuales.

Para el desarrollo de la propuesta, se requiere definir los componentes involucrados en el proceso, y a partir de ello, se genera una hipótesis causal de la manera en que estos elementos podrían estar correlacionándose en la formación de categorías, según los resultados empíricos de Plunkett et al. (2008). Como se describió anteriormente (sección 3.2.2) el esquema bayesiano permite además plasmar de manera intuitiva y gráfica la estructura causal que describe el fenómeno del caso de estudio. La propuesta implica la definición de una variable que representa la congruencia que ejerce la función de mapeo mencionada por Plunkett et al. (2008), así como la de una variable que representa el estado atencional de los niños; cuyos valores se

estiman a partir de los estímulos experimentales (visuales y auditivos).

Lebel et al. (2004) plantean una metodología que permite estructurar un modelo computacional bajo el paradigma probabilista. El planteamiento del modelo sobre lenguaje y categorización integra los lineamientos propuestos por los autores:

1. Selección de variables y definición de rangos de valores
 2. Elección de la descomposición de la distribución conjunta
 3. Definición e identificación de las formas paramétricas
 4. Pregunta al modelo (inferencia)
1. **Selección de variables y definición de sus rangos de valores.** Para el modelado probabilístico (bayesiano) del fenómeno, se debe comenzar con la definición de los elementos involucrados en el proceso de acuerdo a lo reportado en el caso de estudio. Para ello, es necesario identificar las variables involucradas en la metodología experimental de Plunkett et al. (2008).

a) **Variables independientes.** A lo largo de los cinco experimentos, y durante la tarea de familiarización, podemos identificar, dos elementos (variables) que se consideran como entradas del proceso, la secuencia de estímulos visuales; por parte de la modalidad visual, definida como atributos visuales, o *Features(F)*; por parte de la modalidad auditiva la secuencia de estímulos lingüísticos (*dax/rif*), que se identifican como *Labels(L)*, ambas variables definidas como variables discretas.

- Atributos visuales (F). Se le asignan 2 valores posibles con base a las dos posibles secuencias de imágenes (ver Figura 4.1). De modo que al primer valor de la variable, con el identificador B (del inglés *Broad*), le corresponden la secuencia de 8 estímulos de la condición amplia de familiarización (Exp.1 de Plunkett et al., 2008). La secuencia de estímulos de la condición estrecha se identifica como N (del inglés *narrow*), y es implementada para el caso de los experimentos 2-5 (ver Tabla 4.3).

F: Atributo Visual = {B,N}

- Etiqueta lingüística (L). Para la definición de la variable lingüística (*label*), se determinan cuatro valores posibles, correspondientes a las cuatro condiciones de aparición durante la etapa de familiarización. A los casos en que no se presenta ningún

estímulo auditivo (exp.1 y 2) se le asigna el valor con el identificador n . Para los casos de presencia de un solo estímulo auditivo (Dax o Rif) se le asigna el valor con el identificador d . En presencia de dos estímulos auditivos, cada uno asignado a un conjunto de imágenes de características visuales similares, a la variable le corresponde un valor definido como (dr). El cuarto valor de la variable hace referencia a la presencia de dos etiquetas asignadas de manera semialeatoria, con el identificador d/r .

$$L: \text{Etiqueta Lingüística} = \{n,d,dr,d/r\}$$

De forma que podemos asociar a los valores que toman las variables (F y L), la secuencia de estímulos durante la familiarización de cada experimento en Plunkett et al. (2008) como se muestra en la tabla 4.3.

Tabla 4.3: Datos experimentales de entrada de variables independientes

# Exp.	Representación de la situación experimental	Datos de entrada experimental
1	Bn	1155n,1515n,2244n,2424n,4422n,4242n,5511n,5151n
2	Nn	1122n,1212n,2211n,2121n,4455n,4545n,5544n,5454n
3	Ndr	1122d,1212d,2211d,2121d,4455r,4545r,5544r,5454r
4	Nd/r	1122d,1212r,2211r,2121d,4455d,4545r,5544r,5454d
5	Nd	1122d,1212d,2211d,2121d,4455d,4545d,5544d,5454d

La nomenclatura anterior resulta útil como identificador en caso de extender el modelo a otros procedimientos empíricos, tal como el reportado por Hu(2008). En esta propuesta experimental el autor extiende el trabajo de Plunkett et al. (2008) he implementa los estímulos visuales de la condición amplia, asignando en todo el proceso de familiarización una misma etiqueta. Bajo la nomenclatura propuesta, la combinación de estímulos sería identificada con la representación Bd , cuya cadena de datos serían [1155d,1515d,2244d,2424d,4422d,4242d,5511d,5151d].

- b) **Variables dependientes.** Parte de la presente aportación consiste en definir las variables que describan el “mapeo objeto-etiqueta” y el “aumento atencional” descrito en Plunkett et al. (2008), que representen la manera en que los infantes realizan la asignación entre etiquetas lingüísticas y estímulos visuales. De este modo, suponemos la existencia de variables intermedias que correlacionan los estímulos

de entrada (lingüísticas y visuales) con una variable cuyos valores representan la formación (o no) de categorías.

- Congruencia (K). Se considera necesario que los valores de dicha variable representen adecuadamente la correspondencia entre las variables independientes (F y L), de modo que logre describir el mapeo objeto-etiqueta entre estímulos modales. La variable adquiere un valor 0 cuando el etiquetado y las imágenes no guardan congruencia entre sí, que se explica en los casos donde a un conjunto de estímulos visuales semejantes (modales o promedio), le corresponden dos etiquetas asignadas de manera semialeatoria. La variable adquiere un valor de 1 cuando existe congruencia entre estímulos modales.

$$K = \{0,1\}$$

¿Cómo se puede representar formalmente la congruencia entre estímulos modales? Una solución es representar tanto los estímulos lingüísticos como los visuales como vectores (ver Figura 4.3). Para el caso de L , los dos posibles valores de la variable podemos representarlos como ortogonales entre si (ver Figura 4.3a). Para el caso de los estímulos visuales, considérense como ejemplo la presencia de 3 imágenes representadas por los valores 1122, 4455 y 5454. De antemano podemos identificar que existe similitud de magnitudes entre dos de ellos y que podemos identificar gráficamente con dimensiones semejantes (ver Figura 4.3b). Así vectores largos se corresponderán con imágenes de valor modal alto, mientras que vectores cortos representarán imágenes de valor modal bajo.

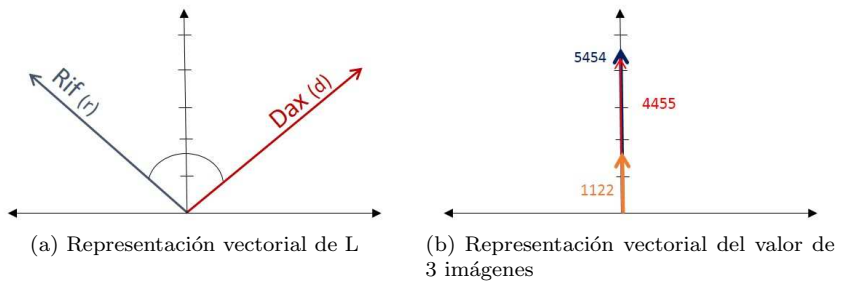


Figura 4.3: Representación vectorial de estímulos modales

El valor de la variable K (congruente ó incongruente) puede ser obtenido a partir del producto punto (producto escalar)³ entre el vector L y el vector que representa los valores de un estímulo visual. De forma que si retomamos los vectores de la Figura 4.3, y suponemos el caso experimental 3 de Plunkett et al. (2008)⁴, el producto punto se asemejará a las proyecciones observadas en la Figura 4.4a. Para tal caso, podemos observar que para los vectores con módulos (dimensiones) grandes [5454 y 4455], su proyección se orienta hacia el vector que representa la misma etiqueta (ej. Dax). Mientras que para el vector de mudulo menor [1122] la asignación de una etiqueta distinta se refleja en una proyección al vector ortogonal (ej. Rif). De modo que la congruencia puede definirse bajo una relación entre dimensión vectorial (definida por los vectores de F) y dirección (definida por los vectores de L). Vectores con módulos similares deben apuntar a una misma dirección, con excepción del caso en que a todos se les asigne el mismo vector lingüístico (ej. caso experimental 5 de Plunkett et al., 2008)). Siguiendo lo anterior, la Figura 4.4b representa un posible caso de incongruencia, debido a que el vector [4455r] no guarda correspondencia con la dirección del vector de dimensión similar [5454d]. En este sentido, el infante podría entonces dejar de percibir una correlación inicial entre estímulos modales, como es el caso correspondiente al experimento 4 de Plunkett et al. (2008).

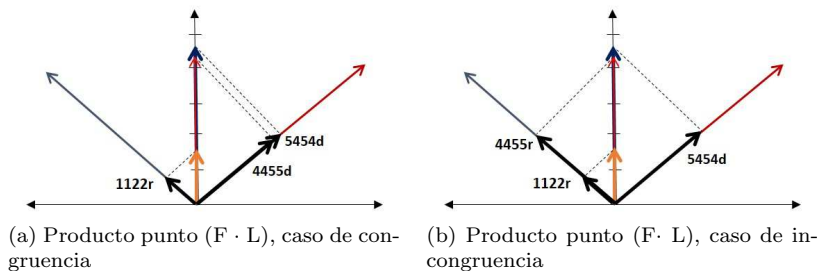


Figura 4.4: Representación vectorial del producto punto entre F y L para obtención de valor de K

³Matemáticamente definida como el producto de sus magnitudes escalares por el coseno del ángulo que forman.

⁴En donde a estímulos de valor medial 5 les corresponde una etiqueta distinta a los estímulos visuales de valor medial 1.

- Atención (A). Como se revisó anteriormente, hablar de categorización remite de manera necesaria a considerar el proceso atencional como parte del mecanismo (ver sección 2.2). En la literatura se reporta la influencia de estímulos lingüísticos auditivos novedosos en la atención que ocasionan como mínimo, un efecto de atracción (*engage*) de la atención (Ferguson and Waxman, 2017), mejoramiento (*enhance*) (Balaban and Waxman, 1997; Althaus and Westermann, 2016) o aumento del estado atencional (*heightening*) de los sujetos (Waxman, 1999; Plunkett et al., 2008; Althaus and Mareschal, 2014).

La variable atencional, se define como variable continua, considerando como referencia los tiempos de mirada reportados en Plunkett et al. (2008) durante la etapa de familiarización (ver tabla 4.1). Los resultados de familiarización en Plunkett et al. (2008) muestran un aumento atencional en los experimentos que presentan estímulos auditivos (exp.3, 4 y 5) en contraste con aquellos donde se muestran las imágenes en ausencia de etiquetas (exp.1 y exp.2). De los tiempos de mirada definidos durante la etapa de familiarización del caso de estudio es que se definen los rangos de valores para la variable atencional entre 5 y 7 segundos.

$$\mathbf{A} = [5-7]$$

- Categorización (C). Como salida y resultado del modelo. Variable que describe el número de categorías formadas durante la familiarización a partir de la interpretación de los tiempos de mirada de los infantes durante la etapa de evaluación en Plunkett et al. (2008); UNA categoría, con mayores tiempos de mirada hacia los estímulos de valores “modales” (1 1 1 1/5 5 5 5); DOS categorías, con tiempos de mirada mayor hacia el estímulo con valor “promedio” (3 3 3 3); o NINGUNA categoría en el caso que los tiempos de mirada sean similares para ambos estímulos; “modal” y “promedio” (ver 4.2). La Variable C se define del tipo continua cuyos rangos de valores se encuentran dentro de los tiempos de mirada de la etapa de evaluación en lo infantes (ver tabla 4.2); de 1 a 4 segundos ⁵.

$$\mathbf{C} = [1-4]$$

⁵Importante mencionar que para los experimentos 1 y 2, los autores consideraron los tiempos de prueba originales de Younger (1985) de 10s, y tiempos de prueba de 6s para los experimentos 3-5.

2. **Descomposición de la distribución conjunta.** La propuesta desarrollada para el presente trabajo consiste de un modelo bayesiano del tipo generativo para el que se requiere definir la distribución conjunta que define el fenómeno. Toda distribución conjunta puede descomponerse en el producto de distribuciones condicionales, aplicando la regla del producto. La forma de la descomposición es una elección de diseño, o puede ser aprendida a partir de datos empíricos. Para el presente trabajo se decidió proponer una descomposición que refleje todos los elementos teóricos antes mencionados, en base a la semántica de las variables ya definidas anteriormente:

$$P(K, L, A, F, C) = P(F)P(L)P(K|FL)P(A|FL)P(C|KA) \quad (4.1)$$

Una distribución conjunta puede ser representada de manera gráfica recurriendo a la teoría de grafos, concretamente bajo el esquema de las redes bayesianas. De modo que la red bayesiana es una “representación compacta de la probabilidad conjunta total de las variables aleatorias” del fenómeno Gyftodimos and Flach (2002). Como se definió anteriormente, la red bayesiana es una herramienta probabilista de modelado definida por Jordan (1998) como la “unión entre la teoría de la probabilidad y la teoría de grafos”, que permite representar de manera jerárquica la interacción causal entre las variables de un fenómeno.

El modelo gráfico (bayesiano) que representa la distribución conjunta de la ecuación 4.1, se muestra en la Figura 4.5 en donde cada nodo representa una variable del fenómeno, bajo una convención no estándar de que los nodos cuadrados se corresponden con las variables discretas (F,L,K) y los nodos circulares con las variables continuas (A,C) definidas anteriormente.

En la presente propuesta identificamos en los nodos superiores la distribución de las variables independientes F (atributos visuales) y L(etiquetas lingüísticas). En el nivel intermedio de la red se encuentran definidas la variable de Congruencia (K) y la variable atencional (A), en donde las aristas (flechas) indican una relación entre variables, de modo que su sentido describe una dependencia con los nodos primarios F y L. Es decir, la distribución de probabilidad de ambas variables independientes (F y L) determina la distribución de probabilidad, tanto de la variable discreta de congruencia (K), como la distribución de la variable continua atencional (A). En el nodo inferior, se encuentra representada la variable continua de categorización (C), cuya distribución se encuentra definida tanto por un proceso atencional, como por una condición de congruencia.

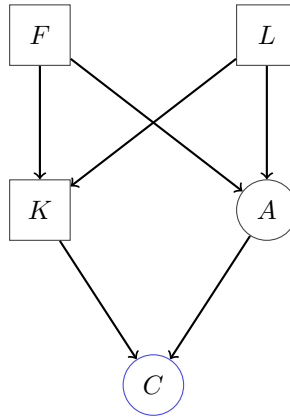


Figura 4.5: Propuesta de modelo bayesiano de categorización en infantes

3. Definición de las formas paramétricas de cada componente del modelo.

- a) **Variables independientes.** Para las variables independientes (F y L), se determinan distribuciones de probabilidad uniformes, de modo que la probabilidad de que la variable que describe los atributos visuales (F) de los experimentos adquiera el primer valor (B) es la misma que la de adquirir su segundo valor (N). Es decir, con un 50 % de probabilidad la variable puede adquirir uno de sus dos valores posibles. De igual forma, la variable que define la presencia de las etiquetas lingüísticas (L) describe una probabilidad similar para cada uno de los cuatro valores posibles (0.25 %).
- b) **Variables dependientes.**
- **Congruencia (K).** ¿Cómo se pueden definir las probabilidades de que la variable tome los valores posibles (0 ó 1)? La certidumbre puede ir incrementando (o decrementando) conforme se van presentando mas estímulos. Tómese como analogía el caso de incertidumbre al estimar la probabilidad de que un correo electrónico entrante sea del tipo no deseado (*spam*). Para ello se debe recurrir a la distribución a priori que permita definir la probabilidad cada vez que se verifica un nuevo correo entrante. De modo que si al examinar dos correos electrónicos, solo el primero corresponde a un correo deseado, la probabilidad de encontrarnos con un correo

no deseado es del 50 % (0.5), es decir, se carece de certidumbre suficiente. Si al verificar correos posteriores estos son del tipo *spam*, la certidumbre de obtener un correo no deseado se va incrementando, por lo que la dispersión de su distribución de probabilidad disminuye (ejemplo tomado de Flach, 2012, p.263). La Figura 4.6 ejemplifica el caso anterior.

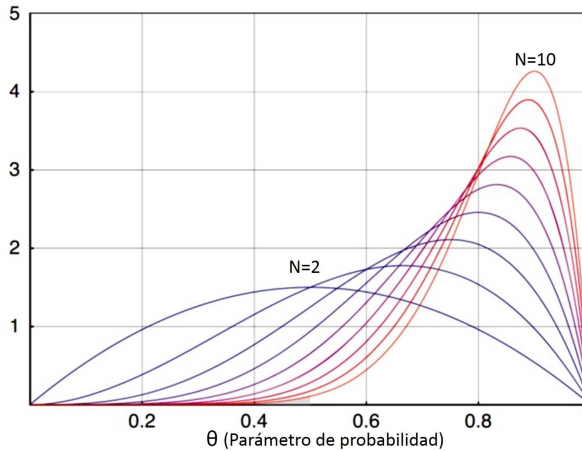


Figura 4.6: Ejemplo de reducción de incertidumbre de correo *spam* tomado de Flach (2012)

De manera semejante, al irse presentando a los infantes cada uno de los ocho estímulos de familiarización, suponemos un cambio en la certidumbre de los niños para detectar las regularidades (de haberlas) en función de la presencia del estímulo anterior. Al igual que el infante ignora si los datos que se le presentarán aleatoriamente guardan cierta regularidad, el modelo debe ejemplificar esta incertidumbre que puede decrecer mientras más información le es proporcionada. De modo que para cada experimento de Plunkett et al. (2008), la probabilidad de que la secuencia de estímulos sea congruente (valor 1) puede incrementar o disminuir dependiendo de cómo y con qué estímulos se presenten las etiquetas lingüísticas. En base a lo anterior, en la tabla 4.4 se expresan las probabilidades de congruencia definidas para el modelado de la variable congruencia. Por el momento estos valores son arbitrarios, pero es posible calcularlos experimentalmente en el futuro.

Tabla 4.4: Distribución de probabilidad de variable Congruencia (K)

Exp.	K	P(K F L)	
		0	1
1	BN	0.2	0.8
2	Nn	0.4	0.6
3	Ndr	0.2	0.8
4	Nd/r	0.8	0.2
5	Nd	0.4	0.6

- Atención (A). Descrita como variable continua, y con base al teorema del límite central⁶, se define con una **distribución normal** cuyos parámetros (μ_{TM}, σ_{TM}) son función de los valores de las variables F y L. Para la definición del parámetro μ_{TM} se a desarrollado una propuesta de cálculo que unifica la concepción del grado de similitud entre estímulos modales, con la cantidad de información (carga informativa), este último pudiéndose interpretar como el “grado de sorpresa al aprender el valor de x ” (p.45 Christopher, 2016), donde x representa una variable aleatoria discreta, que se puede interpretar como la sorpresa de los infantes al ser expuestos al patrón de estímulos. Adicionalmente y a diferencia de la explicación de los tiempos de mirada de la red neuronal (NLT) propuesta por Gliozzi et al. (2009), la expresión aquí desarrollada para los tiempos de mirada depende de los tiempos de exposición (en segundos) de cada estímulo, por lo que el cálculo guarda congruencia con las unidades temporales consideradas en las mediciones de Plunkett et al. (2008), relación que no guarda la propuesta de red neuronal desarrollada por Gliozzi et al. (2009). Así se plantea la expresión 4.2 para el cálculo de μ_{TM} (ver Tabla 4.5).

$$\mu_{TM} = \frac{DE}{H} \times T \quad (4.2)$$

Donde DE expresa las *distancias euclidianas* de la cadena de estímulos por experimento (similitud entre estímulos), mientras que H corresponde al cálculo de la *entropía de Shannon* (o de la

⁶Establece que, a medida que se incrementa el número de datos de una muestra, la forma de la distribución de sus valores medios se asemeja cada vez más a una distribución normal, lo que ha llevado a suponer la “ubicuidad” de la distribución gaussiana en la naturaleza (Stone, 2013, p.103).

información)⁷ de la secuencia de estímulos calculado con el logaritmo natural (Shannon, 1948). El tiempo de presencia de cada estímulo se expresa como T , que para el caso de estudio considerado para el modelado, es de 10s.

Tabla 4.5: Tiempos de mirada promedio de infantes -familiarización & Cálculado (TM)

Exp.	media DE	H(log2)	Cálculo TM	Infantes TM
1	3.929	2.00	5.091	5.225
2	3.685	2.00	5.427	3.971
3	3.726	2.52	6.769	6.874
4	3.774	2.52	6.682	7.24
5	3.685	2.322	6.301	7.054

El parámetro σ_{TM} de A, se determina como función del valor de Entropía de la secuencia de valores F y L (ver Tabla 4.5) partiendo de la relación determinada por Mukher Jee and Ratnaparkhi (1986) como:

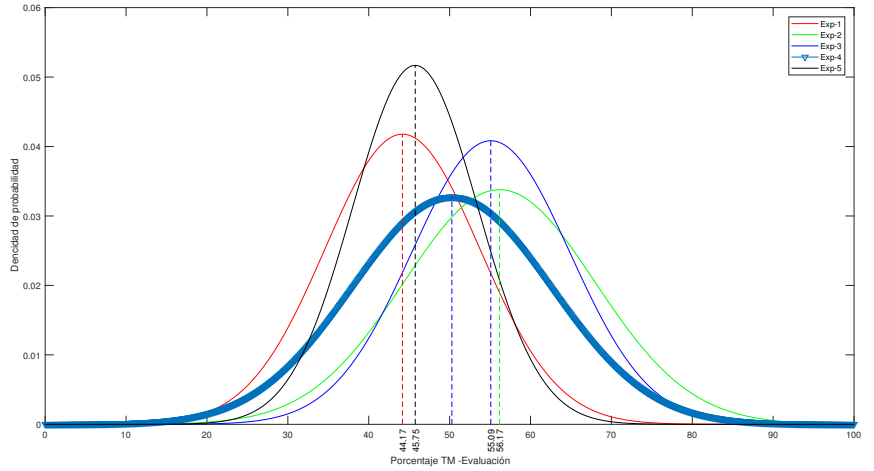
$$\sigma_{TM} = \sqrt{\frac{\exp(2H)}{2e\pi}} \quad (4.3)$$

De modo que se obtiene una distribución gaussiana por experimento (ver Tabla 4.10).

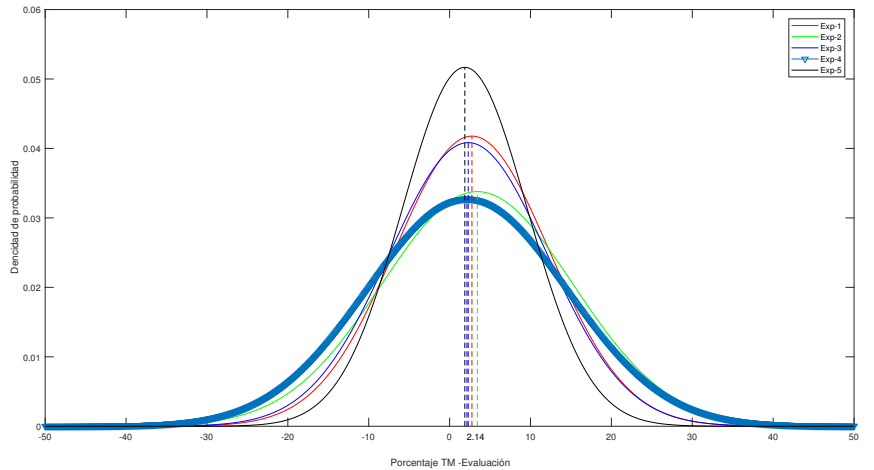
- Categorización (C). Para la definición de los parámetros de la variable continua de categorización, al igual que con la variable A, se propone una distribución normal con parámetros μ_C y σ_C , tomando como referencia los resultados arrojados en la etapa de evaluación del caso de estudio (ver Tabla 4.2), y cuyas distribuciones normales se ilustran en la figura 4.7. De estos, μ_C debe corresponder con los tiempos de mirada de los infantes durante la etapa de evaluación hacia el estímulo de valor promedio (3333), mientras que σ_C , con las desviaciones estándar (SD) de los tiempos de mirada de los infantes de la misma prueba⁸.

⁷En la teoría de la información, la entropía mide la cantidad de incertidumbre de una variable desconocida o aleatoria.

⁸Importante observar que en el trabajo de Plunkett et al. (2008) no se cuenta con la desviación estándar de los tiempos de mirada durante evaluación por lo que se utilizan las SD de los porcentajes de mirada.



(a) Distribución porcentaje mirada Evaluación-Infantes



(b) Distribución TM Evaluación-Infantes

Figura 4.7: Distribuciones de categorización etapa Evaluación

Interpretando los resultados de Plunkett et al. (2008) en las distribuciones de los tiempos de mirada durante la etapa de evaluación de la figura 4.7, se observa que las μ gaussianas de los experimentos 3 y 2, son mayores que el 50 %, con lo que los autores deducen la formación de dos categorías alrededor de los estímulos modales, mientras que aquellos experimentos cuyos μ resultan menores al 50 % se corresponden con la formación de una categoría en torno al estímulo promedio (exp.1 y exp.5). Por otro lado, la distribución del experimento 4, con una μ cercana al 50 %, y una σ grande, se interpreta como la incapacidad de formar categorías (ver 4.1). Dado que la precisión es inversa a la varianza de una distribución, de las gráficas normales de la etapa de evaluación de los experimentos del caso de estudio ⁹, podemos asumir que para el experimento 4 del caso de estudio, el nivel de incertidumbre es mayor que el de los otros experimentos. De igual forma se puede decir que existe mayor certeza (menor SD) en la mirada de los infantes del experimento 5. La obtención de valores de la variable categorización semejantes a los tiempos de mirada de los infantes en la etapa de evaluación, apoyaría (mas no probaría) la hipótesis de que las variables definidas, sus valores, distribuciones y conexión causal, podrían modelar veraz mente los mecanismos en juego en los niños al momento de que se les presenta una tarea de categorización bajo la presencia de estímulos lingüísticos.

De tal manera que al implementar el modelo computacionalmente, los valores de los parámetros de la variable categorización arrojados por el modelo, deberán ser semejantes a los tiempos de mirada de los infantes durante la etapa de evaluación (ver Tabla 4.2). El programa deberá generar distribuciones gaussianas con valores semejantes a los de los tiempos de mirada de los infantes durante la etapa de evaluación (ver Figura 4.7b). Al calcular, a partir de los tiempos de mirada, los porcentajes de mirada, el programa deberá arrojar distribuciones semejantes a las de la gráfica 4.7a dependiendo de las condiciones que describan el experimento. De tal manera que, si la secuencia de estímulos es la representada por Ndr (ej. 1122d,1212d,2211d,2121d,4455r,4545r,5544r,5454r), estaríamos refiriéndonos a los estímulos de la etapa de familiarización del experimento 3 del caso de estudio, por lo que los valores de los parámetros

⁹Importante recordar que las desviaciones estándar de evaluación en la Figura 4.7b se tomaron de las SD en los porcentajes de mirada (ver Tabla 4.2).

de C deberán aproximarse a $N(55.09, 9.77)$ siendo μ_C el tiempo de mirada (TM) de evaluación, y σ_C su desviación estándar (SD).

4. Pregunta al modelo - Inferencia.

Una vez definidas las variables, sus valores, distribuciones y la estructura del modelo (descomposición de la distribución conjunta), se cuenta con los elementos para poder realizar el cálculo de los valores de las variables a partir de la información a priori. La inferencia consiste en utilizar los valores observables del fenómeno e implementar el teorema de bayes, para calcular (a partir de probabilidades) y actualizar las creencias sobre otras variables (Jacobs and Kruschke, 2011).

Para el caso concreto del modelo definido a lo largo de las secciones anteriores, y condensado en la figura 4.8, se consideran tanto variables discretas (F, L, K) como continuas (A y C). El modelo presentado se define como un caso *híbrido*¹⁰ con el que se busca el calculo de:

$$P(C | F, L) \tag{4.4}$$

A nivel computacional, la inferencia implica un proceso de estimación y computo (Murphy, 2001b, p.4). Para el cálculo se pueden distinguir dos métodos de inferencia: métodos exactos y métodos aproximados. Los métodos exactos se implementan en aquellos modelos cuyos nodos ocultos son discretos, o en los casos donde todos los nodos (tanto ocultos como observados) describen distribuciones Gaussianas lineales (Murphy, 2001b). Para los casos de métodos exactos, existen diversos motores (*engines*) de inferencia global, correspondientes a los casos donde todos los nodos son discretos (D) o todos gaussianos (G). Entre los motores de inferencia exactos mas conocidos están los árboles de unión (*Junction tree engine*), los algoritmos de eliminación de variable, los algoritmos de puntaje rápido (*quickscore algorithms*) y los algoritmos de procesamiento local estable con distribuciones gaussianas condicionales (*Stable Local Computation with Conditional Gaussian Distributions*) descritos en Lauritzen and Jensen (2001).

Por otro lado, los métodos aproximados pueden ser implementados en aquellos casos donde el procesamiento puede tomar demasiado tiempo, o en casos en los que no existe una solución precisa al problema. En general, casi todas las distribuciones de variables aleatorias continuas producen

¹⁰Para mayores detalles del proceso de inferencia en modelos híbridos, revisar Murphy (1998).

propagaciones intratables que llevan a requerir de estos métodos de inferencia. Algunos ejemplos de métodos por aproximación son: Métodos de muestreo (Monte Carlo), métodos variacionales (*Variational methods*) y métodos de Propagación de la creencia (*Belief propagation methods*). Para el modelo de categorización propuesto (ver Figura 4.8), es posible implementar un método de inferencia ya sea del tipo exacto (ej. árboles de unión) o aproximado (Monte Carlo por ejemplo).

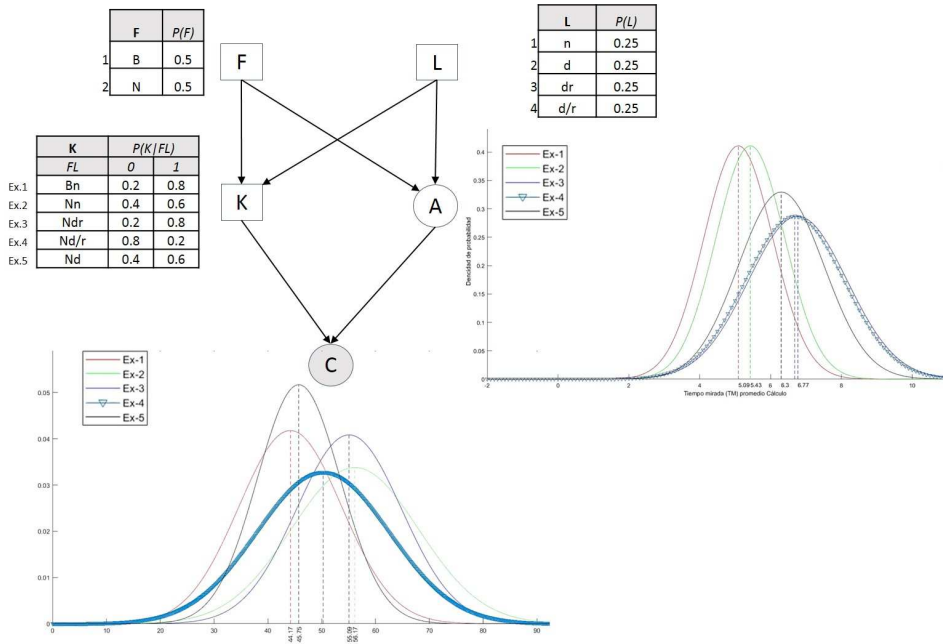


Figura 4.8: Red Bayesiana del proceso de categorización en infantes

El modelo computacional propuesto (Figura 4.5) se diseñó con la implementación de la librería desarrollada por Murphy (2001b, 2007). En el programa se declaran las variables, sus distribuciones de probabilidad (o valores de parámetros en caso de variables continuas como A y C) y la dependencia entre ellas. Entre las diversas opciones de motores de inferencia que Murphy proporciona, se optó por implementar el “procesamiento local estable con distribuciones gaussianas condicionales” (*Stable Local Computation with Conditional Gaussian Distributions*) desarrollado por Jensen (1999), e

implementado debido al carácter mixto de la propuesta (variables continuas y discretas). El programa es capaz de generar la red del modelo y calcular la probabilidad de una variable oculta, o la probabilidad conjunta de varias variables ocultas, a partir de la definición de los nodos observados. Para el caso de estudio, dadas las variables observadas F y L, el programa calcula los parámetros de C “ μ_C & σ_C ” que describen su distribución de probabilidad. A continuación se presentan los resultados de la propuesta de modelo, y se discute sobre su credibilidad como aproximación al fenómeno.

4.4. Resultados preliminares y discusión del modelo

Para modelar el proceso de categorización bajo el efecto del lenguaje en infantes (basado en los casos experimentales de Plunkett et al., 2008), resulta un reto tanto teórico como computacional el definir los elementos involucrados, y dar coherencia de la manera en que estos interactúan. Parte de la aportación estriba en identificar y definir las variables que intervienen en el proceso de categorización de los niños según el caso de estudio. A partir de lo anterior, se propuso un modelo que puede definirse como **mecanismo explicativo-unificador** del fenómeno, y que busca esclarecer la interacción de sus elementos (variables) bajo una enfoque causal.

La presente propuesta de modelo bayesiano (ver Figura 4.5) funciona como primera aproximación al fenómeno del caso de estudio, cumpliendo de manera conceptual con el proceso planteado en Plunkett et al. (2008). Para su validación, se consideran los siguientes argumentos.

Existe una estructura (red) causal que guía el proceso de categorización en los infantes, en el que los estímulos modales (imágenes y etiquetas lingüísticas) influyen de manera directa en la atención y en la manera en que estos correlacionan (mapean) dicha información sensorial. Así mismo, existe una influencia indirecta de estos en la tarea de categorización (C). La congruencia (K) entre estímulos modales puede representarse formalmente como el resultado del producto punto de sus vectores ($F \cdot L$). Lo que Plunkett et al. (2008) definen como mapeo entre estímulos modales se puede representar vectorialmente como $|F|\cos\theta$, lo que se entiende como la **proyección** del módulo (longitud) del vector F, sobre la dirección del vector L (ver Figura 4.4) y se puede expresar como $|F|\cos\theta = \text{proy}F_L$.

Los tiempos de mirada de los infantes durante la familiarización (A) pueden ser estimados a partir de los datos de los estímulos modales de entrada (F y L). Parte de la aportación consiste en definir una función que establece proporcionalidad entre la similitud (distancia euclidiana) entre las características de cada estímulo por experimento (ej. exp.1 cuello corto-5 vs cuello largo-1), considerando la presencia de las etiquetas lingüísticas como un atributo adicional a los atributos visuales (semejante a como son consideradas en la propuesta de Gliozzi et al. (2009)). Adicionalmente se considera la variabilidad de las características de los estímulos (entropía de Shannon) como inversamente proporcional a los tiempos de mirada, todo lo anterior siendo producto del tiempo de presencia por estímulo en segundos

(ver 4.2). En la tabla 4.6 se despliegan comparativamente los resultados de implementar con los datos provenientes de los estímulos modales la ecuación 4.2, frente a los tiempos de mirada de los infantes durante la familiarización.

Tabla 4.6: Valores TM familiarización y cálculo de parámetros variable A

# Exp.	Grand Media (SD)	$A-\mu_{TM}(\sigma_{TM})$
1	5.225(1.236)	5.091(0.97)
2	3.971(1.578)	5.427(0.97)
3	6.874(1.691)	6.769(1.39)
4	7.24(1.078)	6.682(1.39)
5	7.054(1.452)	6.301(1.21)

En la gráfica de la Figura 4.9 se puede observar la similaridad entre los valores de los tiempos de mirada promedio en los infantes durante la familiarización, (según lo reportado por Plunkett et al., 2008) y los tiempos de mirada calculados (μ_{TM}) a partir de la secuencia de estímulos (valores de F y L).

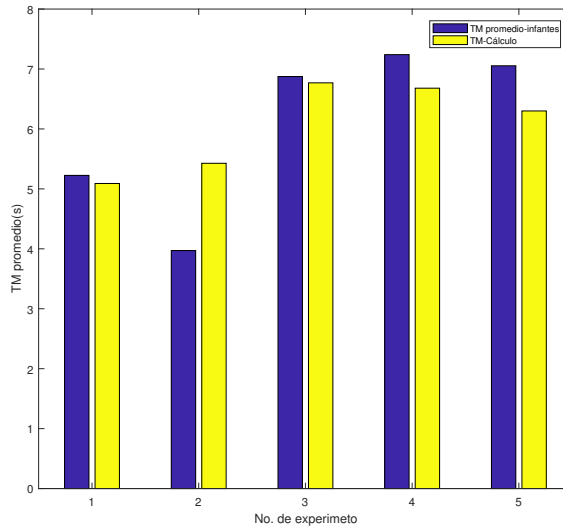


Figura 4.9: Cálculo tiempos de mirada (TM) vs. TM familiarización

Con lo que se dispone de una expresión que vincula un alto estado atencional (mayor tiempo de mirada) con el incremento en la diferencia entre los estímulos, y el decremento de información modal (lo que podemos interpretar como una menor dispersión de la información) que permite una mejora en el enfoque atencional de los infantes, dependiente de igual modo del tiempo de presencia de los estímulos en unidades de tiempo (T). De igual forma, un menor estado de atención durante la familiarización se podría atribuir a un decremento en la diferencia de los atributos de estímulos y a un incremento en la variabilidad de la información, lo que lleva a la dispersión de la atención en los infantes.

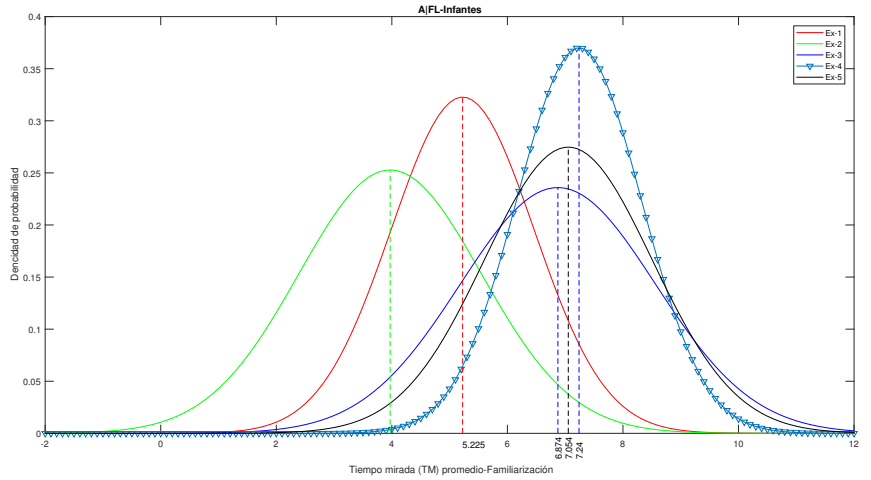
Para verificar el grado de similitud entre las distribuciones de los tiempos de mirada de los resultados experimentales del caso de estudio durante la familiarización, y las distribuciones calculadas a partir de los estímulos modales (ver figura 4.10), se realizó un análisis de **Divergencia Kullback-Leibler(KL)**(ver Tabla 4.7). Bajo esta medida de similitud cuanto más cercano a 0 el valor, la propuesta de cálculo se apega mejor a los datos experimentales. De lo contrario, las distribuciones se comportan de manera diferente al punto de que la expectativa de la propuesta se aleja de la distribución referencia (tiempos de mirada de familiarización según Plunkett et al. (2008)). Como se puede observar en los datos de la tabla 4.7, la propuesta de cálculo funciona como un buen predictor de los datos de tiempo de mirada experimentales, a excepción del experimento dos.

Tabla 4.7: Tiempos de mirada (TM) y Divergencia Kullback-Leibler(KL)

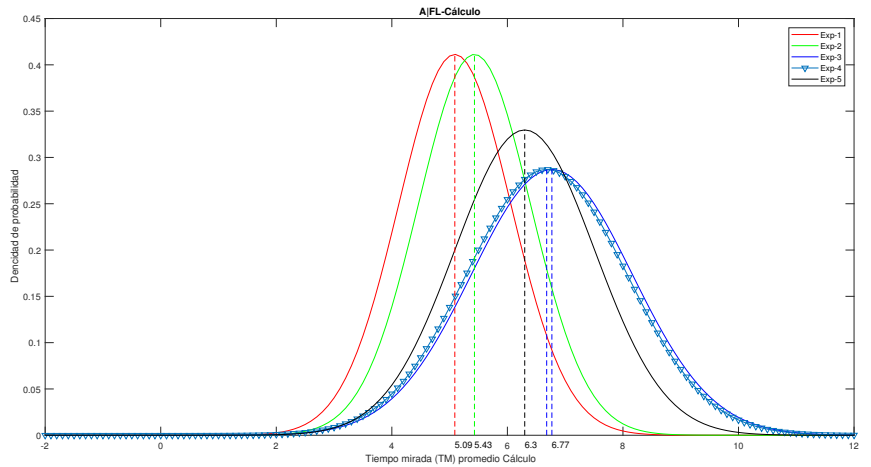
Exp.	TM-infantes (SD)	TM- Cálculo (σ)	KL
1	5.225 (1.236)	5.091 (0.968)	0.079
2	3.971 (1.578)	5.427 (0.968)	1.466
3	6.874 (1.691)	6.769 (1.390)	0.045
4	7.24 (1.078)	6.682 (1.390)	0.136
5	7.054 (1.452)	6.301 (1.210)	0.231

La propuesta bayesiana del fenómeno, sintetiza las hipótesis anteriores en una estructura causal, que se implementó computacionalmente para su validación. De ser correcta la propuesta, los resultados de inferencia del programa deben asemejarse a los resultados de evaluación del estudio experimental.

La diferencia de resultados del modelo computacional frente a los datos experimentales de evaluación, es indicador de la probable ausencia de elementos a considerar como explicación del proceso de cateogrización ba-



(a) Distribución TM familiarización-Infantes



(b) Distribución TM-Cálculo

Figura 4.10: Distribuciones de Variable atencional(A)

jo el efecto del lenguaje en los infantes de 10 meses de edad. Dado que el trabajo empírico de Plunkett et al. (2008) consta de una metodología robusta y rigurosa, lograr aproximarse a sus resultados experimentales, implica aproximarse al desarrollo de una propuesta que explique mas extensamente el efecto del lenguaje en las tareas de categorización; lo que no implicaría que el modelo explique el fenómeno en su totalidad. Importante recordar que el modelado bayesiano otorga gran flexibilidad, lo que permite ampliar la hipótesis del modelo a casos experimentales de categorización que se le asemejan.

Con respecto a la discrepancia de resultados del modelo, se proponen algunas reflexiones a considerar en un trabajo a futuro para la aproximación a un modelo que represente mejor el fenómeno. Por ejemplo, la variable congruencia, ¿debe reflejar la correlación entre estímulos modales, o en su lugar, debe reflejar la correlación de la manera en que **perciben** los estímulos? Ciertamente en la presente propuesta la variable K se define bajo la primera opción. Los valores de la variable se definen a partir de la correlación entre vectores resultantes del producto escalar de los descriptores (F y L), mas no como resultado de un proceso perceptual en los infantes. En su lugar, ¿cómo deben definirse los valores de K de ser resultado de un proceso perceptual? Una pista podría encontrarse si se definiera una relación de dependencia con la variable atencional (A), redefiniéndose además con una distribución normal (ver Figura 4.11).

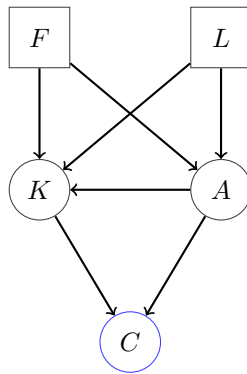


Figura 4.11: Propuesta modelo alternativo

En el modelo desarrollado, la variable A no tiene influencia sobre la variable K (ver Figura 4.5). Esta nueva propuesta podría comenzar a arrojar luz sobre la manera en que los infantes perciben las correlaciones de estímulos, en lugar de suponer que son capaces de percibir las plenamente. Lo que podría expresar el hecho de que los “infantes **presten atención a la asociación** objeto-etiqueta durante el proceso de categorización” (Plunkett et al., 2008, p.676), y no solo a los estímulos en su individualidad modal.

Para verificar si definir la variable atencional, con base a los tiempos de mirada de los infantes resulta suficiente para explicar el proceso de categorización, se realizaron pruebas en el modelo computacional con los tiempos de mirada promedio de la etapa de familiarización de los infantes (ver 4.1). Al comparar los resultados del cálculo del modelo con los esperados (ver Figura 4.7b), no se obtienen los datos deseados, por lo que es de esperar que al emplear los tiempos de mirada calculados de la variable atencional (ver 4.6) tampoco se obtuvieran las distribuciones en la variable de categoría C deseadas. Por lo que se concluye que definir la variable atencional solo con base a los tiempos de mirada (TM) no es suficiente para explicar el proceso de categorización en los infantes. En su lugar, podría definirse como resultado de un subproceso que describa mejor su comportamiento. Para ello, podría integrarse a la propuesta alguno de los modelos bayesianos de la atención, como los desarrollados en Rao (2005); Itti and Baldi (2009), lo que llevaría a considerar al modelo como una **red jerárquica bayesiana** (Gyftodimos and Flach, 2002; Lee, 2011), lo que proveería de mejores descriptores para modelar el fenómeno de categorización en los infantes.

La propuesta constituye un esfuerzo por explicar un fenómeno cognitivo a un nivel de abstracción que permite la discusión sobre los mecanismos involucrados, a la vez que admite su extensión hacia niveles de complejidad mayor que permitan incluir en el modelo variables motrices posiblemente implicadas en el fenómeno. La IA debe valerse de herramientas tanto de la robótica, como de las ciencias computacionales, optando por propuestas que logren sumar los beneficios de estas tecnologías. Por lo tanto, se debe evitar tomar un solo rumbo de desarrollo para el estudio de la cognición, para lo que se requiere de trabajos que concilien propuestas de modelos “computacionalistas”, con implementaciones en agentes físicos que brinden una visión mas amplia de los procesos mentales. El modelo desarrollado no plantea restricciones para su futura implementación a sistemas físicos, que permitan obtener una simulación integral del comportamiento humano, concretamente de la categorización bajo la presencia del lenguaje en infantes.

Conclusiones

Un modelo teórico sin justificación empírica carece de relevancia, al igual que una propuesta empírica sin fundamento teórico. A partir de esto, el presente trabajo consiste por un lado de una investigación del tipo exploratoria, en la que se fundamenta a partir de trabajos previos, una propuesta de modelo del proceso de categorización en infantes de 10 meses de edad, bajo la presencia de estímulos lingüísticos. Por otro lado, su implementación computacional buscan desarrollar una investigación explicativa del fenómeno, brindando un acercamiento formal a los mecanismos detrás del comportamiento de categorización de los infantes.

La teoría de la probabilidad resulta sumamente útil en el estudio de procesos cognitivos, no solo como herramienta estadística (ver Lee, 2011), sino que podría considerarse el tipo de proceso que “opera” en el ser humano; formulando inferencias sobre las cosas que percibimos y que por si mismas son información incompleta (ver Chater et al., 2010), incomprendible o ruidosa. A partir de la evidencia expuesta en la sección 2.1, se concluye que una tarea de categorización en los infantes, al considerarse como un proceso **inferencial causal del tipo probabilista**, puede ser modelado bajo el paradigma bayesiano de la probabilidad, para lo que se desarrolló una propuesta como primera aproximación al fenómeno. Bajo las posturas planteadas en la sección 2 sobre el rol del lenguaje, el presente modelo se presenta como una propuesta intermedia, operando como **modulador** de la categorización según lo sugerido por Althaus and Westermann (2016). Es el carácter conciliador de esta postura lo que permite el desarrollo de un modelo que describe los procesos intermedios (K y A) que vinculan lo conceptual (C) con lo perceptual (F y L) para la formación de categorías. El modelo como **propuesta explicativa** del efecto de las etiquetas lingüísticas en la tarea de categorización en los infantes, busca esclarecer los elementos (variables) y el proceso inferencial detrás del fenómeno. Para ello, se asigna un rol causal entre los estímulos modales (F y L), la congruencia entre estímulos (K), el estado atencional de los infantes (A), y la formación de categorías (C). La propuesta consiste en una **red causal** que articula de manera explícita los mecanismos que podrían estar detrás del proceso, considerando el efecto de la presencia de estímulos lingüísticos, y unificando las explicaciones de los resultados reportados en Plunkett et al. (2008).

El vacío explicativo en Plunkett et al. (2008) y la delimitación imprecisa del fenómeno, permiten que diversas propuestas de modelo puedan describirlo, ejemplo de ello, el trabajo desarrollado por GIoZZi et al. (2009); propuesta con un alcance poco falsable, y por consiguiente, carente de confiabilidad. En contraste, el presente trabajo plantea que la correlación entre los estímulos modales K (visuales y lingüísticos) debe ser considerada como parte del proceso de categorización, además del estado atencional de los infantes (A); este último como función de la interacción entre los estímulos visuales y auditivos. Ahora bien, ¿qué tan generalizable resulta el modelo desarrollado en torno a otros casos de estudio?, ¿qué tan extensiva puede considerarse la expresión 4.2 que, según lo propuesto, define los tiempos de mirada de los infantes? Debido a que la propuesta se desarrolló a partir de un caso de estudio específico, para implementarse de manera directa a otros trabajos experimentales se requerirían realizar ajustes en los valores de las variables definidas. En cuanto a la ecuación propuesta para la estimación de los tiempos de mirada de la variable atencional (ver sección 4.3), se deberá evaluar su alcance en trabajos empíricos que cuantifiquen los estímulos de experimentación de manera semejante a como se propone en Younger (1985); Plunkett et al. (2008).

Atendiendo los resultados del modelo computacional, se identificaron problemas que podrían dar pauta para el desarrollo de una propuesta más plausible. Se deduce que para la correcta reproducción del proceso, es necesario redefinir la variable congruencia, proponiéndose una dependencia causal con la variable atencional (ver Figura 4.11), así como el replanteamiento de la distribución que la describe y los valores que la definen. Por su parte, resulta insuficiente delimitar la variable atencional a partir de los tiempos de mirada en los infantes, para lo que se requiere redefinir como un subproceso más complejo. Se propone entonces para un trabajo futuro, la implementación de un modelo bayesiano de la atención como los desarrollados en los trabajos de Rao (2005); Itti and Baldi (2009). Para el correcto modelado computacional de los fenómenos cognitivos, se considera indispensable el desarrollo de metodologías experimentales que generen suficientes datos, para la proposición de diversas aproximaciones de modelo que ayuden a delimitar la categorización, bajo diferentes paradigmas. En las ciencias cognitivas, al tratarse de un área de estudio interdisciplinar, se requiere de una estrecha colaboración entre computólogos y psicólogos experimentales, que en conjunto desarrollen propuestas experimentales que proporcionen los datos empíricos suficientes para la validación de los modelos.

Bibliografía

- Althaus, N. and Mareschal, D. (2014). Labels direct infants' attention to commonalities during novel category learning. *PloS one*, 9(7):e99670.
- Althaus, N. and Plunkett, K. (2016). Categorization in infancy: labeling induces a persisting focus on commonalities. *Developmental Science*, 19(5):770–780.
- Althaus, N. and Westermann, G. (2016). Labels constructively shape object categories in 10-month-old infants. *Journal of Experimental Child Psychology*, 151:5–17.
- Asada, M., Hosoda, K., Kuniyoshi, Y., Ishiguro, H., Inui, T., Yoshikawa, Y., Ogino, M., and Yoshida, C. (2009). Cognitive developmental robotics: A survey. *IEEE transactions on autonomous mental development*, 1(1):12–34.
- Ashby, F. G., Alfonso-Reese, L. A., Waldron, E. M., et al. (1998). A neuropsychological theory of multiple systems in category learning. *Psychological review*, 105(3):442.
- Balaban, M. T. and Waxman, S. R. (1997). Do words facilitate object categorization in 9-month-old infants? *Journal of experimental child psychology*, 64(1):3–26.
- Brooks, R. A. (1991). Intelligence without representation. *Artificial intelligence*, 47(1-3):139–159.
- Chater, N., Oaksford, M., Hahn, U., and Heit, E. (2010). Bayesian models of cognition. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Cognitive Science*, 1(6):811–823.
- Christopher, M. B. (2016). *PATTERN RECOGNITION AND MACHINE LEARNING*. Springer-Verlag New York.
- Denison, S. and Xu, F. (2012). Probabilistic inference in human infants. *Adv. Child Dev. Behav.*, 43:27–58.
- Denison, S. and Xu, F. (2014). The origins of probabilistic inference in human infants. *Cognition*, 130(3):335–347.

- Doya, K. (2007). *Bayesian brain: Probabilistic approaches to neural coding*. MIT press.
- Eimas, P. D. (1994). Categorization in early infancy and the continuity of development. *Cognition*, 50(1-3):83–93.
- Erickson, M. A. and Kruschke, J. K. (1998). Rules and exemplars in category learning. *Journal of Experimental Psychology: General*, 127(2):107.
- Ferguson, B. and Waxman, S. (2017). Linking language and categorization in infancy. *Journal of Child Language*, 44(03):527–552.
- Flach, P. (2012). *Machine learning: the art and science of algorithms that make sense of data*. Cambridge University Press.
- Fodor, J. A. (1983). *The modularity of mind: An essay on faculty psychology*. MIT press.
- Fulkerson, A. L. and Waxman, S. R. (2007). Words (but not Tones) facilitate object categorization: Evidence from 6- and 12-month-olds. *Cognition*, 105(1):218–228.
- Gliozzi, V., Mayor, J., Hu, J.-F., and Plunkett, K. (2009). Labels as Features (Not Names) for Infant Categorization: A Neurocomputational Approach. *Cognitive Science*, 33(4):709–738.
- Gomila, T. (2011). *Verbal minds: Language and the architecture of cognition*. Elsevier.
- Gopnik, A., Glymour, C., Sobel, D. M., Schulz, L. E., Kushnir, T., and Danks, D. (2004). A theory of causal learning in children: causal maps and bayes nets. *Psychological review*, 111(1):3.
- Gopnik, A. and Tenenbaum, J. B. (2007). Bayesian networks, Bayesian learning and cognitive development. *Developmental Science*, 10(3):281–287.
- Griffiths, T. L., Kemp, C., and Tenenbaum, J. B. (2008a). Bayesian models of cognition.
- Griffiths, T. L., Kemp, C., and Tenenbaum, J. B. (2008b). Bayesian Models of Cognition. In Sun, R., editor, *The Cambridge Handbook of Computational Psychology*, pages 59–100. Cambridge University Press, Cambridge. DOI: 10.1017/CBO9780511816772.006.

- Griffiths, T. L., Sanborn, A. N., Canini, K. R., and Navarro, D. J. (2008c). Categorization as nonparametric Bayesian density estimation. In Chater, N. and Oaksford, M., editors, *The Probabilistic Mind*, pages 303–328. Oxford University Press. DOI: 10.1093/acprof:oso/9780199216093.003.0014.
- Griffiths, T. L., Sanborn, A. N., Canini, K. R., Navarro, D. J., and Tenenbaum, J. B. (2011). Nonparametric bayesian models of categorization. *Formal approaches in categorization*, pages 173–198.
- Gyftodimos, E. and Flach, P. A. (2002). Hierarchical bayesian networks: A probabilistic reasoning model for structured domains. pages 23–30.
- Hernández López, H. (2014). El problema del significado de palabras abstractas. elementos para el modelado computacional desde la cognición cimentada. Mcognitive science thesis, Universidad Autónoma del Estado de Morelos.
- Hoffmann, M. (2014). Minimally cognitive robotics: body schema, forward models, and sensorimotor contingencies in a quadruped machine. In *Contemporary Sensorimotor Theory*, pages 209–233. Springer.
- Imura, T., Masuda, T., Shirai, N., and Wada, Y. (2015). Eleven-month-old infants infer differences in the hardness of object surfaces from observation of penetration events. *Frontiers in Psychology*, 6.
- Itti, L. and Baldi, P. (2009). Bayesian surprise attracts human attention. *Vision research*, 49(10):1295–1306.
- Jacobs, R. A. and Kruschke, J. K. (2011). Bayesian learning theory applied to human cognition. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Cognitive Science*, 2(1):8–21.
- Jaynes, E. T. (2003). *Probability Theory: The Logic of Science*. Cambridge University Press. Google-Books-ID: tTN4HuUNXjgC.
- Jensen, F. (1999). Stable local computation with conditional gaussian distributions.
- Jordan, M. I. (1998). *Learning in graphical models*, volume 89. Springer Science & Business Media.
- Kaplan, P. S., Goldstein, M. H., Huckleby, E. R., Owren, M. J., and Cooper, R. P. (1995). Dishabituation of visual attention by infant-versus adult-directed speech: Effects of frequency modulation and spectral composition. *Infant Behavior and Development*, 18(2):209–223.

- Karkera, K. R. (2014). *Building Probabilistic Graphical Models with Python*. Packt Publishing Ltd.
- Kingo, O. S. (2008). The concept of concepts: Perceptual and conceptual categorization in infancy under scrutiny. *Journal of Anthropological Psychology*, (19):1–21.
- Kohonen, T. (1982). Self-organized formation of topologically correct feature maps. *Biological cybernetics*, 43(1):59–69.
- Komatsu, L. K. (1992). Recent views of conceptual structure. *Psychological Bulletin*, 112(3).
- Laurence, E. M. . S., editor (1999). *Concepts core Readings*. Bradford Books.
- Lauritzen, S. L. and Jensen, F. (2001). Stable local computation with conditional gaussian distributions. *Statistics and Computing*, 11(2):191–203.
- Lebeltel, O., Bessiere, P., Diard, J., and Mazer, E. (2004). Bayesian Robot Programming. *Autonomous Robots*, 16(1):49–79.
- Lee, M. D. (2011). How cognitive modeling can benefit from hierarchical Bayesian models. *Journal of Mathematical Psychology*, 55(1):1–7.
- Lindh-Knuutila, T., Raitio, J., and Honkela, T. (2009). Combining self-organizing and bayesian models of concept formation. In *Connectionist Models Of Behaviour And Cognition II*, pages 193–204. World Scientific.
- Lupyan, G. (2012). What Do Words Do? Toward a Theory of Language-Augmented Thought. In *Psychology of Learning and Motivation*, volume 57, pages 255–297. Elsevier. DOI: 10.1016/B978-0-12-394293-7.00007-8.
- Lupyan, G. (2015). Cognitive penetrability of perception in the age of prediction: Predictive systems are penetrable systems. *Review of philosophy and psychology*, 6(4):547–569.
- Mandler, J. M. (2000). Reply to the Commentaries on Perceptual and Conceptual Processes in Infancy. *Journal of Cognition and Development*, 1(1):67–79.
- Mandler, J. M. and McDonough, L. (1996). Drinking and driving don't mix: Inductive generalization in infancy. *Cognition*, 59(3):307–335.

- Mandler, J. M. and McDonough, L. (1998). Studies in inductive inference in infancy. *Cognitive psychology*, 37(1):60–96.
- Mandler, J. M. and McDonough, L. (2000). Advancing downward to the basic level. *Journal of Cognition and Development*, 1(4):379–403.
- Mareschal, D. and French, R. (2000). Mechanisms of categorization in infancy. *Infancy*, 1(1):59–76.
- Mayor, J. and Plunkett, K. (2008). Learning to associate object categories and label categories: A self-organising model. In *Proceedings of the Annual Meeting of the Cognitive Science Society*, volume 30.
- McClelland, J. L. (2009). The Place of Modeling in Cognitive Science. *Topics in Cognitive Science*, 1(1):11–38.
- Miall, R. C. and Wolpert, D. M. (1996). Forward models for physiological motor control. *Neural networks*, 9(8):1265–1279.
- Mukher Jee, D. and Ratnaparkhi, M. V. (1986). On the functional relationship between entropy and variance with related applications. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 15(1):291–311.
- Murphy, G. L. (2002). *The big book of concepts*. MIT Press, Cambridge, Mass.
- Murphy, G. L. and Medin, D. L. (1985). The role of theories in conceptual coherence. *Psychological review*, 92(3):289.
- Murphy, K. (2001a). An introduction to graphical models. *Rap. tech*, pages 1–19.
- Murphy, K. P. (1998). *Inference and learning in hybrid Bayesian networks*. University of California, Berkeley, Computer Science Division.
- Murphy, K. P. (2001b). The Bayes Net Toolbox for MATLAB. *COMPUTING SCIENCE AND STATISTICS*, 33:2001.
- Murphy, K. P. (2007). How to use the bayes net toolbox. <https://www.cs.utah.edu/~tch/notes/matlab/bnt/docs/usage.html>.
- Newell, A. and Simon, H. A. (1976). Computer science as empirical inquiry: Symbols and search. *Communications of the ACM*, 19(3):113–126.
- Nosofsky, R. M. (2011). The generalized context model: An exemplar model of classification. *Formal approaches in categorization*, pages 18–39.

- Nosofsky, R. M. and Kruschke, J. K. (2002). Single-system models and interference in category learning: Commentary on waldrón and ashby (2001). *Psychonomic Bulletin & Review*, 9(1):169–174.
- Oppenheimer, D. M., Tenenbaum, J. B., and Krynski, T. R. (2013). Categorization as Causal Explanation. In *Psychology of Learning and Motivation*, volume 58, pages 203–231. Elsevier. DOI: 10.1016/B978-0-12-407237-4.00006-2.
- O’Regan, J. K. and Noë, A. (2001). A sensorimotor account of vision and visual consciousness. *Behavioral and brain sciences*, 24(5):939–973.
- Pfeifer, R. and Bongard, J. (2006). *How the body shapes the way we think: a new view of intelligence*. MIT press.
- Plunkett, K. (2010). *How labels impact infant categorisation*. Infant perception and cognition: Recent advances, emerging theories, and future directions. New York: Oxford University Press.
- Plunkett, K. (2011). The role of auditory stimuli in infant categorization. *ResearchGate*, pages 203–222.
- Plunkett, K., Hu, J.-F., and Cohen, L. B. (2008). Labels can override perceptual categories in early infancy. *Cognition*, 106(2):665–681.
- Plunkett, K., Sinha, C., Møller, M. F., and Strandsby, O. (1992). Symbol grounding or the emergence of symbols? vocabulary growth in children and a connectionist net. *Connection Science*, 4(3-4):293–312.
- Pothos, E. M. and Wills, A. J., editors (2011). *Formal approaches in categorization*. Cambridge University Press, Cambridge ; New York.
- Pylyshyn, Z. (1999). Vision and cognition: how do they connect? response.
- Quinn, P. C. and Eimas, P. D. (1997). A reexamination of the perceptual-to-conceptual shift in mental representations. *Review of General Psychology*, 1(3):271.
- Quinn, P. C. and Eimas, P. D. (2000a). The emergence of category representations during infancy: Are separate perceptual and conceptual processes required? *Journal of Cognition and development*, 1(1):55–61.
- Quinn, P. C. and Eimas, P. D. (2000b). The emergence of category representations during infancy: Are separate perceptual and conceptual processes required? *Journal of Cognition and Development*, 1(1):55–61.

- Rakison, D. H. and Oakes, L. M., editors (2003). *Early category and concept development: making sense of the blooming, buzzing confusion*. Oxford University Press, Oxford ; New York.
- Rao, R. P. (2005). Bayesian inference and attentional modulation in the visual cortex. *Neuroreport*, 16(16):1843–1848.
- Rehder, B. (2003). Categorization as causal reasoning. *Cognitive Science*, 27(5):709–748.
- Rips, L. J. (1989). Similarity, typicality, and categorization. *Similarity and analogical reasoning*, 2159.
- Roberts, K. (1995). Categorical responding in 15-month-olds: Influence of the noun-category bias and the covariation between visual fixation and auditory input. *Cognitive Development*, 10(1):21–41.
- Robinson, C. W., Best, C. A., Deng, W. S., and Sloutsky, V. M. (2012a). The Role of Words in Cognitive Tasks: What, When, and How? *Frontiers in Psychology*, 3.
- Robinson, C. W., Best, C. A., et al. (2012b). The role of words in cognitive tasks: what, when, and how? *Frontiers in psychology*, 3.
- Robinson, C. W. and Sloutsky, V. M. (2007). Linguistic labels and categorization in infancy: Do labels facilitate or hinder? *Infancy*, 11(3):233–253.
- Rosch, E. and Mervis, C. B. (1975). Family resemblances: Studies in the internal structure of categorization. *Cognitive Psychology*, pages 573–605.
- Sanborn, A., Griffiths, T., and Navarro, D. (2006). A more rational model of categorization.
- Sato, Y. and Aihara, K. (2011). A bayesian model of sensory adaptation. *PloS one*, 6(4):e19377.
- Saxe, R., Tenenbaum, J., and Carey, S. (2006). Secret agents inferences about hidden causes by 10- and 12-month-old infants. 16:995–1001.
- Seeley, T. D. and Sherman, P. W. (2017). Cognitive mechanisms. <https://www.britannica.com/topic/animal-behavior/Cognitive-mechanisms>.
- Shannon, C. E. (1948). A mathematical theory of communication, part i, part ii. *Bell Syst. Tech. J.*, 27:623–656.

- Siegler, R. S. (1989). Mechanisms of cognitive development. *Annual review of psychology*, 40(1):353–379.
- Sloutsky, V. and Robinson, C. (2008). The Role of Words and Sounds in Infants’ Visual Processing: From Overshadowing to Attentional Tuning. *Cognitive Science: A Multidisciplinary Journal*, 32(2):342–365.
- Sloutsky, V. M. (2010). From Perceptual Categories to Concepts: What Develops? *Cognitive Science*, 34(7):1244–1286.
- Steels, L. and Belpaeme, T. (2005). Coordinating perceptually grounded categories through language: A case study for colour. *Behavioral and brain sciences*, 28(4):469–488.
- Stone, J. V. (2013). *Bayes’ rule: A tutorial introduction to Bayesian analysis*. Sebtel Press.
- Sun, R., editor (2008). *The Cambridge Handbook of Computational Psychology*. Cambridge University Press, Cambridge. DOI: 10.1017/CBO9780511816772.
- Sun, R. and Ling, C. X. (1998). Computational cognitive modeling, the source of power, and other related issues. *AI Magazine*, 19(2):113.
- Teglas, E., Vul, E., Girotto, V., Gonzalez, M., Tenenbaum, J. B., and Bonatti, L. L. (2011). Pure Reasoning in 12-Month-Old Infants as Probabilistic Inference. *Science*, 332(6033):1054–1059.
- Téglás, E., Vul, E., Girotto, V., Gonzalez, M., Tenenbaum, J. B., and Bonatti, L. L. (2011). Pure reasoning in 12-month-old infants as probabilistic inference. *science*, 332(6033):1054–1059.
- Tenenbaum, J. B. (1999). Bayesian Modeling of Human Concept Learning. In *Proceedings of the 1998 Conference on Advances in Neural Information Processing Systems II*, pages 59–65, Cambridge, MA, USA. MIT Press.
- Téglás, E., Girotto, V., Gonzalez, M., and Bonatti, L. L. (2007). Intuitions of probabilities shape expectations about the future at 12 months and beyond. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 104(48):19156–19159.
- Vanpaemel, W. and Lee, M. D. (2012). The bayesian evaluation of categorization models: Comment on wills and pothos (2012).

- Waxman, S. and Booth, A. (2003). The origins and evolution of links between word learning and conceptual organization: new evidence from 11-month-olds. *Developmental Science*, 6(2):128–135.
- Waxman, S. R. (1999). Specifying the scope of 13-month-olds' expectations for novel words. *Cognition*, 70(3):B35–B50.
- Waxman, S. R. and Markow, D. B. (1995). Words as invitations to form categories: Evidence from 12-to 13-month-old infants. *Cognitive psychology*, 29(3):257–302.
- Welder, A. N. and Graham, S. A. (2001). The influence of shape similarity and shared labels on infants' inductive inferences about nonobvious object properties. *Child development*, 72(6):1653–1673.
- Westermann, G. and Mareschal, D. (2013). From perceptual to language-mediated categorization. *Philosophical Transactions of the Royal Society B: Biological Sciences*, 369(1634):20120391–20120391.
- Whorf, B. L., Carroll, J. B., and Chase, S. (1956). Language, thought and reality.
- Wills, A. J. and Pothos, E. M. (2012). On the adequacy of current empirical evaluations of formal models of categorization. *Psychological Bulletin*, 138(1):102.
- Xu, F., editor (2012). *Rational constructivism in cognitive development*. Number 43.2012 in *Advances in child development and behavior*. Elsevier. Acad. Pr, Amsterdam, 1. ed edition. OCLC: 826597113.
- Xu, F., Dewar, K., and Perfors, A. (2009). Induction, overhypotheses, and the shape bias: Some arguments and evidence for rational constructivism. *The origins of object knowledge*, pages 263–284.
- Xu, F. and Tenenbaum, J. B. (2007). Word learning as Bayesian inference. *Psychological Review*, 114(2):245–272.
- Yamauchi, T. and Markman, A. B. (2000). Inference using categories. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 26(3):776–795.
- Younger, B. A. (1985). The Segregation of Items into Categories by Ten-Month-Old Infants. *Child Development*, 56(6):1574.